

Partikelmodellierung verschiedener Kavitationsblasenstrukturen

Philipp Koch¹, Robert Mettin und Werner Lauterborn
 Drittes Physikalisches Institut, Universität Göttingen
 Bürgerstr. 42-44, 37073 Göttingen, Germany

Die Bewegung von Kavitationsblasen wird durch ein Partikelmodell nachgebildet. Dabei werden die virtuelle Masse, die Bjerkneskräfte und ein Reibungsterm einbezogen. Die Simulationen werden mit stereoskopischen Hochgeschwindigkeitsaufnahmen von Kavitationsblasenstrukturen verglichen.

1 Motivation

Die Entstehung und Entwicklung von Kavitationsblasenstrukturen ist für den technischen Einsatz z.B. im Rahmen der Ultraschallreinigung von Interesse. Nach bisherigen Untersuchungen beruht dieser Reinigungseffekt auf dem Kollapsverhalten der Blasen.

Neben dem Reinigungseffekt gibt es eine Reihe weiterer Phänomene der Kavitationsblasen [3]. An dieser Stelle soll das Augenmerk auf die Ausbildung der sogenannten Streamerfiguren gelegt werden. Diese bestehen aus mehreren Tausend Kavitationsblasen und können sich in unterschiedlichen Formen bilden. Genauere Kenntnis der Parameterbereiche, die bestimmte Figuren hervorbringen und ein tieferes Verständnis der strukturbildenden Mechanismen ließen eventuell den Einsatz akustischer Kavitation effektiver gestalten.

2 Modellierung

Die simulierten Kavitationsblasen werden durch ein Ultraschallfeld $p(t, r) = p_A \text{sinc}(kr) \cos(\omega t)$ zu nichtlinearer Radialoszillation getrieben (Wellenzahl $k = 109 \text{ m}^{-1}$, Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot 25 \text{ kHz}$). Ihr Schwingungsverhalten wird durch das Keller-Miksis-Modell beschrieben [5].

Betrachtet werden der Druckbereich von $p_A = 80 \dots 200 \text{ kPa}$ und die Ruheradien $R_0 = 1 \dots 30 \mu\text{m}$. Die Druckamplitude hängt durch die Radialsymmetrie nur von $|\vec{x}| = r = 0 \dots 3 \text{ cm}$ ab. Als Lösung der Keller-Miksis Gleichung ergibt sich die Radialschwingung $R = R(t, r, R_0)$ bzw. die Volumenoszillation der Blase $V = V(t, r, R_0)$. Zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen für $i = 1 \dots N$ Blasen bedarf es der Kenntnis der Kraftwirkungen auf jede einzelne Blase, die von den Positionen $\vec{x}^{(i)}$ und Geschwindigkeiten $\vec{v}^{(i)}$ der Blasen abhängen [2].

Die Primäre Bjerkneskraft $\vec{F}_{B1}^{(i)}$ beschreibt die Wirkung des äußeren treibenden Schallfeldes auf die Kavitationsblasen (Fig. 1). Sie ist im Wesentlichen dafür verantwortlich, dass die den Streamer ausbildenden Blasen zum Druckbauch gezogen werden. In bestimmten Parameterbereichen wird das Zentrum allerdings abstoßend, wodurch es zu einem Aufreißen der Figur kommt.

Die sekundäre Bjerkneskraft $\vec{F}_{B2}^{(i)}$ beschreibt die Wechselwirkung zweier Kavitationsblasen untereinander. Dabei liegt die Überlegung zu Grunde, dass eine radialoszillierende Blase ein Schallfeld abstrahlt. Dieses sekundäre Schallfeld kann auf eine benachbarte Blase anziehend oder abstoßend wirken (Fig. 2).

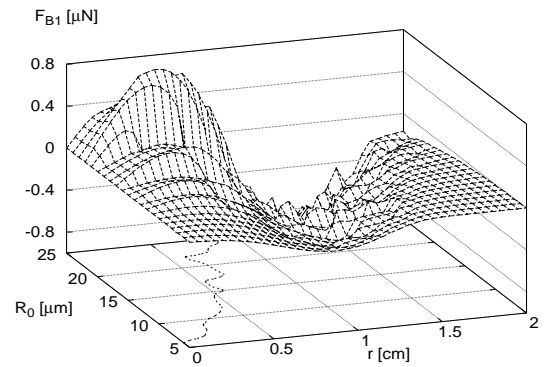


Fig. 1: Die primäre Bjerkneskraft \vec{F}_{B1} für die Druckbauchamplitude $p_A = 170 \text{ kPa}$, abhängig vom Abstand zum Druckbauch r und dem Ruheradius R_0 . Die Konturlinie kennzeichnet den Vorzeichenwechsel (negative Kraft entspricht einem anziehenden Druckbauch).

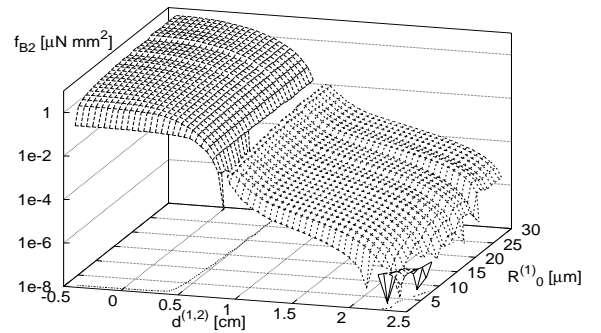


Fig. 2: Der sekundäre Bjerkneskoeffizient f_{B2} für zwei Blasen auf einer Linie mit dem Druckbauch, $p_A = 170 \text{ kPa}$, $r^{(1)} = 4 \text{ mm}$, $R_0^{(2)} = 5 \mu\text{m}$. $R_0^{(1)}$ und $r^{(2)}$ werden variiert, $d^{(1,2)} = r^{(2)} - r^{(1)}$. Der gestrichelte Bereich rechts kennzeichnet negative Werte, die Konturlinien den Vorzeichenwechsel.

In die Simulation gehen neben den Bjerkneskräften noch die Trägheitskraft der virtuellen Masse \vec{F}_M sowie die Reibungskraft \vec{F}_D ein [4, 2]:

$$\vec{F}_M^{(i)} = \frac{\rho_l}{2} \langle V^{(i)} \rangle_T \dot{\vec{v}}^{(i)}$$

¹pkoch@physik3.gwdg.de

$$\begin{aligned}\vec{F}_{B1}^{(i)} &= -\left\langle V^{(i)} \nabla p \right\rangle_T \\ \vec{F}_{B2}^{(i)} &= \sum_{j \neq i} f_{B2}^{(i,j)} \cdot \frac{\vec{d}^{(i,j)}}{|\vec{d}^{(i,j)}|^3}, \quad \vec{d}^{(i,j)} = \vec{x}^{(j)} - \vec{x}^{(i)} \\ f_{B2}^{(i,j)} &= \frac{\rho_1}{4\pi} \left\langle \dot{V}^{(i)} \cdot \dot{V}^{(j)} \right\rangle_T \\ \vec{F}_D^{(i)} &= -\left(\beta_1 \left\langle R^{(i)} \right\rangle_T + \beta_2 \left\langle R^{(i)} \right\rangle_T^2 |\vec{v}^{(i)}| \right) \vec{v}^{(i)}\end{aligned}$$

Dabei betragen die Dichte des Wassers $\rho_1 = 998 \text{ kg/m}^3$, die Parameter $\beta_1 = 0.015 \text{ Ns/m}^2$ bzw. $\beta_2 = 4000 \text{ Ns}^2/\text{m}^3$ und die Schwingungsperiode des äußeren Schallfeldes $T = 40 \mu\text{s}$.

Zur Vereinfachung der Numerik werden hier verschiedene Näherungen gemacht: sphärisch schwingende Blasen; Radialsymmetrie des Ultraschallfeldes; unendliche Schallgeschwindigkeit in dem Medium, d.h. Laufzeiteffekte bei der Blasen-Blasen Wechselwirkung sind hier vernachlässigt. Blasen können sich aber vereinigen und dadurch ihr Volumen ändern. Abhängig von ihrer Größe und dem Anregungsdruck an ihrer Position können Blasen oberflächeninstabil werden, in diesem Fall wird ihr Volumen reduziert. Außerdem werden (anders als in [4]) für die sekundäre Bjerkneskraft ungleiche Blasen-schwingungen berücksichtigt.

3 Ergebnisse

In einer Testkuvette werden akustische Kavitationsfiguren (Streamer) erzeugt. Typische Blasenruheradien liegen hier im Bereich $5 \dots 20 \mu\text{m}$. Solche Figuren wurden stereoskopisch mit Hochgeschwindigkeitskameras aufgenommen und mit Tracking-Algorithmen ausgewertet [1].

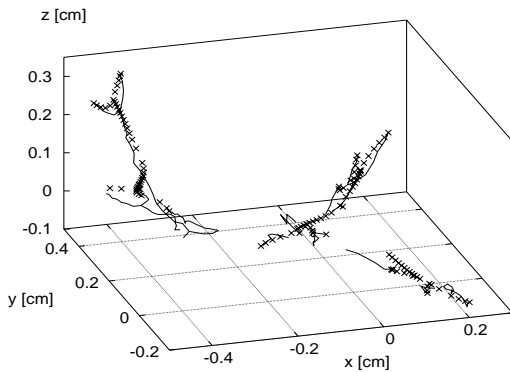


Fig. 3: Die Linien zeigen einige rekonstruierte Trajektorien einer mit 2250 fps aufgenommenen Streamerfigur. Die Kreuze stellen die simulierten Bahnen dar, $p_A = 180 \text{ kPa}$, $R_0 = 2 \dots 6 \mu\text{m}$.

Ein Ausschnitt eines so erfassten Streamers ist in Abbildung 3 gezeigt. Zu erkennen sind typische Blasen trajektorien mit Kollisionpunkten. Ebenfalls eingezeichnet sind die simulierten Blasenbahnen, ausgehend von den Blasenpositionen

und -geschwindigkeiten zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Für die Simulation wurden die Anfangsruheradien aus der Aufnahme geschätzt. Die angenommene Druckamplitude beruht auf einer Hydrophonmessung in kavitierender Flüssigkeit und ist damit relativ starken Schwankungen unterworfen. Durch Anpassung dieser beiden Parameter gelingt es, eine der Aufnahme relativ ähnliche Blasenbewegung zu simulieren.

Eine Abweichung ergibt sich in der Geschwindigkeitsverteilung der Blasen; in dieser Simulation sind sie teilweise bis zu einem Faktor 4 schneller gegenüber der experimentellen Beobachtung. Dies deutet eventuell auf einen unzureichende Beschreibung der Reibungskräfte hin.

Die Modellierung scheint bis zu dem ersten Kollisionspunkt relativ gute Ergebnisse zu liefern. Die weitere Blasenbewegung ist vor allem Wechselwirkungen mit Blasen unterworfen, die erst in späteren Zeitschritten entstehen und noch nicht in die Simulation eingehen.

Mit der numerischen Simulation wird versucht möglichst realitätsnahe Trajektorien nachzubilden, wodurch sich im Idealfall auch die gezeigten Figuren aus der experimentellen Beobachtung ergeben. Bei der Betrachtung der in Abbildung 3 gezeigten Trajektorien fällt auf, dass diese oft keine glatten Bahnen bilden. Dies ist u.a. auf die Wechselwirkung mit deutlich mehr Blasen zurückzuführen, als sie in dieser Darstellung zu erkennen sind, sowie auf eventuelle Abspaltungen von Mikroblasen.

Gerade eine große Blasenanzahl erschwert die exakte Partikelmodellierung komplexer Figuren erheblich. Daraus ergibt sich eher die Zielsetzung, Streamer numerisch qualitativ nachzubilden.

Diese Arbeit wurde unterstützt durch das Graduiertenkolleg „Strömungsinstabilitäten und Turbulenz“ an der Universität Göttingen.

Literatur

- [1] J. Appel, D. Krefting, R. Mettin und W. Lauterborn: *Stereoskopische Hochgeschwindigkeitsaufnahmen von Kavitationsblasenstrukturen*. DAGA 2002
- [2] P. Koch: *Simulation der Bewegung akustischer Kavitationsblasen durch ein Partikelmodell*. Diplomarbeit, DPI, Universität Göttingen, 2001
- [3] T.G. Leighton: *The Acoustic Bubble*. Academic Press 1994
- [4] R. Mettin, S. Luther, C.-D. Ohl und W. Lauterborn: *Acoustic cavitation structures and simulations by a particle model*. Ultrasonics Sonochemistry 6, 25-29 (1999)
- [5] U. Parlitz, V. Englisch, C. Scheffczyk und W. Lauterborn: *Bifurkation structures of bubble oscillators*. J. Acoust. Soc. Am. 88(2), 1061-1077 (1990)