

# Winkel- und Impedanzfehler an einer Modellanordnung aus zwei Monopolen

Volker Wittstock, Christian Bethke, PTB, Braunschweig

## 1 Einleitung

Bei Anwendung des Hüllflächenverfahrens kommt es zu systematischen Abweichungen zwischen Schallleistungen, die durch Schalldruck- und durch Intensitätsmessungen ermittelt wurden. Um vergleichbare Messergebnisse zu erzielen und die akustischen Messverfahren an die Erfordernisse des GUM [1] anzupassen, ist es erforderlich, auftretende Fehler zu untersuchen und, falls möglich, entsprechende Korrekturen vorzunehmen.

## 2 Beschreibung der Teilfehler

Die Schallleistung ergibt sich beim Hüllflächenverfahren durch Integration der Normalkomponente der Schallintensität  $I_n$  über die Hüllfläche  $S$ .

$$P = \int I_n dS \quad (1)$$

Wird nun die Schallintensität durch den Effektivwert des Schalldrucks  $\tilde{p}$  ersetzt und das Integral durch eine diskrete Summe angenähert, so ergibt sich unter Idealbedingungen (keine Raumreflexionen, kein Störschall, gleichmäßige Messpunktdichte, fehlerfreie Messgeräte)

$$P = \Delta_1 \Delta_2 \frac{S}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{p}_i^2}{\rho c} \quad (2)$$

mit der Schallkennimpedanz  $\rho c$ , der Messpunktzahl  $N$  und den über die Hüllfläche gemittelten Teilfehlern

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^N I_{n,i} / \sum_{i=1}^N \frac{\tilde{p}_i^2}{\rho c} \quad \text{und} \quad \Delta_2 = \int I_n dS / \left( \frac{S}{N} \sum_{i=1}^N I_{n,i} \right) \quad (3)$$

Diese Zusammenhänge sind bereits in [2] dargestellt worden, wobei  $\Delta_1$  als Nahfeldfehler und  $\Delta_2$  als Endlichkeitsfehler bezeichnet wurden.

Die Intensitätsnormalkomponente im Punkt  $i$  kann durch

$$I_{n,i} = \frac{\tilde{p}_i^2}{\rho c} \frac{|\mathbf{I}_i|}{\tilde{p}_i^2 / (\rho c)} \frac{I_{n,i}}{|\mathbf{I}_i|} \quad (4)$$

ausgedrückt werden, womit deutlich wird, dass der Nahfeldfehler durch zwei Teilfehler erklärbar ist. Der erste dieser Teilfehler

$$\Delta_{1,Wi,i} = I_{n,i} / |\mathbf{I}_i| = \cos \beta_i \quad (5)$$

wird Winkelfehler genannt (Bild 1) und entsteht dadurch, dass die Intensität unter einem Winkel  $\beta$  bezogen auf die Hüllflächennormale durch das betrachtete Hüllflächenelement hindurchtritt, dass aber nur die Normalkomponente tatsächlich Leistung durch das Element transportiert. Der zweite Teilfehler

$$\Delta_{1,Im,i} = \frac{|\mathbf{I}_i|}{\tilde{p}_i^2 / (\rho c)} = \frac{\tilde{p}_i |\mathbf{v}_i| \cos \varphi_i}{\tilde{p}_i^2 / (\rho c)} = \frac{\rho c |\mathbf{v}_i| \cos \varphi_i}{\tilde{p}_i} \quad (6)$$

ist der Impedanzfehler. Seine Größe hängt von der Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen Schalldruck  $p$  und Schallschnelle  $\mathbf{v}$  im betrachteten Feldpunkt und vom Verhältnis des Betrags des Schallschnellevektors zum Schalldruck ab.

Aus Rechnungen an Kugelstrahlern auch höherer Ordnung [2] ist bekannt, dass der Pegel des Winkelfehlers je nach Messflächengestalt

und Lage der Quelle in der Messfläche Werte von 0 dB bis -3 dB und darunter annehmen kann und dass der Pegel des Impedanzfehlers mit steigender Strahlerordnung zunehmend negative Werte annimmt und für alle untersuchten Strahler mit wachsender Frequenz gegen 0 dB läuft.

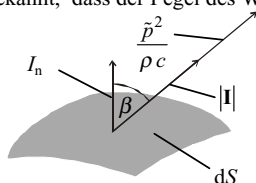


Bild 1 Zum Nahfeldfehler

In jüngerer Zeit gibt es Bestrebungen, eine Korrektur bei quaderförmigen Messflächen einzuführen [3]. Sie wurde errechnet, indem die quaderförmige Oberfläche der Schallquelle mit  $M$  unkorrelierten Monopolen gleicher Quellstärke belegt wurde. Die Abweichung im Punkt  $i$  wird dann durch Überlagerung der von den einzelnen Monopolen ver-

ursachten Schalldrücke (Index  $j$ ) berechnet, einmal gewichtet mit dem Richtungscosinus des jeweiligen Schallstrahls und einmal ungewichtet

$$\Delta_{1,[3],i} = \sum_{j=1}^M (\tilde{p}_{ij}^2 \cos \beta_{ij}) / \sum_{j=1}^M \tilde{p}_{ij}^2 \quad (7)$$

Da bei einzelnen Monopolen der Impedanzfehler generell 1 ist (siehe z.B. [4]), folgt

$$\Delta_{1,[3],i} = \rho c \sum_{j=1}^M (|\mathbf{I}_{ij}| \cos \beta_{ij}) / \sum_{j=1}^M \tilde{p}_{ij}^2 \quad (8)$$

und mit Gl. (5) schließlich

$$\Delta_{1,[3],i} = \rho c \sum_{j=1}^M I_{n,i,j} / \sum_{j=1}^M \tilde{p}_{ij}^2 = \rho c \frac{I_{n,i}}{\tilde{p}_i^2} = \Delta_{1,i} = \Delta_{1,Wi,i} + \Delta_{1,Im,i}, \quad (9)$$

d.h. die in [3] empfohlene Korrektur beinhaltet die Summe aus Winkel- und Impedanzfehler nach [2], also den gesamten Nahfeldfehler.

## 3 Untersuchte Anordnung

Untersucht wird eine Modellanordnung aus zwei im Abstand  $a$  angeordneten Monopolen gleicher Quellstärke, die in eine Ebene eingebettet sind. Diese Anordnung besitzt den wesentlichen Vorteil, dass sie zum Einen mit überschaubarem Aufwand berechnet werden kann und

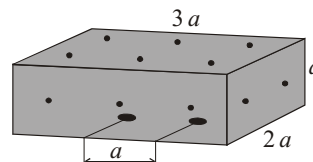


Bild 2 Untersuchte Anordnung

zum Anderen einer messtechnischen Überprüfung zugänglich ist. Der Messquader wurde gleichmäßig – bei den Messungen mit 16 Punkten (Bild 2) und bei den Rechnungen mit 16 bis 3236 Punkten – diskretisiert.

## 4 Rechenmodell

Der von Monopol 1 abgestrahlte Schalldruck im Punkt ist [4]

$$p_1 = \frac{\rho c}{4\pi |\mathbf{r}_1|} q_1 k e^{j(\omega t - k|\mathbf{r}_1| + \frac{\pi}{2} + \phi_1)} \quad (10)$$

( $q$  – Schallfluss,  $k$  – Wellenzahl,  $\phi$  – Phasenlage der Quelle,  $\omega$  – Kreisfrequenz,  $t$  – Zeit,  $\mathbf{r}$  – Vektor von der Quelle zum Aufpunkt) und die Schallschnelle

$$\mathbf{v}_1 = \frac{1}{4\pi |\mathbf{r}_1|} q_1 k \sqrt{1 + \frac{1}{(k|\mathbf{r}_1|)^2}} e^{j(\omega t - k|\mathbf{r}_1| + \frac{\pi}{2} - \arctan(\frac{1}{k|\mathbf{r}_1|}) + \phi_1)} \frac{\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|} \quad (11)$$

Superposition der von beiden Monopolen herrührenden Feldgrößen liefert dann den Effektivwert des Schalldrucks

$$\tilde{p}^2 = 1/2 \operatorname{Re} \{ p_1 p_1^* + C (p_1 p_2^* + p_2 p_1^*) + p_2 p_2^* \} \quad (12)$$

und den Schallintensitätsvektor

$$\mathbf{I} = 1/2 \operatorname{Re} \{ p_1 \mathbf{v}_1^* + C (p_1 \mathbf{v}_2^* + p_2 \mathbf{v}_1^*) + p_2 \mathbf{v}_2^* \}, \quad (13)$$

wobei der Faktor  $C$  bei korrelierten Quellen den Wert 1 und bei unkorrelierten Quellen den Wert 0 annimmt. Bei bekannter Geometrie der Anordnung lassen sich mit Gln. (10) - (13) die Fehleranteile nach Gln. (5) und (6) sowohl im Punkt als auch im Hüllflächenmittel berechnen.

## 5 Messbedingungen

Im Semifreifeldraum der PTB wurden zwei Lautsprecher von jeweils 13,5 cm Durchmesser im Abstand von 13,5 cm und 64 cm in den Fußboden eingebaut. Angeregt wurden beide Quellen mit unkorreliertem Rauschen, korreliertem Rauschen und einem Multisinusussignal (ein Ton pro Terz). Bei den beiden letztgenannten Anregungsarten wurden durch eine Verpolung der Lautsprecher Phasenverschiebungen  $\Delta\phi$  von 0° und 180° zwischen den Quellen erzeugt.

Die zur Bestimmung von Impedanz- und Winkelfehler erforderlichen Größen (vgl. Gln. (5) und (6)) Schalldruck, Betrag und Normalkomponente des Intensitätsvektors wurden mit der Dreikomponentenmethode [5] als Terzpegel gemessen. Zum Einsatz kam eine Zwei-Mikrophon-Sonde mit 50 mm Abstand zwischen den Mikrofonen was einem Frequenzbereich zwischen 0,1 und 1 kHz entspricht.

## 6 Ergebnisse

Für unkorrelierte Quellen stimmen Mess- und Rechenergebnisse sowohl für den Impedanz- als auch für den Winkelfehler gut überein (Bild 3). Beide Fehler sind frequenzunabhängig und der Impedanzfehler verschwindet nicht – im Gegensatz zum Fall des einzelnen Monopols. Ursache für letzteren Effekt ist die völlige oder teilweise Kompensation einzelner von verschiedenen Quellen herrührender Intensitätskomponenten in einigen Bereichen der Hüllfläche.

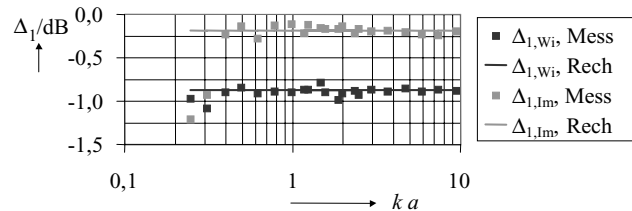


Bild 3 Winkel- und Impedanzfehler, Quellen unkorreliert,  $N = 16$

Auch im korrelierten Fall (Bild 4 - Bild 7) besteht eine gute Übereinstimmung zwischen Mess- und Rechenwerten. Lediglich bei einer Phasenverschiebung von  $180^\circ$  zwischen den Quellen und bei tiefen Frequenzen kommt es zu erheblichen Abweichungen, da die in diesem Fall sehr kleinen Feldgrößen nur ungenau messbar sind. Desweiteren ist zu erkennen, dass bei sinusförmiger Anregung die Messwerte etwas stärker um die Rechenwerte streuen als bei Rauschanregung.

Unerwartet ist, dass der Impedanzfehler bei höheren Frequenzen nicht verschwindet und vereinzelt sogar Werte über 0 dB annimmt (Bild 4, Bild 5) und dass der Winkelfehler eine unregelmäßige Welligkeit aufweist (Bild 6, Bild 7). Für beide Effekte liegt die Begründung nahe, dass die Hüllfläche mit nur 16 Punkten ungenügend abgetastet wurde. Rechnungen mit höheren Diskretisierungen (Bild 8) erbrachten dann, dass mit zunehmender Diskretisierung die Welligkeit des Winkelfehlers zwar abnimmt, eine Restwelligkeit jedoch verbleibt und dass der Impedanzfehler immer kleiner als 0 dB bleibt, zu hohen Frequenzen hin jedoch nicht gegen 0 dB läuft. Desweiteren ist aus Bild 8 gut zu erkennen, dass die Ergebnisse für den unkorrelierten Fall eine recht gute Näherung für die betrachteten korrelierten Fälle darstellen. Wichtige Ausnahme hierbei ist der Impedanzfehler bei gegenphasigem Betrieb der Quellen und tiefen Frequenzen.

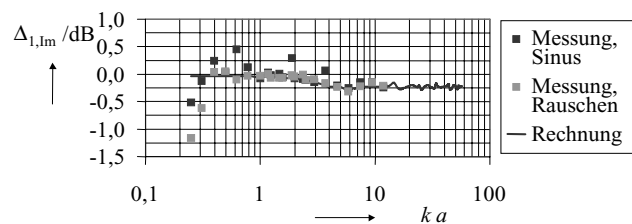


Bild 4 Impedanzfehler, Quellen korreliert und gleichphasig,  $N = 16$

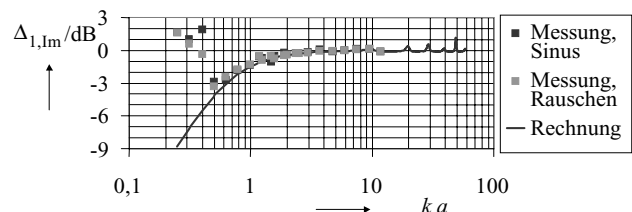


Bild 5 Impedanzfehler, Quellen korreliert und gegenphasig,  $N = 16$

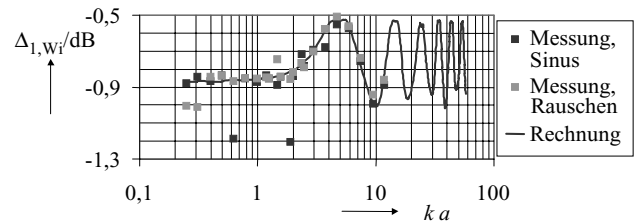


Bild 6 Winkelfehler, Quellen korreliert und gleichphasig,  $N = 16$

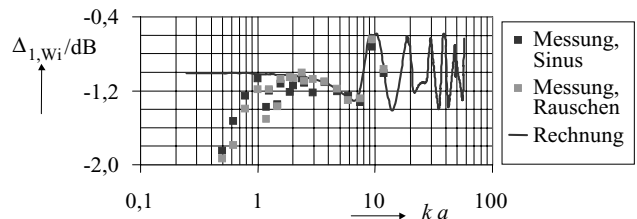


Bild 7 Winkelfehler, Quellen korreliert und gegenphasig,  $N = 16$

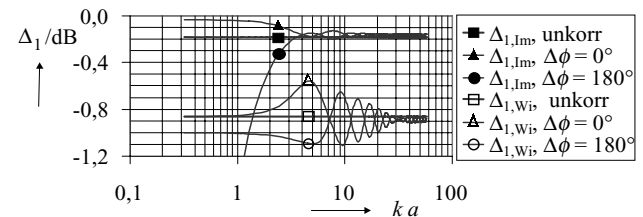


Bild 8 Winkel- und Impedanzfehler, Rechenwerte,  $N = 3136$

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Es konnte gezeigt werden, dass die Fehlerbeschreibungen nach [2] und [3] im Falle unkorreliert abstrahlender Monopolquellen identisch sind und dass die Dreikomponenten-Intensitätsmethode verwendet werden kann, um Winkel- und Impedanzfehler experimentell zu bestimmen.

Zudem stellte sich heraus, dass – abgesehen vom Impedanzfehler bei gegenphasigen Quellen und tiefen Frequenzen – die für den unkorrelierten Fall errechneten Fehler eine recht gute Näherung (besser als 0,3 dB) für die korrelierten Fälle darstellen, was für eine Anwendung der in [3] vorgeschlagenen Korrektur spricht.

In Zukunft sollte an einigen praxisnahen Schallquellen und realistischen Messflächen- und Messpunktanordnungen untersucht werden, wie groß die Korrelation einzelner Quellbereiche üblicherweise ist, was für Phasenbeziehungen auftreten und wie groß der daraus resultierende Nahfeldfehler ist. Für eine Messvorschrift, in der der Nahfeldfehler nach [3] generell berücksichtigt wird, scheint es des Weiteren überlegenswert zu sein, einen Test zu ermitteln, durch den diejenigen Fälle detektiert werden können, bei denen große Impedanzfehler auftreten.

## Literatur

- [1] *Guide to the expression of uncertainty in measurement*. 1. Ausgabe, 1993, ISO, Genf
- [2] HÜBNER, G.: *Analysis of errors in measuring machine noise under free-field conditions*. JASA 54(4), 1973, 967-977
- [3] PROBST, W.: *Checking of sound emission values*. Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz, Fb 851, Dortmund/Berlin, 1999
- [4] HÜBNER, G.: *Maschinenakustik A – Schallabstrahlung*. Skript zur gleichnamigen Vorlesung an der Universität Stuttgart, 2000
- [5] HÜBNER, G.; GERLACH, A.: *Bestimmung des Emissionsschalldruckpegels am Arbeitsplatz mit Hilfe der Schallintensitätsmessung*. Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz, Fb 892, Dortmund/Berlin, 2000