Dämpfung in der Bauakustik – Ermittlung der Materialdämpfung mit Hilfe eines N-Parameter-Modells

Christoph Kling, Martin Schmelzer

Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), 38116 Braunschweig, Deutschland, Email: Christoph.Kling@ptb.de

Einleitung

Die Ermittlung von Materialeigenschaften, wie dem Elastizitäts- oder Schermodul, der Poissonzahl und der Materialdämpfung, ist eine in der Bauakustik immer wiederkehrende Aufgabe. Die meisten klassischen Verfahren gestatten nur die Bestimmung der Materialeigenschaften bei diskreten Frequenzen, nämlich der jeweiligen Resonanz- oder Anregungsfrequenz. Um ein ausreichend geschlossenes Spektrum zu erhalten sind viele Einzelmessungen an verschiedenen Proben nötig.

Alternativ kann ein Verfahren aus dem Maschinenbau zur Beschreibung von Werkstoffen verwendet werden. Der Werkstoff wird als linear-viskoelastisches Material mit N Parametern beschrieben. Für den bauakustischen Frequenzbereich genügen oft schon wenige Parameter für eine ausreichende Beschreibung. Aus diesen Parametern können mit einigen einfachen Formeln komplexe Moduln, Poissonzahl und Materialdämpfung für beliebige Frequenzen im Gültigkeitsbereich des Modells berechnet werden.

Theoretische Grundlagen

Kanonische Darstellung von Werkstoffen

Die Beschreibung und Klassifizierung eines Werkstoffes orientiert sich an der Beziehung zwischen einer anliegenden mechanischen Spannung σ und der Verzerrung ε des Stoffes. Zur Veranschaulichung des Stoffverhaltens kann die σ-ε-Beziehung durch ein mechanisches Schaltbild dargestellt werden, der „kanonischen Darstellung". Ein viskoelastischer Stoff lässt sich durch eine Kombination von rein elastischen Federn und rein viskosen Dämpfern beschreiben. Eine Einführung in die Theorie viskoelastischer Werkstoffe kann in [1] oder [2] gefunden werden.

Wir beschränken uns hier auf die allgemeine Form des sogenannten Maxwell-Modells bestehend aus der Parallelschaltung einer Feder, eines Dämpfers und einer Anzahl an Maxwell-Elementen (Abbildung 1). Unter der Annahme harmonischer Zeitverläufe für σ und ε läßt sich für das gesamte Schaltbild ein komplexer, frequenzabhängiger (allgemeiner) Ersatzmodul D aus der Summe der Moduln der N Parallelelemente bilden:

$$D(\omega) = D_0 + \sum_{p=1}^{N-2} D_p \frac{i\omega}{i\omega + b_p} + i\omega D_{fast} \qquad (1)$$

Der mittlere, komplexe Summand bezeichnet die verschiedenen Maxwell-Elemente. Die Feder- und die Dämpferkonstante des p-ten Maxwell-Elements wird in die Parameter D_p und b_p umgerechnet. b_p gibt den Frequenzbereich an, in dem das Maxwell-Element Einfluss auf das Werkstoffverhalten nimmt.

Der erste Summand D_0 ist die Konstante der einzelnen Feder. Er beschreibt den statischen Anteil des Ersatzmoduls ($b_p = 0$). Der letzte Summand ist der rein imaginäre Modul des einzelnen Dämpfers mit der Konstanten D_{fast}. Die Bezeichnung „fast" rührt daher, dass mit diesem Dämpfer die für die Messung zu schnell ablaufenden Schwingungsanteile erfasst werden können ($b_p \to \infty$). Die einzelnen Feder- bzw. Dämpferelemente können als reduzierte Maxwell-Elemente aufgefasst werden.

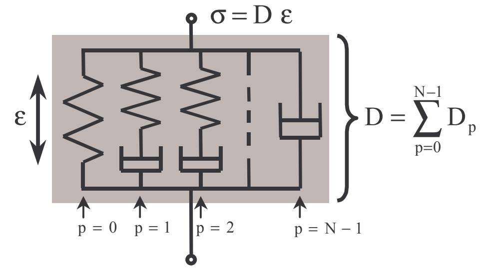

Abbildung 1: Allgemeine Form des Maxwell-Modells

Anwendung im Experiment

Jede Bewegungsform kann eindeutig in Dilatation und Scherung zerlegt werden. Demnach genügt es, den oben allgemein formulierten Modul D einmal als Elastizitätsmodul E der Dilatation und einmal als Schermodul G der Scherung zu interpretieren. Ziel der Messung ist die Bestimmung der reellen Parameter E_0, E_{fast}, E_p, $b_{p,E}$, G_0, G_{fast}, G_p, $b_{p,G}$ und die Festlegung der jeweils nötigen Anzahl an Maxwell-Elementen. Daraus können mit (1) die komplexen, frequenzabhängigen Moduln $E(\omega)$ und $G(\omega)$ ermittelt werden. Die Dämpfungen der Dilatation $\eta_E(\omega)$ und der Scherung $\eta_G(\omega)$ und die (komplexe) Poissonzahl $\mu(\omega)$ zur Frequenz ω errechnen sich aus:

$$\eta_E = \frac{\mathrm{Im}[E]}{\mathrm{Re}[E]}\ ,\ \eta_G = \frac{\mathrm{Im}[G]}{\mathrm{Re}[G]}\ ,\ \mu = \frac{E}{2\,G} - 1 \qquad (2)$$

Experimentelle Parameteridentifikation

Eine Materialprobe wird derart in einen Messaufbau eingebracht, dass die Bewegungsgleichungen und Randbedingungen möglichst genau bekannt sind. Gemessen wird die Systemantwort der Probe im interessierenden Frequenzbereich. Auf einem Rechner wird ein analytisches oder FEM-Modell des Aufbaus implementiert, in das die Materialparameter eingehen. Diese Parameter werden in einem Optimierungsverfahren bestimmt. Als

Optimierungskriterium dient dabei der Vergleich zwischen gemessener und gerechneter Systemantwort.

Im Folgenden sind einige Experimente zur Parameteridentifikation von Silikon, Aluminium und Acrylglas beschrieben. Aus den identifizierten Parametern in Tabelle 1 und den oben genannten Gleichungen (1) und (2) können die Frequenzverläufe der komplexen Moduln, der Dämpfungen und der Poissonzahl errechnet werden.

Dilatationsexperiment mit einer Silikonprobe (A)

Eine in Zylinderform gegossene Silikonprobe hängt senkrecht an einem Shaker. Am unteren Ende ist eine Masse befestigt. Das Masse-Feder-System wird vom Shaker zu longitudinalen Schwingungen angeregt. Mit zwei Beschleunigungsaufnehmern wird die Transferfunktion vom oberen zum unteren Ende der Probe gemessen. In der Simulation können eine Feder, ein Dämpfer und zwei Maxwell-Elemente identifiziert werden. Aufgrund der hohen Materialdämpfung wird MLS-Messtechnik eingesetzt. Der Messbereich reicht von 10 Hz bis etwa 550 Hz.

Biegeversuch an einer Aluminiumleiste (B)

Eine Aluminiumleiste (25 x 2.5 x 1000 mm³) wird waagerecht mittig auf einem nach oben ausgerichtetem Shaker befestigt. Dieser regt die Probe zu Biegeschwingungen an. Die Transferfunktion wird von der Stabmitte zu einem Stabende bestimmt. Die dünne Leiste kann am Rechner als Euler-Bernoulli-Balken modelliert werden. Mit Sweep-Anregung kann die Transferfunktion von 10 Hz bis ca. 5 kHz bestimmt werden. Die Identifizierung liefert ein für Metalle übliches Kelvin-Voigt-Modell zur Beschreibung des Probenmaterials mit einem konstanten Speichermodul (Re[E]) von ca. 68,1 GPa und einer Dämpfung, die proportional mit der Frequenz wächst.

Acrylstab als Timoshenko-Balken (C)

Ähnlich dem Aluminium-Experiment wird ein Stab aus Acrylglas (25 x 25 x 2000 mm³) zu Biegeschwingungen angeregt. Durch die Dicke des Stabes machen sich bereits ab etwa 1 kHz die Schereinflüsse bemerkbar. Für die Simulation ist daher das Modell des Timoshenko-Balkens angebracht. Die Identifizierung liefert für den Frequenzbereich von 3 Hz bis ca. 10 kHz neben Feder und Dämpfer ingesamt 8 Maxwell-Elemente. Aufgrund des fehlenden Schereinflusses bei tiefen Frequenzen gelten die Scherparameter erst ab ca. 1 kHz.

Geschichteter Aluminium-Silikon-Balken (D)

Zur Identifizierung der Schereigenschaften von Silikon wird in den obigen Biegeversuch ein Schicht-Balken aus zwei Aluminiumleisten (siehe oben) mit einer dazwischen eingegossenen 5 mm dicken Silikonschicht eingesetzt. Von 50 Hz bis etwa 3 kHz kann neben Feder und Dämpfer ein Maxwell-Element identifiziert werden.

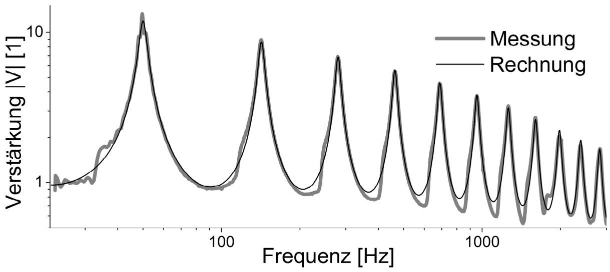

Abbildung 2: Gemessene und berechnete Übertragungsfunktion am Acrylstab (Ausschnitt)

Tabelle 1: Identifizierte Parameter (bei ca. 20°C)

	Index p	E_p [N/m²]	G_p [N/m²]	b_p [1/s]
Silikon (A) 10 – 550Hz	0	8.92e+06	-	(0)
	1	7.22e+05	-	1.25e+02
	2	6.04e+05	-	5.04e+02
	fast [Ns/m²]	2.40e+01	-	(∞)
Alu (B) 10Hz - 5kHz	0	6.81e+10	-	(0)
	fast [Ns/m²]	2.82e+04	-	(∞)
Acryl (C) Dilatation: 3Hz - 10kHz Scherung: 1 – 10 kHz	0	3.39e+09	1.39e+09	(0)
	1	8.23e+08	1.65e+08	8.82e+00
	2	5.28e+08	1.26e+08	1.01e+02
	3	2.60e+08	6.43e+07	4.79e+02
	4	1.94e+08	4.85e+07	2.02e+03
	5	1.65e+08	1.28e+08	9.81e+03
	6	5.12e+07	9.16e+07	1.40e+04
	7	7.47e+07	7.83e+07	9.60e+04
	8	2.94e+07	1.14e+08	2.89e+05
	fast [Ns/m²]	9.18e+02	6.58e+02	(∞)
Silikon (D) 50Hz– 3kHz	0	-	3.62e+06	(0)
	1	-	2.48e+06	2.42e+03
	fast [Ns/m²]	-	1.17e-12	(∞)

Unsicherheit

Die Unsicherheit der Parameterbestimmung hängt vor allem von der physikalischen Übereinstimmung der Simulation mit dem Messaufbau ab. Eine ‚saubere' Ausführung der Randbedingungen bei der Messung und korrekte Wahl des physikalischen Modells bei der Implementierung ist daher entscheidend. Bei den gezeigten Experimenten konnten Unsicherheiten der Moduln von 5% bis 15% erreicht werden, abhängig vom gewählten Messaufbau und im Falle der Scherung auch abhängig vom Frequenzbereich. Da am Timoshenko-Balken (C) der Schereinfluss zu niedrigen Frequenzen verschwindet, wächst die Unsicherheit des Schermoduls für $f \to 0$ ins Unendliche. Die Scherparameter können dann nur oberhalb einer bestimmten Frequenz identifiziert werden.

Zusammenfassung

Mit der Methode der Parameteridentifikation können alle akustisch relevanten Materialeigenschaften in Abhängigkeit von der Frequenz nur mit Hilfe einiger handlicher ‚Zahlen' beschrieben werden. Eine Anpassung der hier exemplarisch vorgestellten Experimente auf bautypische Materialien ist denkbar und würde frequenzabhängige Materialdaten für die Berechnung von Strukturen, für bauakustische Modellierungen und Prognosen ergeben.

Literatur

[1] DIN 13343:2002 – Linear-viskoelastische Stoffe – Begriffe, Stoffgesetze, Grundfunktionen

[2] R.M. Christensen: "Theory of viscoelasticity: an introduction". 2. ed.. NewYork u.a.: Acad. Press, 1982.

[3] M. Schmelzer: "Identifikation der Parameter von Zeitbereichsmodellen linear-viskoelastischer Werkstoffe. Dissertation, Braunschweig, 2003