

Finite-Elemente-Simulation der Erwärmung durch Ultraschall

Ludwig Bahr, Manfred Kaltenbacher, Reinhard Lerch

FAU Erlangen-Nürnberg, Paul-Gordan-Str. 3/5, 91052 Erlangen, Deutschland, Email: ludwig.bahr@lse.eei.uni-erlangen.de

Einleitung

Die Erwärmung durch Absorption von Schallenergie bildet bei einigen Ultraschallanwendungen in der Medizintechnik, wie der Ultraschall-Thermotherapie und der Ultraschallchirurgie (Focused Ultrasonic Surgery) den bestimmenden Wirkmechanismus. Bei bildgebenden Ultraschallsystemen muss hingegen sichergestellt werden, dass in Normen fest gelegte Grenzwerte der Temperatur von dem Wärmeeintrag durch Ultraschall nicht überschritten werden. Die genaue Kenntnis der räumlichen Temperaturverteilung resultierend aus der Beschallung hat für den Betrieb somit größte Bedeutung. Für eine Unterstützung und Optimierung der Geräteentwicklung stellen wir ein Verfahren basierend auf der Finiten-Elemente-Methode vor, das ausgehend vom Geschwindigkeitsprofil des Ultraschallwandlers Schallfeld und Temperaturverteilung berechnet. Als Rechengröße für das Schallfeld verwenden wir das akustische Schnellepotential. Aus den Ergebnissen wird die absorbierte Schallenergie berechnet und dieselbe geht als Quellterm in die Wärmeleitungsgleichung ein.

Theorie

In einem homogenen, isotropen Medium kann die Wärmeleitungsgleichung durch

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + q \quad (1)$$

beschrieben werden, wobei T die Temperatur, ρ die Dichte, c_v die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen und κ die Wärmeleitfähigkeit bezeichnet. Der Term q beschreibt die gesamte absorbierte Energie, die in Wärme umgesetzt wird. Im Fall von Ultraschallwellenausbreitung wird die absorbierte Energie durch die Intensität $\mathbf{I} = p\mathbf{v}$, das Produkt aus Schallwechseldrucks p und Schallschnelle \mathbf{v} , bestimmt. Für beliebige Wellenausbreitung unter Vernachlässigung der Scherviskosität hat Nyborg [1] den Wärmequellterm zu

$$q = -\nabla \cdot \mathbf{I} \quad (2)$$

hergeleitet. Prinzipiell können Simulationen akustischer Wellenausbreitung in den Schallfeldgrößen p , \mathbf{v} und dem akustischen Schnellepotential Φ durchgeführt werden. Benutzt man das Schnellepotential als Rechengröße kann durch einfache zeitliche und räumliche Ableitung Schalldruck und Schallschnelle und damit die Schallintensität ermittelt werden. Würde man beispielsweise den Druck als Rechengröße verwenden, so müsste die Intensität entweder mit Hilfe der Schnelle durch Integration aus der Eulergleichung oder aber durch die komplexwertige Feldimpedanz berechnet werden. Drückt man die Intensität

\mathbf{I} durch das Schnellepotential Φ aus, erhält man

$$q = \rho \left(\nabla \Phi \cdot \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \nabla^2 \Phi \right). \quad (3)$$

Bei denen in der Einleitung beschriebenen Anwendungen, ausgenommen der diagnostische Ultraschall, findet man eine große Diskrepanz der zeitlichen Änderung der physikalischen Größen von Akustik und Wärmeleitung. In der Thermotherapie und der Ultraschallchirurgie werden Frequenzen von 500 kHz - 10 MHz verwendet. Die Beschallungszeiten liegen bei beiden Verfahren jedoch im Sekundenbereich. Legt man die Faustregel in der transienten Finite-Elemente-Simulation von mindestens 20 Abtastungen pro Periode zugrunde, müsste bereits für eine Sekunde Simulationsdauer bei einer Anregungsfrequenz von 1 MHz 20 Millionen Zeitschritte gerechnet werden.

Auf Grund dieser Überlegungen wurde im Finite-

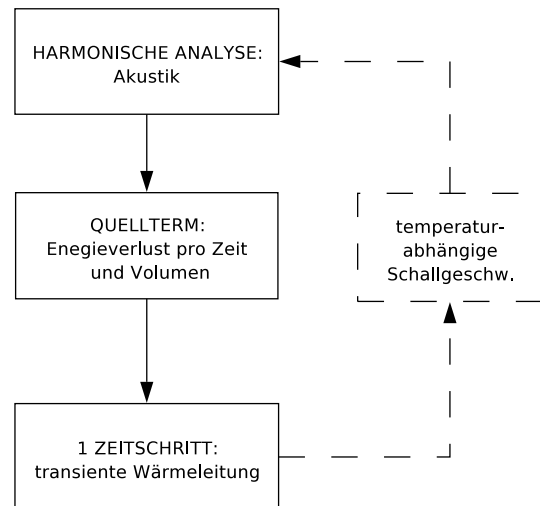


Abbildung 1: Ablaufdiagramm für die Berechnung eines Zeitschritts in der gekoppelten Simulation von Akustik und Wärmeleitung.

Elemente-Programm CFS++ [2] die Kopplung einer harmonischen Analyse der Akustik mit einer transienten Wärmeleitungssimulation realisiert. In der harmonischen Akustikteilrechnung wird der Wärmequellterm, welcher aus kontinuierlicher Anregung durch ein vorgegebenes Spektrum hervorgeht, mit Hilfe des Effektivwertes der komplexen Amplitude Φ analog zu (3)

$$q = \frac{\rho}{2} \text{Re} \left\{ \overline{\nabla \Phi} \cdot \nabla (j\omega \Phi) + j\omega \Phi \overline{\nabla^2 \Phi} \right\} \quad (4)$$

berechnet. Der Faktor $1/2$ resultiert aus der Effektivwertbildung, der Überstrich weist darauf hin, dass die konjugiert komplexe Größe eingesetzt werden muss. Die Festlegung des Zeitschritts in der transienten Wärmeleitungssimulation bestimmt somit über wieviele Perioden

der Wärmequellterm, der aus absorbiertes Schallenergie entsteht, gemittelt wird. In Abbildung 1 wird der Ablauf im Programm dargestellt. Die Rückkopplung der Temperatur auf die Schallausbreitung über eine Änderung der Schallgeschwindigkeit ist geplant, allerdings noch nicht realisiert.

Diskussion der Ergebnisse

Zuerst sollen beide Verfahren, d.h. die gekoppelte transiente Simulation von Akustik und Wärmeleitung (im folgenden Abkürzung TT) und die Kopplung einer harmonischen Akustik- mit einer transienten Wärmeleitungssimulation (Abk. HT), für ebene Wellenausbreitung gegenübergestellt werden. In Abbildung 2

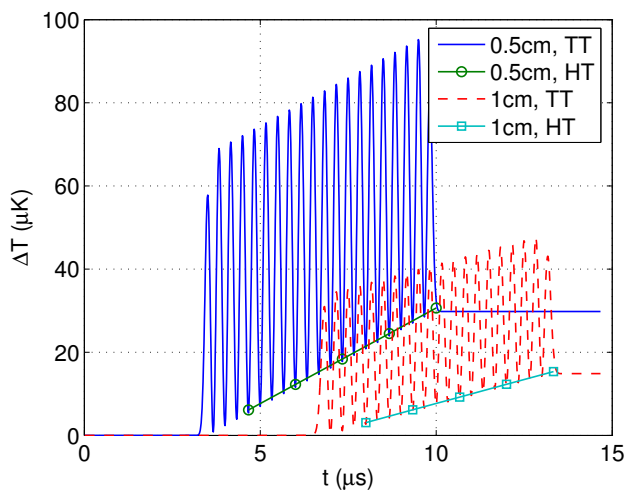


Abbildung 2: Zeitlicher Temperaturverlauf für die Verfahren 1. Kopplung von transienten Akustik- und transienter Wärmeleitungssimulation mit gleicher Zeitschrittweite (Abkürzung: TT), 2. Kopplung einer harmonischen Akustik- mit einer transienten Wärmeleitungssimulation (HT).

sind die Temperaturverläufe für zwei Messpunkte 0,5 cm und 1 cm entfernt von der Burst-Anregung mit 10 Perioden, einer Schnelle von 0,67 m/s und einer Frequenz von 1,5 MHz dargestellt. Hierfür betrug die Dämpfung 6 dB/cm. Diskretisiert wurde mit 40 linearen Elementen je Wellenlänge. Im TT-Verfahren wurden 1100 Zeitschritte mit 50 Abtastungen pro Periode und im HT-Verfahren 5 Zeitschritte mit einer Dauer von zwei Perioden gerechnet. Zum einfacheren Vergleich wurden die Datenpunkte des HT-Verfahrens um die Zeitdauer bis zum Eintreffen am Messpunkt verschoben. In beiden Verfahren wird ein Temperaturendwert von $3,0 \cdot 10^{-5}$ K bzw. $1,5 \cdot 10^{-5}$ K erreicht, der mit der analytischen Lösung übereinstimmt.

Simulationsergebnisse einer 2D-Rechnung zur Erwärmung von Gewebe durch die Schallabstrahlung eines fokussierenden Ultraschallwandlers mit einem Durchmesser von 16 mm und einem Fokusabstand von 16 mm zeigt Abbildung 3. Um eine Freifeldabstrahlung des Wandlers zu erlangen, kam in der Akustiksimulation eine „Perfectly Matched Layer“ (PML) [3] zum Einsatz. Als Materialparameter wurde die Schallgeschwindigkeit

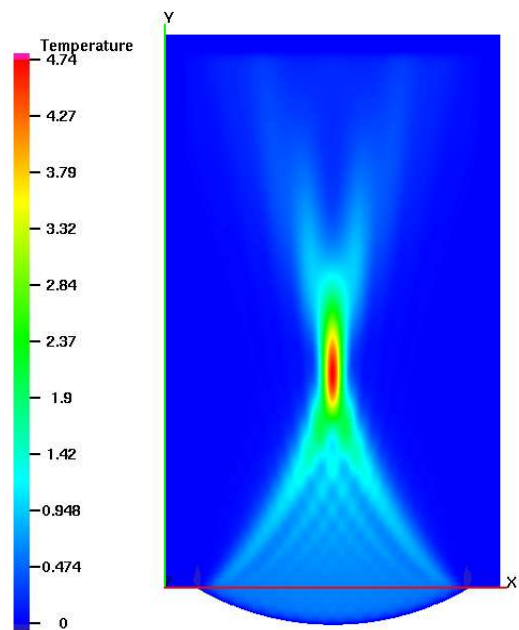


Abbildung 3: Temperaturverteilung in Kelvin nach einer Beschallung von einer Sekunde.

zu 1500 m/s, die Dichte zu 1000 kg/m^3 , die Wärmekapazität zu $4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$, die Wärmeleitfähigkeit zu $0.6 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ und der Absorptionsgrad zu $1,2 \text{ dB/cm}$ bei einer Frequenz von 1,5 MHz gewählt. Angeregt wurde mit einer Frequenz von 1,5 MHz und einer Normalengeschwindigkeit von $0,33 \text{ m/s}$, was nach einer Beschallung von einer Sekunde im Fokus eine Temperaturerhöhung von 4,7 K bewirkte. Für die Simulation der Wärmeleitung wurden 50 Zeitschritte mit einer Zeitschrittweite von 20 ms berechnet.

Zusammenfassung

Es wurde ein Simulationsverfahren für die Berechnung der Temperaturverteilung durch quasi kontinuierlich akustische Anregung vorgestellt, das die Rechenzeit gegenüber einer gekoppelten transienten Simulation dramatisch verkürzt. Als nächster Schritt soll die schon erwähnte temperaturabhängige Schallausbreitungsgeschwindigkeit realisiert werden.

Literatur

- [1] W.L. Nyborg. Heat generation by ultrasound in a relaxing medium. *Journal of the Acoustical Society of America*, 70(2):310-312, August 1981.
- [2] M. Kaltenbacher, A. Hauck, M. Hofer, M. Mohr, E. Zhelezina und L. Bahr. CFS++: Coupled Field Simulation. LSE, FAU Erlangen-Nürnberg, 2006.
- [3] I. Harari. A survey of finite element methods for time-harmonic acoustics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:1594-1607, 2006.