

Schallstrahleridentifikation mit der Randlelementmethode

Bodo Nolte und Delf Sachau

Institut für Mechanik, Universität der Bundeswehr Hamburg; Email: bodo.nolte@unibw-hamburg.de

Einleitung

Ein Gebiet der Randlelementmethode ist die inverse Problemstellung, bei der mit den Messdaten auf einer Messoberfläche, die einen Schallstrahler vollständig umschließt, auf diesen zurückgeschlossen werden soll. Vorteil dieser berührunglosen Messung ist es, dass auch Schallstrahler mit schwer zugänglicher Oberfläche oder mit sehr heißen Oberflächen vermessen werden könnten, ohne dass die Sensorik beeinflussend wirkt. Zur Schallstrahlerrekonstruktion wurden in den letzten Jahren einige Fortschritte mit verschiedenen Methoden erzielt. Eine Methode, die schon seit mehreren Jahren bekannt ist und auf Wellengesetzen der Optik basiert, ist die sogenannte akustische Holographie [1], [2]. Allerdings war diese Methode nicht sehr verbreitet, bis deutliche Verbesserungen Mitte der 80-er Jahre in Form der akustischen Nahfeldholographie [3],[4] eingeführt wurden (nearfield acoustic holography NAH, Fourier Akustik, räumliche Schallfeldtransformation STSF (B&K [5])), mit der eine wesentlich höhere räumliche Auflösung erzielt werden konnte als mit dem herkömmlichen holographischen Verfahren. Inzwischen kommt dieses Verfahren in diversen kommerziell verfügbaren Programmpaketen zur Anwendung. Ein Nachteil, der sich aus der akustischen Holographie ergibt, ist die mangelnde Möglichkeit beliebig geformte Oberflächen zu erfassen. Eine ganz andere Herangehensweise ist die inverse Formulierung der Randlelementmethode. Hier wurden Verfahren entwickelt und verfeinert, die in der Lage sind, beliebige Oberflächen (arbitrarily shaped surfaces) zu identifizieren. Dabei tritt jedoch häufig das Problem auf, dass die entstehenden Gleichungssysteme schwer lösbar sind, da sie zum Teil schlecht konditioniert oder sogar singular werden (Stabilität!). Arbeiten hierzu finden sich u.a. in diversen Veröffentlichungen aus den 90-er Jahren [6], [7], [8], [9], [10], [11] (Auszug). Ein Nachteil dieser Verfahren ist die Notwendigkeit der Invertierung gewisser Systemmatrizen. In dieser Arbeit wird die inverse Randlelementmethode aufbauend auf BEMCUP-3D (Randlelementsoftware) [12] realisiert. Hierbei ist es nicht notwendig die Systemmatrizen der Struktur zu invertieren.

Lösung des inversen Problems

Idee

Unter der Idee des ‚Inversen Problems‘ der Randlelementmethode wird hier verstanden, dass um einen Schallstrahler auf einer ihn umgebenden Hüllfläche der Schalldruck \bar{p} gemessen wird und aus dieser Information auf Druck p und Schnelle v in Normalenrichtung des Schallstrahlers geschlossen wird. In Abbildung 1 (links) ist ein Schallstrahler dargestellt, dessen Geometrie bekannt ist. Auf einer dieser Geometrie umgebenden Hüllfläche wird der Schalldruck \bar{p} gemessen. In einem ersten Schritt ist es nun notwendig, die Schnelle v auf der Messoberfläche in Normalenrichtung zu bestimmen. Hierzu wird das korrespondierende Außenraumproblem der Messoberfläche (Abb. 1 rechts) berechnet. Nachdem Druck \bar{p} und Schnelle \bar{v} auf der Messoberfläche bekannt sind, kann das eigentliche inverse Problem angegangen werden. Der nächste Schritt ist die Berechnung des unbekanntes Drucks p und der unbekanntes Schnelle v auf der Oberfläche des Schallstrahlers.

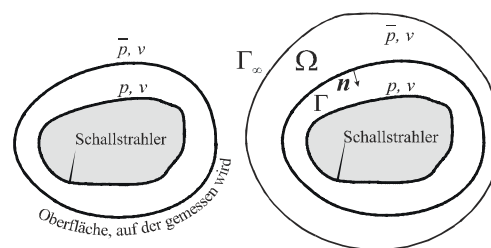


Abb. 1: Problemstellung – korrespondierendes Außenraumproblem

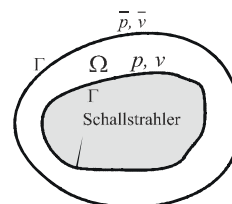


Abbildung 2: Inverse Problemstellung

Es ergibt sich die in Abbildung 2 dargestellte Situation. Hier wird durch Lösung des skizzierten Innenraumproblems (Ω) das Gleichungssystem der Form $\mathbf{H}\bar{p} = \mathbf{G}\bar{v}$ aufgestellt. Die Vektoren \bar{p} und \bar{v} enthalten dabei sowohl die bekannten als auch die unbekanntes Drücke \bar{p} und p bzw. Schnellen \bar{v} und v am diskretisierten Rand. Nachdem das Gleichungssystem geeignet umpartitioniert wird, kann es gelöst werden. Stehen auf dem Messrand mehr Knoten zur Verfügung als auf dem Schallstrahler, so ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem, welches im Sinne der Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate gelöst wird.

Realisierung

Zur Lösung des ‚Inversen Problems‘ sind die Schritte nötig, die im vorigen Kapitel genannt wurden. Dabei wurden die Randlelementberechnungen mit dem Programm BEMCUP-3D realisiert. Die restlichen Aufgaben wie die Vorgabe von sinnvollen Druckvorgaben auf dem Messrand und das Umpartitionieren des Gleichungssystems wurden in Fortran 95 programmiert.

Erzeugen eines Modells

In einem ersten Schritt wird ein Netz zweier ineinander liegender Hüllflächen (Messfläche + Schallstrahler) erstellt. Mit Hilfe dieser erzeugten Netze und des BEM-Programms werden die Systemmatrizen \mathbf{H} und \mathbf{G} in Dateien gespeichert. Die beiden Systemmatrizen werden später noch benötigt, um das eigentliche inverse Problem zu lösen.

Druckvorgabe auf dem Rand (Messfläche)

Um sinnvolle Werte für den Druck auf dem Rand vorzugeben, ist eine Möglichkeit von bekannten analytischen Lösungen - z.B. der des Kugelstrahlers Nullter oder Erster Ordnung - den Druck für jeden Knoten auf der äußeren Hüllfläche (Messfläche) zu berechnen. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, mit Hilfe einer Nachlaufberechnung den Druck auf der Hüllfläche (der Messoberfläche) zu berechnen, und zwar so, dass man auf dem Schallstrahler eine Druckverteilung vorgibt. Beide Möglichkeiten erlauben es, die Ergebnisse zu kontrollieren, da die Lösung auf dem Rand des

Schallstrahlers bekannt ist. Im Weiteren Verlauf wird jedoch ausschließlich auf die Vorgabe der analytischen Lösung zurückgegriffen, da bei der analytischen Lösung genauere Berechnungen durchgeführt werden können und somit die Ergebnisse nicht von der Güte der Nachlaufberechnung abhängen.

Umpartitionieren des Gleichungssystems

Wie bereits erwähnt, ergibt sich für die Lösung des Innenraumproblems zweier ineinander geschachtelter Hüllflächen (Messfläche + Schallstrahler) ein Gleichungssystem der Form $\mathbf{H}\vec{p} = \mathbf{G}\vec{v}$. Die Matrizen \mathbf{H} und \mathbf{G} sind dabei komplexe quadratische ($n \cdot n$)-Matrizen, wobei n die Anzahl der Knoten auf beiden Hüllflächen ist. Sei m die Anzahl der Knoten auf der äußeren Hüllfläche, also die Anzahl der Knoten auf denen Druck und Schnelle bekannt sind, so ist $n-m$ die Anzahl der Knoten, deren Druck und Schnelle berechnet werden soll. Man kann nun das Gleichungssystem aufteilen in einen Teil, deren Komponenten im Vektor bekannt (gekennzeichnet durch den Index "1") sind, und einen Teil mit unbekanntenen Komponenten (gekennzeichnet durch den Index "2")

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1} & \mathbf{H}_{1,2} \\ \mathbf{H}_{2,1} & \mathbf{H}_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{p}_1 \\ \vec{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1,1} & \mathbf{G}_{1,2} \\ \mathbf{G}_{2,1} & \mathbf{G}_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{bmatrix} \quad \text{eq.1}$$

Da die Vektoren \vec{p}_1 und \vec{p}_2 nicht zwingend von gleicher Dimension sind, sind die Matrizen $\mathbf{H}_{1,2}$, $\mathbf{H}_{2,1}$, $\mathbf{G}_{1,2}$ und $\mathbf{G}_{2,1}$ nicht zwingend quadratische Matrizen. Stellt man das Gleichungssystem um und stellt die bekannten Größen nach rechts und die Unbekannten nach links, so ergibt sich folgendes Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,2} & -\mathbf{G}_{1,2} \\ \mathbf{H}_{2,2} & -\mathbf{G}_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{p}_2 \\ \vec{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{H}_{1,1} & \mathbf{G}_{1,1} \\ -\mathbf{H}_{2,1} & \mathbf{G}_{2,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{p}_1 \\ \vec{v}_1 \end{bmatrix} \quad \text{eq.2}$$

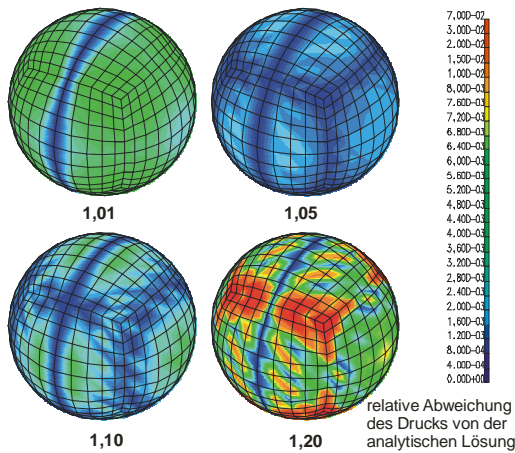


Abbildung 3: Fehleranalyse auf der inneren Kugel (Radius 1,00) bei verschiedenen großen äußeren Kugeln (Hüllflächen, Messflächen), Vorgabe: Analytische Lösung Kugelstrahler 1. Ordnung

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit befasst sich mit einer möglichen ‚Inversen Formulierung‘ der Randelementmethode. Es ist auf einem Teilgebiet des gesamten Randes (eine geschlossene Hüllfläche um einen Körper, Messfläche) zunächst nur der Druck bekannt. Nimmt man an, dass der Raum um die Hüllfläche mit der Druckinformation von einem unendlichen Raum umgeben ist, so gilt die Sommerfeldsche Ausstrahlbedingung im Unendlichen unter dessen Ausnutzung die fehlende Schnelle in Normalenrichtung auf der äußeren Hüllfläche berechnet werden kann. Mit der Information Druck und Schnelle auf dem Messrand kann nun das inverse Problem gelöst werden,

indem das Gleichungssystem des Innenraumproblems problemangepasst (Abb. 2, eq. 2) umpartitioniert wird.. Es wurde anhand einer Parameterstudie festgestellt, welche Einflüsse Messfehler, Geometrie der Hüllflächen und andere Einflussfaktoren (Frequenzabhängigkeit, Abstand der Flächen etc.) haben [13]. Wie auch bei der herkömmlichen Randelementmethode tritt bei der inversen Formulierung der Effekt auf, dass sehr dünne Strukturen fehlerbehaftet berechnet werden (Singularitäten!) (Abb. 3 Radius 1,01). Außerdem wurde erwartungsgemäß festgestellt, dass die Strukturen keinen zu großen Abstand zueinander haben dürfen. Mit Hilfe von überbestimmten Gleichungssystemen in Verbindung mit Gleichungslösern, die ein überbestimmtes Gleichungssystem nach dem Prinzip der kleinsten Fehlerquadrate lösen können, können die Ergebnisse entscheidend verbessert werden. Es wurde beobachtet, dass die Lösung sehr stark von der Größe der verwendeten Elemente abhängt und auch die Anordnung der äußeren in Bezug auf die inneren Elemente eine Rolle spielt [13]. Auch für ein Innenraumproblem kann eine inverse Darstellung gefunden werden. In Abb. 4 ist diese Problematik an einem 1D-Beispiel gezeigt.

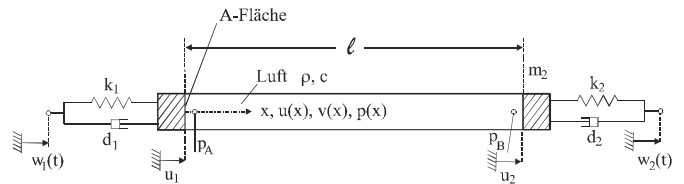


Abb. 4: Grundlagenuntersuchung (1D) Innenraumproblem

Danksagung: Herrn Prof. Dr. rer. nat. H.-J. Seifert wird für Anregungen, wertvolle Hinweise und Diskussionen herzlichst gedankt.

- ¹ Gabor, D.: Microscopy by reconstructed waveforms – Proc. Roy. Soc., Ser. A Vol 197, p.454, 1949
- ² Gabor, D.: Microscopy by reconstructed waveforms II– Proc. Roy. Soc., Ser. A Vol 197, p.449, 1951
- ³ Maynard, J.D.; Williams, E.G.; Lee, Y.: Nearfield acoustic holography I, J. of the Ac. So. Am, Vol 78, No.4, pp 1395-1413, 1985
- ⁴ Veronesi, W.A.; Maynard, J.D.: Nearfield acoustic holography II, J. of the Ac. So. Am, Vol 81, No.5, pp 1307-1322, 1987
- ⁵ Hald, J.: Time Domain Acoustical Holography, In: Proc. Of INTER NOISE 95, Newport Beach, Vol II, pp 1349-1354
- ⁶ Veronesi, W.A.; Maynard, J.D.: Digital holographic reconstruction of sources with arbitrarily shaped surfaces, J. of the Ac. So. Am, Vol 85, No.2, 1994
- ⁷ Bai, Mingsian R.: Application of BEM-based acoustic holography to radiation analysis of sound sources with arbitrarily shaped geometries, J. of the Ac. So. Am, Vol. 92, No. 1, pp 533-549, 1992
- ⁸ Bonnet, M.: A numerical investigation for sound inverse problems in linear acoustics, J. Acoustique, Vol 4, pp 307-334, 1991
- ⁹ Kim, B.-K.; Ih, J.-G.: Reconstruction of vibro-acoustic field of car panels in acoustic BEM, Proc. of INTER-NOISE, Vol II, pp 1341-1344, 1995
- ¹⁰ Augustinovicz, F.; Tournour, M.: Reconstruction of source strength distribution by inverting the boundary element method, Erschienen in: Boundary Elements in Acoustic, WIT Press, pp 243-284, Hrsg.: Otto von Estorff, 2000
- ¹¹ Fleischer, H.: Erkennung ebener Schallstrahler mit Hilfe der Fourier-Akustik, Acustica, Vol.65, No. 5, pp 219-231, 1988
- ¹² Nolte, B.: Randelementberechnungen und Nahfeldmessungen zur akustischen Fluid-Struktur-Interaktion, Dissertation, Universität der Bundeswehr Hamburg, 1998
- ¹³ Nolte, B.; Sachau, D.; Schäfer, I.; Schmuhl, B.; H.-J. Seifert: Rekonstruktion beliebig geformter Strahler mit der Randelementmethode, In: Tagungsband der 13. Arbeitstagung ‘Anwendungen der Akustik in der Wehrtechnik’, pp 409-432, Hrsg.: Bodo Nolte, 2002