

Numerische Simulation von cw-Wellenfeldern hoher Intensität

A. Döhle^{1,2}, J. Hoffelner², H. Landes³, R. Lerch²

¹ Robert Bosch GmbH, Stuttgart; ² Lehrstuhl für Sensorik, Universität Erlangen, Erlangen; ³ WisSoft, Buckenhof
Email: annekathrin.doehle@de.bosch.com

Einleitung

Hochleistungs-Ultraschall ist zu einem wichtigen Bestandteil in einer Vielzahl von medizinischen und industriellen Anwendungen geworden. Damit nichtlineare akustische Effekte bei solchen Anwendungen bereits in der Entwicklungsphase berücksichtigt werden können, ist die Verfügbarkeit entsprechender Simulationswerkzeuge nötig. Hierzu wurde von den Autoren das Simulationsprogramm CAPA^[1] um eine Finite-Elemente-Formulierung der Kuznetsov-Gleichung erweitert. Dieses Verfahren wurde erfolgreich bei der Untersuchung gepulster fokussierender hochintensiver Ultraschallquellen eingesetzt^[2]. In vielen industriellen Anwendungen arbeiten die Schallquellen jedoch nicht im Puls-, sondern im Dauer(cw)-Betrieb (Sonochemie, Ultraschallreinigung). In solchen Fällen werden zusätzliche Effekte durch die Überlagerung von Wellenzügen beobachtet, z.B. die Entstehung von stehenden Wellen. In diesem Artikel wird nun über die Anwendung des Berechnungsverfahrens auf nichtlineare stehende Wellen berichtet. Zur Verifizierung der Berechnungen werden numerische Ergebnisse für ebene stehende Wellen mit analytischen Lösungen verglichen. Sodann werden nichtlineare Effekte in akustisch generierten Strömungsfeldern sowie nicht-ebene nichtlineare Stehfelder untersucht.

Theorie

Die numerischen Simulationen basieren auf der nichtlinearen Wellengleichung von Kuznetsov^[3]

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(b \nabla^2 \psi + \frac{B/A}{2c_0^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + (\nabla \psi)^2 \right).$$

Dabei ist Ψ das skalare Geschwindigkeitspotential, b ein Dämpfungskoeffizient des Mediums, c_0 die Schallgeschwindigkeit im ruhenden Medium und B/A der Nichtlinearitätsparameter. Die Umsetzung der Gleichung in eine Finite-Elemente-Formulierung wurde bereits in einer früheren Arbeit^[2] geschildert.

Die Kraftwirkung, die eine Flüssigkeit durch eine Schallwelle erfährt, entsteht durch Gradienten in der Schallfeldverteilung. In den hier besprochenen Fällen kann die Kraftdichte durch den Gradienten der Reynolds-Spannungen beschrieben werden^[4]

$$F_j^R = - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_i}.$$

Dabei sind u_i , $i=1,2,3$, die Komponenten der Schallschnelle in den Koordinatenrichtungen, über deren Produkt zeitlich gemittelt wird.

Ebene nichtlineare stehende Wellen

In einer früheren Arbeit^[2] wurden Simulationsergebnisse für laufende ebene nichtlineare Wellen mit den analytischen Lösungen von Fay und Fubini verglichen und es zeigte sich, dass die nichtlinearen Effekte sehr gut reproduziert werden. Strahlt eine cw-

Schallquelle in einen begrenzten Raum ab, z.B. in eine Reinigungswanne oder einen Sonoreaktor, bilden sich durch die Überlagerung der reflektierten Wellenzüge stehende Wellen aus. Bei zunehmender Amplitude des Schallfelds zeigen sich dabei auch bei Stehwellen nichtlineare Effekte.

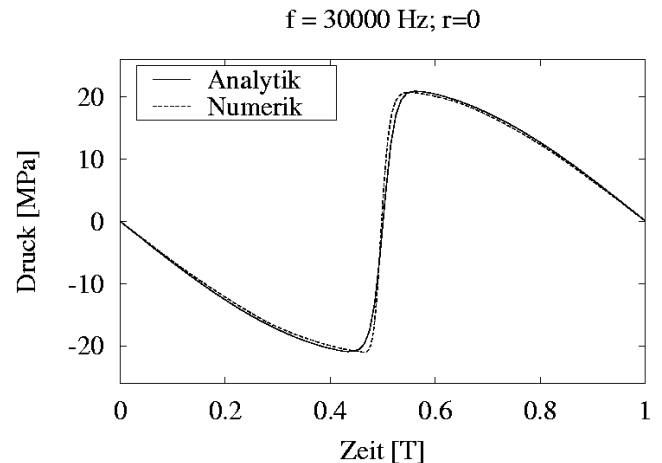


Abbildung 1: Ebene nichtlineare stehende Welle; Kolbenauslenkung $d=10\mu\text{m}$, Kolbenfrequenz 30kHz (=Resonanz), Medium: Wasser

Für nichtlineare ebene stehende Wellen, wie sie sich z.B. in Wellenleitern oder engen Bohrungen ausbilden, existiert eine auf W. Chester^[5] zurückgehende analytische Lösung. Die numerisch berechneten Wellenformen wurden zur Verifizierung mit den analytischen Lösungen verglichen. In der Simulation wurde das Schallfeld in einem hart berandeten Kanal berechnet, der an einem Ende von einem Kolben sinusförmig angeregt wird. Es wurden Rechnungen sowohl für luft- als auch wassergefüllte Röhren durchgeführt, jeweils für eine durch die Rohrlänge bestimmte Resonanzfrequenz und für Frequenzen knapp über- oder unterhalb der Resonanz. Das Drucksignal wurde dabei an dem Ende der Röhre aufgezeichnet, an dem durch den harten Abschluß automatisch ein Druckmaximum vorliegt. Da die Kuznetsov-Gleichung eine Zeitbereichsformulierung darstellt, wurde mit der Auswertung des Drucksignals erst nach dem Verstreichen der Einschwingzeit begonnen. In allen betrachteten Fällen ergab sich eine gute Übereinstimmung von numerischer und analytischer Lösung (Beispiel siehe Abb. 1).

Nichtlineare Effekte zeigen sich auch bei der Verteilung der Druckamplitude entlang der Röhre. In der Simulation traten bei hoher Anregungsamplitude Schockfronten auf, welche im Rohr hin- und herlaufen und sich überlagern, eine Tatsache, die auch in Messungen^[6] beobachtet wurde. Da die laufenden Schockfronten jeden Punkt im Rohr passieren, gibt es im Gegensatz zum linearen Fall keine Nullstellen der Druck-Amplitude mehr (Druckknoten). Auch diese Facette der Nichtlinearität wird von der Simulation widergespiegelt, wie aus Abbildung 2 ersichtlich ist. Die steile Flanke der Wellenform in Abbildung 1 signalisiert die Ankunft einer solchen Schockfront.

In einem Schallfeld, dessen Amplitude räumlich variiert, bildet sich eine globale Flüssigkeitsbewegung aus, das sogenannte „acoustic

streaming“. In einer ebenen stehenden Welle spricht man von „Rayleigh-Streaming“: aus der Literatur ist bekannt, daß sich in solchen Fällen eine Struktur aus Wirbelpaaren ausbildet, die die Flüssigkeit in der Mitte der Röhre vom Knoten zum Bauch des Schallfelds und an der Wand wieder zurück zum Knoten transportiert.

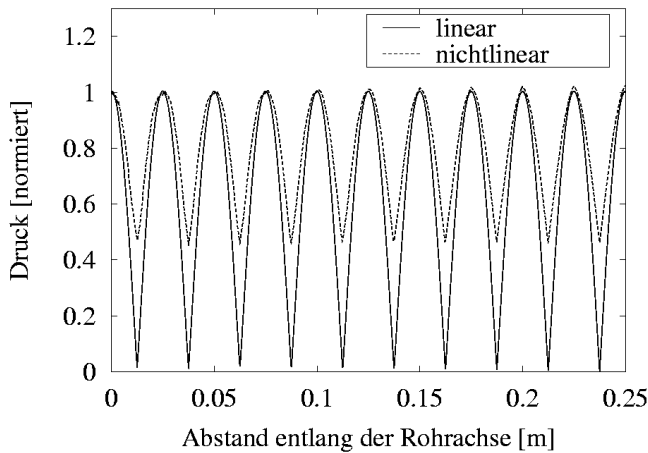


Abbildung 2: Ebene nichtlineare stehende Wellen: Verteilung der Druckamplitude entlang der Rohrachse.

Mit CAPA wurde die Kraftdichteverteilung für unterschiedliche Anregungsfrequenzen und Anregungsstärken berechnet. Diese Kraftdichten wurden als Anregungen für Strömungssimulationen verwendet, in der dann das akustisch induzierte Strömungsfeld für eine ebene stehende Welle berechnet wurde. In Abbildung 3 sind die Stromlinien für zwei unterschiedliche Fälle dargestellt, zum einen für eine aus einer linearen Schallfeldberechnung resultierende sinusförmige Kraftdichteverteilung, zum anderen für eine Kraftdichte aus einer nichtlinearen Schallfeldberechnung, wobei sich für die Kraftdichte die Form eines aufgesteilten Sinus ergibt. Man erkennt in beiden Fällen die Wirbelstruktur des Rayleigh-Streaming, im nichtlinearen Fall verzerren sich die Wirbel zum steilen Anstieg in der Kraftdichte hin. Analoge Ergebnisse wurden von Menguy und Gilbert⁷ mit Hilfe eines Näherungsansatzes erzielt.

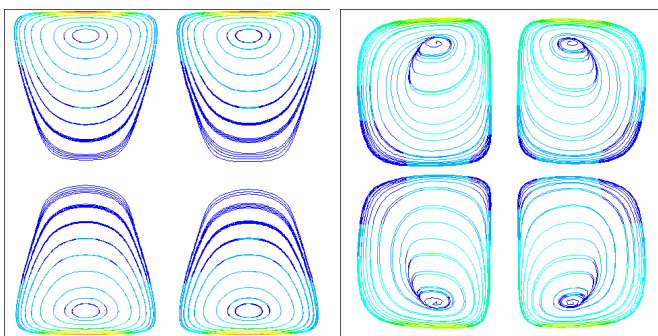


Abbildung 3: Ebene nichtlineare stehende Welle: Rayleigh-Streaming, erzeugt von einem linearen (links) bzw. nichtlinearen (rechts) Schallfeld.

Nicht-ebene nichtlineare stehende Wellen

Ebene stehende Schallfelder beschreiben nur einen Teil der industriellen Anwendungen von hochintensivem Ultraschall. In vielen Fällen (Reinigung, Sonochemie) liegen nicht-ebene stehende Schallfelder vor. Auch solche Felder können mit Hilfe der in CAPA implementierten Kuznetsov-Gleichung berechnet werden. Als

Beispiel soll deshalb hier das nichtlineare Schallfeld in einem schallhart abgeschlossenen Zylinder diskutiert werden. In der Simulation wurde ein wassergefüllter Zylinder mit einem Radius von 64mm betrachtet, der von einem mittig angebrachten Kolben mit Radius 25mm angeregt wurde. Als Anregungsfunktion wurde ein Sinus mit einer Frequenz von 22kHz gewählt und die Auswertung der Drucksignale erfolgte wieder nach einer Einschwingzeit. Als Wellenform ergibt sich für nichtlineare Rechnung eine U-Form, die aufgrund einer phasenverschobenen Überlagerung der höheren Harmonischen auch zu erwarten ist. In Abbildung 4 ist die Verteilung des Schalldrucks für die lineare bzw. die nichtlineare Rechnung dargestellt. Auch hier zeigt sich wieder die Aufhebung der Nullstellen wie bei den ebenen Wellen. Zusätzlich sieht man eine Verformung der linearen Verteilung infolge der Generierung von höheren Harmonischen.

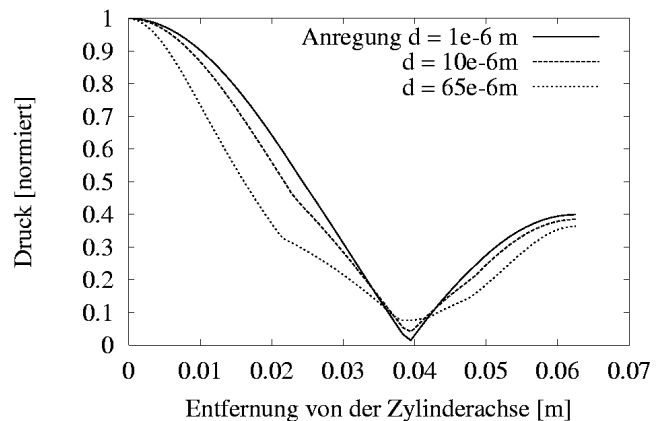


Abbildung 4: Nicht-ebene nichtlineare stehende Wellen: Verteilung der Schalldruckamplitude entlang des Zylinderbodens für unterschiedliche Anregungsfrequenzen.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde gezeigt, dass die in CAPA zur Verfügung stehende Finite-Element-Formulierung der Kuznetsov-Gleichung auch für cw-betriebene Schallquellen anwendbar ist. Es wurden unterschiedliche Aspekte nichtlinearer stehender Wellen untersucht und mit analytischen Lösungen und Messungen aus der Literatur verglichen. Dabei wurde auch das Rayleigh-Streaming in einer Röhre mit Hilfe von CAPA und einer anschließenden Strömungssimulation numerisch berechnet, sowohl für lineare als auch für nichtlineare Schallfeldsimulationen.

¹ H. Landes; M. Kaltenbacher: CAPA User Manual, University of Erlangen-Nuremberg, 2000

² J. Hoffelner; H. Landes; R. Lerch: Numerical simulation of nonlinear wave propagation in thermoviscous fluids including dissipation, Trans. on Ultr., Ferr., and Freq. Control, Vol. 48, No. 3, May 2001, pp. 779-786

³ V. P. Kuznetsov: Equations of Nonlinear Acoustics, Soviet Physics – Acoustics 16 (4) pp. 467 - 470 (1971)

⁴ Sir J. Lighthill: Acoustic Streaming, Journal of Sound and Vibration 61 (3), pp. 391 - 418 (1978)

⁵ W. Chester, Resonant oscillations in closed tubes, J. Fluid Mech. 18, pp.44-64 (1964)

⁶ R. A. Saenger, G. E. Hudson, Periodic Shock Waves in Resonating Gas Columns, J. Acoust. Soc. Am. 32, 961-970 (1960)

⁷ L. Menguy, J. Gilbert, Nonlinear acoustic streaming in cylindrical guides, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 326, Iib, pp. 643-648, 1998