

Quantitative Bewertung von Partikelmodellierungen akustischer Kavitation

Philipp Koch, Robert Mettin, Jürgen Appel und Werner Lauterborn

(1) Drittes Physikalisches Institut, Universität Göttingen, Bürgerstr. 42-44, 37073 Göttingen
E-mail: P.Koch@dpi.physik.uni-goettingen.de

Einleitung

Die Bewegung von Kavitationsblasen [1] in beschallter Flüssigkeit wird mit Hilfe eines Partikelansatzes modelliert. Als Ausgangsdaten dienen stereoskopische Hochgeschwindigkeitsaufnahmen. Vorgestellt werden quantitative Vergleiche zwischen den Aufnahmen und der Simulation. Die Bewertung unterschiedlicher Modellierungen soll zu verbesserten numerischen Beschreibungen führen.

Im Unterschied zu Ansätzen mit kontinuierlicher Blasenverteilung im Raum versucht die Partikelmodellierung, einzelne Blasen und ihre Bewegung als Reaktion auf angreifende Kräfte zu erfassen [2, 3]. Dieser Ansatz folgt der Beobachtung, dass in vielen Fällen die sichtbare Blasendichte in akustischen Kavitationsstrukturen durchaus überschaubar ist (bis zu etwa einigen Tausend pro cm^3 , oft auch deutlich weniger, siehe Abb. 1). Da es experimentell inzwischen möglich ist, das dreidimensionale Translationsverhalten in nicht zu dicht mit Blasen bevölkerten Bereichen weitgehend zu rekonstruieren [4], kann eine echte eins-zu-eins-Simulation versucht werden. Ziel ist eine hinreichend genaue Wiedergabe der Beobachtung unter Einbeziehung der zugänglichen Messgrößen. Da bisher nicht alle experimentellen Parameter bestimmt werden können und außerdem gewisse Simulationsparameter angepasst werden können, handelt es sich um eine Art Optimierung.

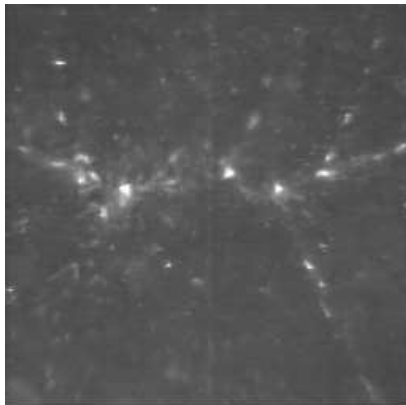


Abbildung 1: Aufnahme der untersuchten Filamentstruktur (Bild aus der Hochgeschwindigkeitsserie, rechte Kamera, Belichtungszeit $444 \mu\text{s}$, Bildbreite 1 cm, Anregungsfrequenz 22900 Hz, Wechseldruckamplitude ca. 130 kPa).

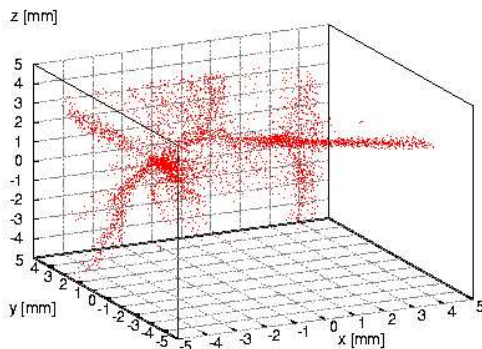


Abbildung 2: Dreidimensionale Rekonstruktion der Blasenstruktur über 200 Bilder der Serie (entspricht 88 ms). Alle beobachteten Blasenorte sind als Punkt eingezeichnet.

Ausgangspunkt ist ein Blasenfilament, von dem eine Kurzeitaufnahme in Abb. 1 zu sehen ist. Die Struktur wurde in einer wassergefüllten Plexiglküvette ($5 \times 5 \times 5 \text{ cm}^3$) bei 22900 Hz nahe des Druckbauches erzeugt und stereoskopisch aufgenommen. Eine Serie über 1000 Bilder (Bildrate 2250 pro Sekunde) lieferte die experimentellen Vergleichsdaten. Nach dreidimensionaler Rekonstruktion und Blasenverfolgung ("tracking") können die Blasenbewegungen nachvollzogen werden. Abbildung 2 zeigt die Blasenorte über einen Teil der Serie. Die Erfassung der Blasenradien ist allerdings nur mit einer reduzierten Bildrate über eine dritte Kamera möglich. Diese Information liegt nur alle 39 Bilder einmal vor.

Modellierung

Das Vielblasenmodell beinhaltet die Erzeugung von Blasen an den im Experiment beobachteten Erscheinungsorten sowie ihre Translation unter dem Einfluss von primärer (\vec{F}_{Bp}) und sekundärer Bjerkneskraft (\vec{F}_{Bs}), Trägheitskraft der virtuellen Masse (\vec{F}_{M}) und einer Reibungskraft (drag force, \vec{F}_{D}):

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{Bp}}^i &= -\langle \vec{\nabla} p \cdot \mathbf{v}^i \rangle_{\text{T}} \\ \vec{F}_{\text{Bs}}^i &= \frac{\rho}{4\pi} \sum_{j \neq i} \langle \dot{\mathbf{v}}^i \cdot \dot{\mathbf{v}}^j \rangle_{\text{T}} \frac{\vec{d}^{i,j}}{|\vec{d}^{i,j}|^3} \\ \vec{F}_{\text{M}}^i &= \frac{\rho}{2} \langle \mathbf{v}^i \rangle_{\text{T}} \ddot{\mathbf{x}}^i \\ \vec{F}_{\text{D}}^i &= -\alpha \pi \mu \langle R^i \rangle_{\text{T}} \dot{\mathbf{x}}^i.\end{aligned}$$

Hierbei stehen $\langle \cdot \rangle$ für Zeitmittelung über eine Periode, R^i und V^i für Radius bzw. Volumen der i -ten Blase, \mathbf{x}^i für ihren Ort, $\vec{d}^{i,j}$ für den Abstandsvektor $\mathbf{x}^j - \mathbf{x}^i$, und ρ und μ sind Flüssigkeitsdichte und Viskosität. Der Parameter α in der Reibungskraft variiert je nach Annahme über die Blasenrenzschicht [6]. Für den Fall einer oszillierenden und translatierenden sphärischen Blase [5] erwartet man den Wert $\alpha = 12$. Falls die Blasen sich berühren würden, findet eine Kollision und Verschmelzung mit Ruhelumenerhaltung statt. Die Blasenradien sind durch Oberflächeninstabilitäten begrenzt, was ebenfalls im Modell berücksichtigt wird. Die Blasen, bei denen eine Information über ihre Größe fehlt, werden mit dem mittleren aller beobachteten Radien erzeugt. Es ist zu beachten, dass die Ruherradien aus den aufgenommenen Radien (in etwa den Maximalradien) zurückberechnet werden. Die Rückrechnung ist abhängig von der lokalen Wechseldruckamplitude. Diese Amplitude wiederum konnte im kavitierenden Medium nur mit einer gewissen Ungenauigkeit gemessen werden: $p_A = 130 \pm 15 \text{ kPa}$. Alle rückgerechneten Ruherradien liegen im Bereich $R_n = 2 \dots 18 \mu\text{m}$.

Quantitative Bewertung

Um die Güte der Simulation bzw. ihrer Parameter beurteilen zu können, bedarf es quantitativer Bewertungskriterien der numerischen Lösungen. Hier bieten sich mehrere Qualitätskriterien an. Näher untersucht wird im Folgenden die mittlere Anzahl der gleichzeitig existierenden Blasen, N , sowie davon unabhängig die Lage des Maximums der Geschwindigkeitsverteilung. Beides wird in Abhängigkeit von den zwei Parametern Wechseldruckamplitude p_A und Reibungskoeffizient α und über die gesamte Sequenz gemittelt untersucht.

In Abb. 3 ist die Güte der Modellierung für das erste Kriterium gezeigt. Aus dieser Betrachtung folgt die beste Übereinstimmung für eine Druckamplitude $p_a = 115$ kPa und einen Koeffizienten $\alpha = 11$. Die absolute mittlere Blasenanzahl kann man Abb. 4 entnehmen, wobei man den Trend erkennt, dass bei kleineren Druckwerten die Blasen längere Lebensdauern haben.

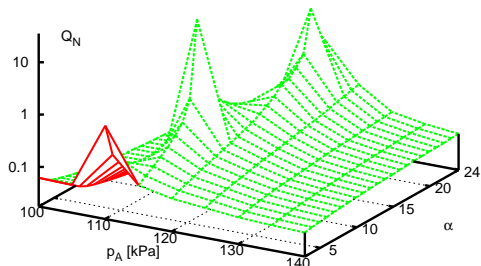


Abbildung 3: Logarithmische Auftragung der Güte bzgl. mittlerer Blasenanzahl $Q_N = 1/|N - N_{exp}|$, wobei $N_{exp} = 29$ der experimentelle Wert ist. Man erkennt ein deutliches Hauptmaximum etwa bei $p_a = 115$ kPa und $\alpha = 11$.

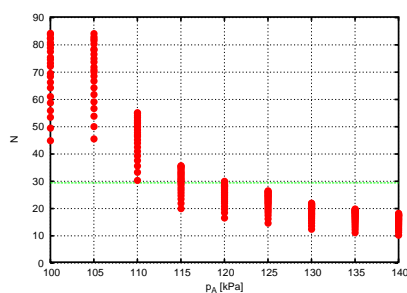


Abbildung 4: Lineare Darstellung der mittleren Blasenanzahl in der Simulation in Abhängigkeit von der angenommenen Schalldruckamplitude p_A . Die vertikale Punktverteilung zeigt die Streuung für verschiedene Werte von α . Der experimentelle Wert von N ist als horizontale gestrichelte Linie eingzeichnet.

Das zweite Gütekriterium ist in Abb. 5 aufgetragen. Hier ergibt sich ein ganz anderes Bild. Erst bei hinreichend großen Druckamplituden und kleinen α liegen die häufigsten Geschwindigkeiten bei denen des Experiments, ansonsten werden sie unterschätzt. Man findet ein Optimum etwa bei $p_a = 130$ kPa und $\alpha = 4$. Dies ist mit den Ergebnissen aus der Blasenanzahl nicht vereinbar.

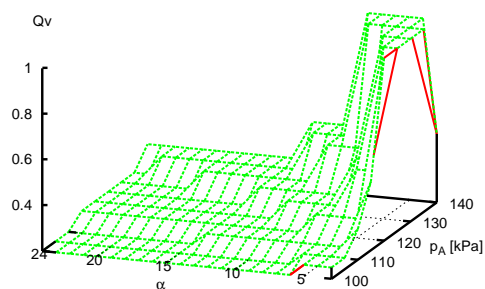


Abbildung 5: Lineare Darstellung der Güte bzgl. des Maximums der Geschwindigkeitsverteilung der Blasen $Q_v = 1/|\bar{v} - \bar{c}_p|$ (Werte > 1 nach oben abgeschnitten).

Ergebnis und Ausblick

Die Beurteilung der Partikelsimulation nach zwei unterschiedlichen Gütekriterien zeigt ein widersprüchliches Bild. Während das Optimum nach der mittleren Blasenanzahl den theoretischen Wert des Reibungskoeffizienten α in etwa trifft, wird der Anregungsdruck eher unterschätzt. Dagegen liefert das Maximum der Geschwindigkeitsverteilung eher den (ungenau) gemessenen Druckwert, aber ein viel zu kleines α . Einen direkten anschaulichen Vergleich der Trajektorien für das letztere Optimum zeigt Abb. 6. Man erkennt frühes

Auseinanderdriften der simulierten und der experimentellen Blasenwege. Diese Divergenz kann als ein weiteres Gütekriterium betrachtet werden. Abbildung 7 zeigt eine Auftragung des mittleren Abstandes zwischen gerechneten und gemessenen Blasen trajektorien über die Zeit für den Simulationsparametersatz von Bild 6. Man erkennt Divergenzraten der Größenordnung 1 mm pro 5 frames (45 cm/s), was im Bereich der Blaugeschwindigkeiten liegt und daher eigentlich unakzeptabel hoch ist.

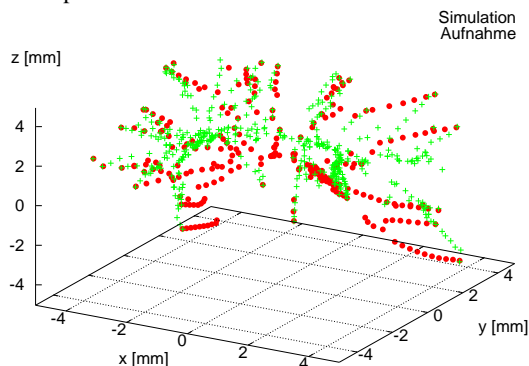


Abbildung 6: Simulierte und gemessene Blasen trajektorien für die Parameter $p_a = 130$ kPa und $\alpha = 4$ (Ausschnitt aus der Sequenz).

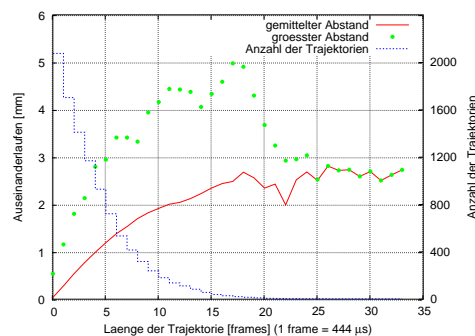


Abbildung 7: Divergenz zwischen experimentellen und simulierten Blasenwegen (Zeit in Kamerabildern = frames angegeben). Aufgetragen sind der mittlere und der jeweils größte Abstand nach n Bildern für alle Trajektorien der Filmsequenz vom Blasenursprung bis zur ersten Kollision. Die stufige Kurve zeigt die Anzahl der Trajektorien, die die jeweilige Länge erreichen und über die gemittelt wurde (Simulationsparameter wie in Abb. 6).

Aus den bisherigen Ergebnissen folgt, dass offenbar noch unbekannt oder unbestimmte Parameter in die Blasenbewegung Eingang finden müssen, um bessere Übereinstimmung zu erreichen. Vollständige Reproduktion des Experiments kann man sicher nicht erwarten, da es sich um ein intrinsisch sensitives System (ähnlich dem gravitativen Vielkörperproblem) handelt. Allerdings erhoffen wir uns von genauerer Bestimmung der Ruherradien sowie von Berücksichtigung eventueller Abspaltungseffekte weitere Verbesserung. Letzteres soll z.B. durch gezielte Experimente mit wenigen Blasen untersucht werden.

- [1] T.G. Leighton: *The Acoustic Bubble*. Academic Press 1994.
- [2] R. Mettin, S. Luther, C.-D. Ohl und W. Lauterborn: *Acoustic cavitation structures and simulations by a particle model*. *Ultrasonics Sonochemistry* 6, 25-29 (1999).
- [3] P. Koch: *Simulation der Bewegung akustischer Kavitationsblasen durch ein Partikelmodell*. Diplomarbeit, Universität Göttingen, 2001.
- [4] J. Appel, D. Krefting, R. Mettin und W. Lauterborn: *Stereoskopische Hochgeschwindigkeitsaufnahmen von Kavitationsblasenstrukturen*. DAGA 2002, Bochum.
- [5] J. Magnaudet & D. Legendre: *The viscous drag force on a spherical bubble with a time-dependent radius*. *Phys. Fluids* 10, 550-554 (1998).
- [6] G.K. Batchelor: *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2000.