

# Ein Beitrag zur Bestimmung der Luftschalleistung schwingender Maschinenoberflächen basierend auf dem DFEM-Algorithmus – ein Rechen- und Messverfahren

Gerhard Hübner, Max Kraus

Universität Stuttgart, <http://www.itsm.uni-stuttgart.de>

## Einleitung

Die von den Schwingungen der Oberfläche eines dreidimensionalen Körpers in einem unbegrenzt umgebenden Gas-Raum generierte Schallemission kann heute nach mehreren Verfahren mit unterschiedlichen Vor- und Nachteilen bestimmt werden. Aktuell genutzt und aber auch im Zustand weiterer Verbesserungen (vergleiche hierzu auch verschiedene DAGA'06-Beiträge zu „Numerische Methoden in der Akustik“) sind hierzu insbesondere zu nennen:

**1. Die Randlelementmethode (BEM)** durch die das vom schwingenden Körper abgestrahlte **Schalldruckfeld** auf der Grundlage der Kirchhoff-Helmholtz-Gleichung berechnet wird. Dieses bereits in den 70er Jahren vorgeschlagene Verfahren wird heute vielfach angewendet, war in der Zwischenzeit aber auch Gegenstand zahlreicher weiterer Entwicklungen, verursacht durch Singularitätsprobleme sowie zur Optimierung der Oberflächendiskretisierung.

**2. Die Multipolstrahlersynthese** ersetzt die Schwingungen der Körperoberfläche durch ein System von im Innern liegenden Quellen (Monopolen, Dipolen, etc.), wobei deren Anzahl und Lage so gewählt werden, dass die Differenz der hierdurch erzeugten Oberflächenschwingungen zu den tatsächlichen Körperoberflächenschwingungen zu minimieren sind. Berechnet wird hiermit ebenfalls das **Schalldruckfeld**. Auch dieses seit den 80er Jahren grundsätzlich bekannte Verfahren wird bis heute noch weiterentwickelt. Probleme liegen hier im Fehlen genereller Regeln für die Wahl von Anzahl, Art und Ort der Multipole, deren häufig auch sehr aufwendigen Bestimmung die Resultatgüte erheblich beeinflusst.

(zu der hier zu 1. und 2. gegebenen Analyse vermittelt [2] das zugehörige Schrifttum)

**3. Die Direkte Finite Elemente Methode (DFEM)** als Neuestes dieser Verfahren, erstmalig für dreidimensional ausgedehnte schwingende Körper 1999 veröffentlicht [1], [2], ersetzt die schwingende Körperoberfläche durch ein auf dieser Oberfläche angeordnetes primäres System von Monopolen sowie einer sekundären Monopolgegenbelegung, welche die Geometrie des schwingenden Körpers modelliert. Diese Methode bestimmt die von schwingenden Körpern abgestrahlte **Schalleistung** ohne den Umweg – wie bei den Verfahren 1. und 2. erforderlich – über eine (Hüllflächen-) Integration. Die Schalleistung wird bei der DFEM durch eine Summe von Monopol-Einzelleistungen sowie der Summe der Wechselwirkungsleistungen des Monopolnetzes bestimmt. Numerische Probleme, wie Singularitäten oder Eindeutigkeit gibt es bei diesem Verfahren nicht. Wesentlich ist hierbei allerdings die Formulierung der schalleistungsrelevanten Wechselwirkungsabstände der Ersatzmonopole für den dreidimensional ausgedehnten Strahler. Für den ebenen, eingebettet schwingenden Strahler ist dieser Abstand die geradlinige Verbindung der Monopole untereinander, womit für eine hinreichende

Diskretisierungsdichte das DFEM-Verfahren ein **exaktes** Schalleistungsergebnis ergibt [3].

Der vorliegende Beitrag befasst sich – ausgehend von den für einen kugelförmigen Strahler in der Dissertation von Gerlach [2] bereits schon recht guten Schalleistungsergebnissen – mit einer Weiterentwicklung der Definition des schalleistungsrelevanten Wechselwirkungsabstandes mit dem Ziel einer weiteren Verbesserung der Güte der Schalleistungsergebnisse.

**4.** Schließlich ist das seit Jahrzehnten auch in der Technik der Schalleistungsmessung (DIN 45635, Teil 8; ISO TR 7849) häufig benutzte „Amplituden-Schallabstrahlgrad-Verfahren“ anzuführen. Im Gegensatz zu den zuvor unter 1. bis 3. angesprochenen Verfahren wird bei dieser Methode allein nur die Amplituden-Verteilung der oberflächennormalen Schnelle des schwingenden Körpers verwendet, also deren Phasenverteilung messtechnisch unberücksichtigt gelassen und stattdessen entweder ein „bekanntes“ Schallabstrahlgrad  $\sigma$  oder als meistgültige obere Grenze der Wert  $\sigma=1$  für die **Schalleistungsermittlung** verwendet. Mit dieser oberen Grenze liegt allerdings, wie durch Messungen an Schallquellen der Praxis (Maschinen, Rohrleitungen, usw.) gezeigt wurde [2], das Schalleistungsergebnis keinesfalls in einem nur auf niedrige Frequenzen bezogenen Bereich erheblich zu hoch, häufig um bis zu 15 dB.

Dieser Kurzbeschreibung der bekannten Verfahren zur Schallabstrahlungsberechnung sollen die für die Emissionsbeschreibung heute geltenden Anforderungen gegenübergestellt werden.

Nach Beschluss des hierfür bei ISO zuständigen Technischen Komitees (ISO/TC43 „Acoustics“) ist die Geräuschemission technischer Lärmerzeuger durch deren **Schalleistung** zu kennzeichnen.

Die oben unter 1. und 2. angeführten Verfahren lassen sich nach N-facher Anwendung längs einer Hüllfläche über die Hüllflächenintegration und so in redundanter Weise auch zur Schalleistungsermittlung weitergeführt. Die Verfahren 3. (DFEM) und 4. (Amplituden-Schallabstrahlgrad-Verfahren) – Letzteres allerdings mit erheblichen Messunsicherheitsdefiziten – ergeben ein Schalleistungsergebnis direkt.

Es besteht somit auch der Wunsch nach einem von den Oberflächenschwingungen einer Maschine ausgehenden Schalleistungsmessverfahren mit einer akzeptierbaren Messunsicherheitsspanne. Dazu müssten selbstverständlich Betrag **und** Phase der Oberflächenschwingungen gemessen und danach mit einem geeigneten Algorithmus verarbeitet werden. Grundsätzlich geeignet erscheinen hierfür die Verfahren 1 und 3, wobei allerdings mit dem Verfahren 3 bereits verschiedene Untersuchungen an Maschinen, Rohrleitungen, usw. ausgeführt wurden, bei denen sich die „Fehlerquote“ des DIN/ISO-Verfahrens signifikant reduzieren ließ [2].

## Schalleistungsbestimmung eines kugelförmigen Schallstrahlers beliebiger Schwingungsverteilung mit einer weiterentwickelten DFEM

Zur Berechnung der von dreidimensionalen Strahleroberflächen abgestrahlten Luftschalleistung wird die schwingende Strahleroberfläche durch ein Netz von Monopolen ersetzt, so dass die insgesamt abgestrahlte Schalleistung  $P_\Sigma$  durch die Summe der Einzelleistungen  $P_i$  aller Einzelmonopole sowie die Summe der Wechselwirkungsleistungen  $P_{ij}$  sämtlicher Monopolpaarungen bestimmt werden kann:

$$P_\Sigma = \sum_{i=1}^N P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N P_{ij} \quad (1)$$

Die Einzelleistung des i-ten Monopols

$$P_i = \left( \frac{\rho c}{4\pi} k^2 \frac{\hat{q}_i^2}{2} \right) \cdot M_i \quad (2)$$

besteht zunächst aus der Schalleistung, die der Monopol in den Vollraum abstrahlen würde. Darin bedeutet  $\rho c$  die Schallkennimpedanz des umgebenden Schallträgermediums,  $k = 2\pi f/c$  die Wellenzahl und  $\hat{q}_i = \Delta S_i \hat{v}_i$  die Schallflussamplitude, die sich wiederum aus der oberflächennormalen Schnelle  $\hat{v}_i$  und der Flächengröße  $\Delta S_i$  des dem Monopol zugeordneten Strahler-Oberflächenelements zusammensetzt. Der Modifikationsfaktor  $M_i$  berücksichtigt die Veränderung der Abstrahleigenschaften des Monopols, verursacht durch die Anwesenheit des Streukörpers, und wird mit einer sekundären Monopolbelegung berechnet [2], die einer Diskretisierung einer starren Umgebung entspricht (Maschinenoberflächengeometrie, Boden, usw.).

Die Summe der Wechselwirkungsleistungen kann dann mit

$$P_{ij} = \sqrt{P_i} \sqrt{P_j} \frac{\sin(kd_{ij})}{kd_{ij}} \cos(\Delta\varphi_{ij}) \quad (3)$$

bestimmt werden. Hier ist  $\Delta\varphi_{ij}$  die Phasendifferenz der Schnellen und  $d_{ij}$  der wechselwirkungsrelevante Abstand von i-tem und j-tem Monopol.

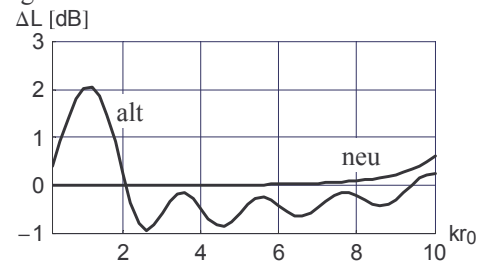
Beim dreidimensionalen Strahler wird hierbei auch der Einfluss der Beugung auf den Mechanismus der Schalleistungserzeugung berücksichtigt. In [2] konnte bereits gezeigt werden, dass diese Berechnung der von Kugelstrahlern 0. und 1. Ordnung abgestrahlten Luftschalleistung systematische Abweichungen von maximal 2 dB nur noch für den Frequenzbereich  $kr_0 < 3$  liefert (s. Bild 1 und 2).

Neuere Untersuchungen an kugelförmigen Schallstrahlern ermöglichten nun eine deutliche Genauigkeitsverbesserung. Dazu wurde zunächst mit dem Separationsverfahren die exakte Schalleistungswechselwirkung zweier Monopole auf einer starren Kugel hergeleitet. Anschließend wurde durch Vergleich mit Gleichung (3) festgestellt, dass der DFEM-Wechselwirkungsterm in den exakten Term übergeht, wenn der abstandsabhängige Anteil  $\sin(kd_{ij})/kd_{ij}$  mit Korrekturfaktoren  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  in der Form

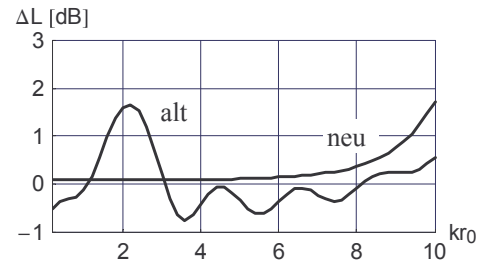
$$\alpha_{1,ij} \frac{\sin(k(\alpha_{2,ij} d_{ij}))}{k(\alpha_{2,ij} d_{ij})} \quad (4)$$

modifiziert wird. Die  $\alpha_{1,ij}$  und  $\alpha_{2,ij}$  werden dann einmalig geometrie-spezifisch ermittelt, gespeichert und ohne neue Rechnungen für die relevante Geometrie weiter benutzt.

Mit der so verbesserten DFEM konnte nun gezeigt werden, dass die DFEM für dreidimensional ausgedehnte Strahler – hier speziell für einen kugelförmigen mit beliebiger Schwingungsverteilung – im gesamten für die Praxis interessanten Frequenzbereich „exakt“ ist, also bis auf den unvermeidlichen Diskretisierungsfehler alle auftretenden Beugungseffekte berücksichtigt (vgl. Bild 1 und 2). Es ist davon auszugehen, dass sich diese Methode der Genauigkeitsverbesserung auch auf nicht kugelförmige Strahlergeometrien ausdehnen lässt.



**Bild 1:** Abweichung der berechneten Schalleistung der früheren DFEM [2] und der verbesserten DFEM für den **Kugelstrahler 0. Ordnung**. Kugeloberfläche mit 64 Monopolen diskretisiert. Anstieg für  $kr_0 > 8$  diskretisierungsbedingt.



**Bild 2:** Abweichung der berechneten Schalleistung der früheren DFEM [2] und der verbesserten DFEM für den **Kugelstrahler 1. Ordnung**. Kugeloberfläche mit 64 Monopolen diskretisiert. Anstieg für  $kr_0 > 8$  diskretisierungsbedingt.

## Literatur

- [1a] Hübner, G.; Gerlach, A.: Determination of the airborne sound power radiated by structure-borne sound sources of arbitrary shape using the Direct Finite Element Method – further developments. CD-ROM, DAGA '99, Berlin
- [1b] Hübner G.: The one-sided driving interaction between two monopoles – effective as the core of the 3-dimensional DFEM sound power and scattering description. CD-ROM, EuroNoise 2002, Sevilla
- [2] Gerlach, A.; Universität Stuttgart, ITSM, Dissertation, 2000
- [3] Hübner, G.; Gerlach, A.: Zusammenhang der DFEM-Schalleistungsbeschreibung mit der Rayleighschen Schallfelddarstellung ebener Strahler. DAGA '98, Zürich
- [4] Hübner, G.; Gerlach, A.: Determination of the airborne sound power radiated by structure-borne sound sources of arbitrary shape - using non-contacting vibration measurements. Inter-Noise '98, Christchurch, New Zealand