Messunsicherheit von Schalldämmungsmessungen in der Praxis

Dr. Peter Krämer

Akustikbüro Krämer & Stegmaier GmbH, 10553 Berlin, Email: Info@Akustik-Berlin.de

Abstract

In der DIN EN ISO 140, Teil 2 sind seit langem Genauigkeit und Präzision im allgemeinen sowie Wiederhol- und Vergleichspräzision, entsprechende Standardabweichungen und Grenzen im besonderen für Messungen des Schalldämm-Maßes und des Norm-Trittschallpegels anhand von Ringversuchen beschrieben /1/.

Auf Basis des GUM-Leitfadens /2/ untersuchten Goydke et al. den Einfluss des (frequenzabhängigen) Schalldämm-Maßes auf das bewertete Schalldämm-Maß als Einzahlkriterium /3/. Hierbei handelt es sich vor allem um eine Betrachtung der Präzision des Messverfahrens selbst.

An gleicher Stelle wurde durch Martinez eine Fortpflanzung der Unsicherheit für die Ermittlung des bewerteten Schalldämm-Maßes in Abhängigkeit von den empirischen Standardunsicherheiten der primären Eingangsgrößen (Schallenergie Sende-/Empfangsraum, Nachhallzeit, Prüffläche und Volumen) durchgeführt /4/, so dass eine nunmehr eine Abschätzung der Messpräzision der einzelnen Messung durch den Praktiker vor Ort erfolgen kann.

Mit einer modifizierten Fortpflanzung der Messunsicherheit und anhand von Messbeispielen werden die Ergebnisse dieser Betrachtungsweisen diskutiert. Es soll insbesondere auch der Einfluss der Korrelation von Sende- und Empfangsraumpegel betrachtet werden, der bisher ungenügend berücksichtigt wurde.

Die erweiterte Standardunsicherheit U_c für R_w nach Goydke et al. lässt sich darüber hinaus durch Lineare Regression mit dem Spektrumsanpassungswert C_{tr} korrelieren.

1. Einleitung

Die ISO 140 Teil 4 fordert mindestens 2 Lautsprecherpositionen (Abs. 6.2), und mindestens 2 Messungen mit bewegtem Mikrofon (Abs. 6.3.2 b), z.B. eine je Lautsprecherposition /2/, wobei die Norm nicht einmal eine Variation der Schwenkebene oder –position ausdrücklich verlangt. Nur bei Messungen in kleinen Räumen (Raumabmessungen kleiner einer bzw. einer halben Wellenlänge) und in den unteren Frequenzbändern (unter 400 Hz bzw. 100 Hz) fordert Anhang D der Norm eine Erhöhung der Lautsprecherpositionen auf mindestens 3.

In Abschnitt 7 der Norm wird gleichzeitig gefordert, dass das Messverfahren eine zufriedenstellende Wiederholpräzision in Übereinstimmung mit den Anforderungen nach ISO 140, Teil 2 ergibt /1/. An gleicher Stelle wird verlangt, dass die Wiederholpräzision von Zeit zu Zeit (durch das Prüflabor, d.h. die jeweilige Güteprüfstelle) geprüft werden soll, insbesondere bei Änderungen im Verfahren oder der messtechnischen Ausrüstung, und man sollte ergänzen: auch des Personals.

Inwieweit dem genüge getan wird sei dahin gestellt. Leider wird in der Praxis immer wieder beobachtet, dass selbst renommierte und zertifizierte Büros von den genormten Messverfahren oder –geräten abweichen.

Anhand der statistischen Verfahren der ISO 140, Teil 2 und dem Vergleich mit der Wiederholpräzision können solche Messungen auch nachträglich qualifiziert werden, sofern die Messdaten der Einzelmessungen vorliegen. Des weiteren kann das hier vorgestellte Verfahren einer internen Audit-Überprüfung verschiedener Messteams dienen.

Der GUM-Leitfaden /2/ spricht in diesem Zusammenhang von einer „wohl charakterisierten“ Messung unter statistischer Kontrolle. Dieser Leitfaden wurde unter Beteiligung internationaler Organisationen der Metrologie, Chemie, Physik und Elektrotechnik erarbeitet und von ISO und IEC als zu beachtende Technische Regel aufgenommen..

2. Bestimmung der kombinierten Standardunsicherheit

Die kombinierte Standardunsicherheit $u_c(R)$ des Schalldämm-Maßes R lässt sich nach GUM aus den Standardunsicherheiten $u(x_i)$ der Eingangsgrößen X_i des Modells der Messgröße ableiten. Diese ist in Gleichung (5) i.V.m. (7) der ISO 140-4 zur Berechnung des Schalldämm-Maßes R beschrieben /5/. Die in das Modell eingehenden Größen X_i sind die gemessenen Sende- und Empfangsraumegel L_1 und L_2, das Volumen V des Empfangsraumes, die Prüffläche S und die Nachhallzeit T, jeweils in Abhängigkeit von der Terzmittenfrequenz:

$$R = L_1 - L_2 + 10 \cdot \log[(S \cdot T)/(0{,}16 \cdot V)] \qquad (1)$$

Implizit geht übrigens auch die Temperatur über die Schallgeschwindigkeit c in Gl. (7) der Norm ein, da die Konstante 0,16 aus $4 \cdot \ln(10^{-6})/c$ abgeleitet ist, vgl. ISO 354 /6/, auf die in ISO 140-4 zur Messung der Nachhallzeit verwiesen wird.

Bei unkorrelierten Eingangsgrößen X_i berechnet sich die Varianz $u_c^2(R)$ der kombinierten Standardunsicherheit (Normalverteilung von X_i vorausgesetzt) in 1. Näherung zu:

$$u_c^2(R) = \Sigma\, c_i^2 \cdot u^2(X_i) \qquad (2)$$

mit den Empfindlichkeitskoeffizienten $c_i = \delta R/\delta X_i$ als partielle Ableitung von R nach X_i. Daraus folgt mit (1):

$$u_c^2(R) = u^2(L_1) + u^2(L_2) + 10/\ln(10) \cdot [u^2(V)/V^2 + u^2(S)/S^2 + u^2(T)/T^2] \qquad (3)$$

Hinzu kommt die Varianz $u^2(K)$ des Kalibriervorgangs. Wird diese als Rechteckverteilung mit ±0,2 dB angesetzt, so ist $u^2(K) = ⅓ \cdot (0{,}2\ \text{dB})^2$ jedoch vernachlässigbar.

Die o.g. Betrachtungen setzten voraus, dass systematische Einflüsse auf das Messergebnis nach Möglichkeit ausgeschlossen wurden, in das Modell eingeflossen sind oder ansonsten durch weitere Korrektion berücksichtigt werden, die dann ebenfalls bei der Bestimmung der kombinierten Unsicherheit zu berücksichtigen ist.

2.1 Bestimmung der Standardunsicherheiten aus Beobachtung

In der Praxis lassen sich die Standardunsicherheiten der Messgrößen X_i z.B. für Längen- oder Temperaturmessgeräte entweder aus Herstellerangaben, Prüfprotokollen, Datenblättern oder Erfahrungswerten ableiten (Typ B nach GUM). Aber auch bei Verwendung eines Laserdistometers zur Bestimmung von V und S darf dessen hohe Geräte-Genauigkeit nicht darüber hinweg täuschen, dass die Unsicherheiten der Ermittlung höher als die des Messgerätes sind.

Bei mehreren Einzelbeobachtungen der Eingangsgrößen X_i (L_1, L_2, T) lässt sich deren Mittelwert $\bar{x}_i$ als *Schätzung* für den Erwartungswert $E(x)$ der Eingangsgröße und die empirische Standardabweichung $s(x_i)$ der Einzelmessung als *Schätzung* für die Standardabweichung $\sigma(x_i)$der Grundgesamtheit interpretieren (Methode vom Typ A nach GUM).

Bei N Beobachtungen von x_i ist die Standardunsicherheit $u(x_i)$ gleich der empirischen Standardabweichung *des Mittelwertes* mit :

$$u(x_i) = s(\bar{x}_i) = s(x_i) / \sqrt{N} \qquad (4)$$

(für Normalverteilung von x_i). Das bedeutet, die empirische Standardabweichung des Mittelwertes ist bei N Wiederholungen der Beobachtung um den Faktor $1/\sqrt{N}$ kleiner als die der Einzelmessungen. Bei Verdoppelung der Anzahl der Einzelbeobachtungen wird die Unsicherheit des Mittelwertes um rund 30% kleiner. Bei niedrigen Wiederholungszahlen kann eine Erhöhung von N allerdings deutlich wirksamer sein, falls auch der Bereich des Vertrauens betrachtet wird:

Bei endlich großen Stichproben weicht nämlich der empirische Mittelwert der Stichprobe vom Erwartungswert der Grundgesamtheit und die empirische Varianz s^2 der Stichprobe von der Varianz der Grundgesamtheit σ^2 ab; dann ist die Differenz zwischen s^2 und σ^2 beim Konstruieren des Vertrauensbereichs zu berücksichtigen (k-Faktor, Student-t-Verteilung) und abhängig von N.

2.2 Korrelierte Eingangsgrößen

Bei korrelierten Eingangsgrößen bestehen die Empfindlichkeitskoeffizienten aus Gl. (2) aus gemischten Produkten der partiellen Ableitungen von Eingangsgrößen (hier: Schalldruckpegel Sende-/Empfangsraum); die Varianzen sind durch die Covarianzen der jeweiligen Eingangsgrößen zu ersetzten:

$$u(L_1,L_2) = (2\cdot|r|\cdot u(L_1)\cdot u(L_2))^{1/2} \qquad (5)$$

Hierin ist $r = cov(L_1,L_2)/\{s(L_1)\cdot s(L_2)\}$ der Korrelationskoeffizient und $cov()$ die Kovarianz von L_1 und L_2. Im unten aufgeführten Beispiel wurden die Größen L_1 und L_2 miteinander korreliert. Es zeigte sich, dass eine signifikante Korrelation vorhanden sind, auch wenn diese stark schwankt.

2.2 Betrachtung der mittleren kombinierten Standardunsicherheit in Abhängigkeit von N

Die Einzahlangabe für das bewerteten Schalldämm-Maß R_w geht aus dem frequenzabhängigen Schalldämm-Maß nur durch Iteration in einem nicht-linearen Verfahren hervor /6/. Daher eignet es sich nicht für eine direkte Ableitung der kombinierten Standardunsicherheit. Goydke et al. lösen dieses Problem mit Hilfe der Monte-Carlo-Methode. Um den hierfür notwendigen Programmieraufwand zu vermeiden, wird im folgenden der für eine Abschätzung ausreichende *Mittelwert* von $u(x_i)$ und u_c über den bauakustisch relevanten Frequenzbereich von f = 100 Hz bis 3.150 Hz betrachtet.

Folgende Tabelle repräsentiert die Messung eines Paneels in einem Fensterprüfstand mit S=1,73 m², V=54,7 m³, m'= 8,8kg/m² und R_{wP}=27(-1;-2) dB. N ist die Anzahl der Beobachtungen je Messung. Für N=2,4,6 wurde die Standardunsicherheit für mehrere Kombinationen der Einzelbeobachtungen gemittelt. u_c ist die kombinierte Unsicherheit für R gemäß Gl. (3) i.V.m. (4), ohne Berücksichtigung der Korrelation; r der Korrelationskoeffizient und $u_{c,r}$ die kombinierte Unsicherheit einschließlich Korrelationsanteil nach Gl. (5). ($\pm k\cdot u_c$) stellt den Bereich der *erweiterten* Standardunsicherheit U für einen Grad des Vertrauens von 95% dar mit $k = t(0{,}05;\nu_{eff})$ dem Student-t-Faktor und ν_{eff} dem effektiven Freiheitsgrad gemäß Anhang G der GUM-Leitfaden /2/.

N	u_{L1} [dB]	u_{L2} [dB]	$\delta R/\delta T\cdot u_T$ [dB]	u_c [dB]	$\pm k\cdot u_c$ [dB]	r	$u_{c,r}$ [dB]	$\pm k\cdot u_{c,r}$ [dB]
3	0,23	0,33	0,14	**0,47**	**±1,44**	0,17	**0,53**	**±1,51**
4	0,20	0,30	0,14	**0,43**	**±1,06**	0,18	**0,48**	**±1,10**
6	0,19	0,27	0,12	**0,39**	**±0,86**	0,19	**0,43**	**±0,92**
8	0,17	0,24	0,12	**0,34**	**±0,72**	0,28	**0,38**	**±0,79**

Tabelle 1: kombinierte und erweiterte Standardunsicherheit ohne und mit Korrelationsanteil r

Während die kombinierte Standardunsicherheit u_c mit steigendem N nur langsam kleiner wird , ist der Einfluss von N auf die erweiterte Unsicherheit U deutlich stärker. Die Eingangsgrößen L_1 und L_2 werden in der Literatur bisher als nicht korreliert angenommen, ohne dass dies näher untersucht wurde. Aufgrund der vorliegenden Untersuchung kann gesagt werden, dass die Korrelation signifikant größer Null ist und berücksichtigt werden muss, was auch physikalisch plausibel ist.

2.2 Lineare Regression

Die Unsicherheiten der Schalldämm-Maße R, $RA1=R+C$ und $RA2=R+C_{tr}$ aus Tab. 3 aus /3/ lassen sich leicht durch Lineare Regression berechnen. Die Beispiele stammen aus der ISO 717-1 und der BASTIAN-Datenbank. Eine statistische Analyse mittels F- und T-Test zeigt signifikante lineare Abhängigkeiten der Unsicherheit von C_{tr}, nicht jedoch von C und R_w. Daraus folgt für die erweiterten Unsicherheiten:

$$U(R) = 2\cdot u(R) \approx -0{,}102\cdot C_{tr} + 0{,}771 \text{ dB} \qquad (6)$$

$$U(RA1) = 2\cdot u(RA1) \approx -0{,}320\cdot C_{tr} - 0{,}186 \text{ dB} \qquad (7)$$

$$U(RA1) = 2\cdot u(RA2) \approx -0{,}360\cdot Ctr + 0{,}156 \text{ dB} \qquad (8)$$

LITERATUR

/1/ DIN EN 20140, Teil 2: Angaben von Genauigkeitsanforderungen. Ausg. 05/1993

/2/ Guide of the Uncertainty of Measurements (GUM). Dt. Fassung: DIN V ENV 13005 Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. Ausg. 06/1999

/3/ Goydke, Siebert und Scholl: Studie zur Bestimmung von Messunsicherheiten bei Schalldämmungsmessungen. Zeitschrift für Lärmbekämpfung (ZfL), 51. Jg. (1/2004)

/4/ S. Martinez: Messunsicherheiten bei bauakustischen Prüfungen. ZfL, 51. Jg. (1/2004)

/5/ DIN EN ISO 140, Teil 4: Messung der Luftschalldämmung zwischen Räumen in Gebäuden. Ausg. 12/1998

/6/ DIN EN ISO 354, Ausg. 12/2003 „Akustik; Messung der Schallabsorption in Hallräumen"

/7/ DIN EN ISO 717, Teil 1, Bewertung der Schalldämmung in Gebäuden und von Bauteilen. Ausg. 01/1997