

# Untersuchungen zur tomographischen Rekonstruktion bei der interferometrischen Schallfeldmessung

Ludwig Bahr, Reinhard Lerch

Lehrstuhl für Sensorik, Universität Erlangen-Nürnberg, 91052 Erlangen, Email: Ludwig.Bahr@lse.eei.uni-erlangen.de

## Einleitung

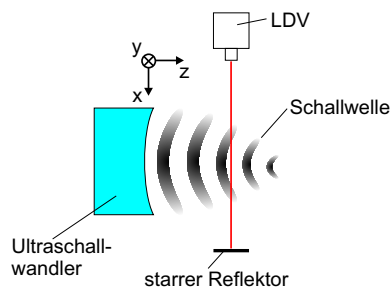
Schallfeldmessungen in der Ultraschalltechnik werden traditionell mit Hydrophonen durchgeführt, die mittels Linearverfahreinheiten entlang eines Messgitters bewegt werden. Dabei wird an jedem Messpunkt das Schallfeld des Ultraschallwandlers reproduziert. Konstruktive Eigenschaften von Hydrophonen gehen dabei negativ ins Messergebnis ein. Ein zu großes Verhältnis der sensitiven Fläche zur Wellenlänge macht eine punktuelle Messung unmöglich. Das Instrument selbst befindet sich im Schallfeld und beeinflusst dieses. Wir untersuchen im Folgenden ein Messverfahren, das den Schalldruck mit Hilfe eines Laserinterferometers rückwirkungsfrei messen kann. Ein gewichtiger Bestandteil des Verfahrens ist die Anwendung tomographischer Methoden, die hier näher beleuchtet werden sollen.

## Interferometrische Schallfeldmessung

Grundlage des Verfahrens ist die akusto-optische Wechselwirkung in fluiden Medien; der Brechungsindex  $n$  und damit die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Laserlichts hängt proportional vom Schalldruck  $p$  ab. Diese Abhängigkeit kann mit einer materialspezifischen Konstanten  $(\partial n / \partial p)_S$ , der sogenannten piezo-optischen Konstanten, beschrieben werden. Hiermit kann der Brechungsindex in einen konstanten Anteil  $n_0$  bei Ruhedruck und einen Anteil abhängig vom Schalldruck  $p$  aufspalten werden,

$$n(x, t) = n_0 + \left( \frac{\partial n}{\partial p} \right)_S p(x, t). \quad (1)$$

Der Index 'S' weist auf adiabatische Zustandsänderungen bei der Bestimmung der Konstanten hin. In Abbildung 1 ist der Messaufbau, bestehend aus Schallquelle und Interferometer, dargestellt. Alle druckbedingten, lokalen



**Abbildung 1:** Prinzipieller Messaufbau. Der Laserstrahl des Interferometers (LDV) steht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Schallwellen.

Änderungen des Brechungsindex gehen additiv in den

gesamten optischen Weg  $L$ , die Ausgabegröße eines Laserinterferometers, ein

$$L(t) = 2 \int_0^X n(x, t) ds. \quad (2)$$

Wir verwenden in unserem Messaufbau ein Laser Doppler Vibrometer, ein Laserinterferometer das die zeitliche Änderung des optischen Weges über die Dopplerverschiebung des Laserstrahls mißt. Dementsprechend muss das Messsignal integriert werden, bevor eine Weiterverarbeitung erfolgen kann. Da sich Gleichung (2) als Radon-Transformation des Schalldruckes  $p$  auffassen läßt, kann sie mit Methoden der Tomographie invertiert werden. Werden mehrere Messungen entlang einer Linie durchgeführt, spricht man von einer Projektion der Schalldruckfunktion.

Wir wollen im Folgenden drei tomographische Methoden vergleichen, die gefilterte Rückprojektion mit Ram-Lak Kern (RL), die Hankel-Fourier-Methode (HF) und die nach Nestor und Olsen benannte Methode (NO). Einzelheiten des Algorithmuses der gefilterten Rückprojektion, sowie die Anwendung bei der laserinterferometrischen Schallfeldmessung samt Messergebnissen finden sich in [1]. Die letzten beiden Methoden sind Abel-Transformationsmethoden, die achsensymmetrische Felder rekonstruieren können. In [2] werden diese näher beschrieben.

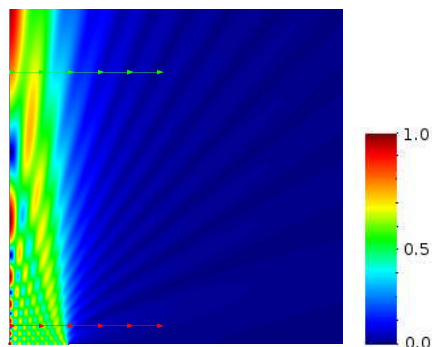
In der Anwendung des Verfahrens haben wir festgestellt, dass die tomographischen Algorithmen einen entscheidenden Einfluss auf die Güte des resultierenden Schalldruckverlaufs haben. Dieser Umstand wurde auch von Almqvist et al. [3] beim verwandten Verfahren der Lichtbrechungs-Tomographie gefunden. Um den Einfluss der tomographischen Algorithmen isoliert zu betrachten, werden aus einer numerischer Schallfeldsimulation Messdaten durch eine Implementierung der Gleichung (2) generiert. Das rekonstruierte Feld kann dann direkt mit den Simulationsdaten verglichen werden.

## Rekonstruktion simulierter Daten

Die Abläufe lassen sich in drei Blöcke unterteilen. Mit der Finiten-Element-Methode wird das Schallfeld im Zeitbereich simuliert. In einem zweiten Schritt werden durch eine Vorwärtsprojektion Projektionen der Daten erzeugt, die dem Messsignal des Laserinterferometers entsprechen. Als dritter Schritt wird der Schalldruckverlauf aus den Projektionsdaten mit den genannten tomographischen Algorithmen berechnet und mit der ursprünglichen Simulation verglichen. Wir stellen sicher, dass der akkumulierte, numerische Fehler in den ersten beiden Schrit-

ten vernachlässigbar gegenüber den Fehlern der Rekonstruktion ist, indem wir die örtliche Diskretisierung in den ersten beiden Schritten mindestens um den Faktor 10 feiner wählen.

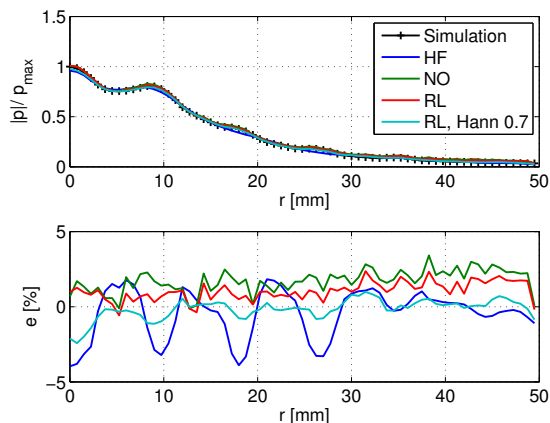
Wir wollen einen ebenen Schallwandler mit einem



**Abbildung 2:** Simulierte Schalldruckamplitude. Die maximale Amplitude ist auf 1 normiert. In rot ( $z = 6$  mm) und grün ( $z = 90$  mm) sind die Linien markiert, auf denen die Messpunkte für die Rekonstruktion liegen.

Radius von  $a = 20$  mm untersuchen, der als Kolbenstrahler modelliert wird. Angeregt wird mit einem über die ganze Wandlerfläche uniformen Oberflächengeschwindigkeitssignal, bestehend aus einem Sinuspuls von 10 Perioden Dauer und einer Frequenz von 500 kHz. Die Simulationen werden mit dem am Lehrstuhl entwickelten Finite-Element-Code im Zeitbereich durchgeführt. In Abbildung 2 wird die Amplitude des Schallpulses im Rechenggebiet mit den Dimensionen  $0,11 \times 0,11$  m dargestellt.

Einflußgrößen, die den Fehler in der tomographischen

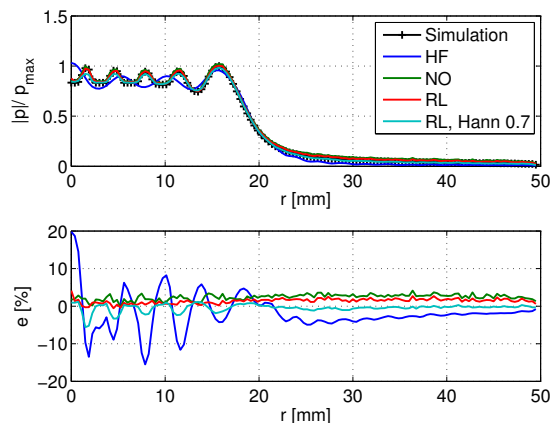


**Abbildung 3:** Rekonstruierte Schalldruckamplitude im Abstand  $z = 90$  mm zum Wandler (oben) und relativer Fehler zur Simulation (unten) bei einer örtlichen Abtastung von  $\Delta r = \lambda/4$ .

Rekonstruktion bestimmen, sind zum einen die örtliche Abtastung und der Rauschanteil, der das Schallsignal überlagert. Wie fein die Projektionen abgetastet werden müssen, um eine gewählte Fehlerschranke zu unterschreiten, hängt wiederum von der Struktur des Schallfeldes ab. Prinzipiell können zwei Bereiche unterschieden werden: ein Nahfeldbereich, in dem die Amplitude

mehrere lokale Maxima und Minima aufweist, und ein Fernfeldbereich mit einer dominierenden Hauptkeule und schwächeren Nebenkeulen. Die Unterteilung stimmt allerdings nicht mit der Nahfeldlänge  $N = a^2/\lambda$  überein, die in unserem Beispiel bei 12,7 cm liegt, sodass nur im nahen Nahfeld die Projektionen feiner abgetastet werden müssen.

Stellvertretend für die beiden Bereiche wurde das Schall-



**Abbildung 4:** Rekonstruierte Schalldruckamplitude im Abstand  $z = 6$  mm zum Wandler (oben) und relativer Fehler zur Simulation (unten) bei einer örtlichen Abtastung von  $\Delta r = \lambda/8$ .

feld an einer Position im Nahfeld bei  $z = 6$  mm (Abb. 4) und bei  $z = 90$  mm (Abb. 3) rekonstruiert (Die Position ist in Abb. 2 dargestellten Schallfeld in rot und grün hervorgehoben.). Um realistische Bedingungen zu erzielen, wurde auf das generierte Messsignal gaußverteiltes Rauschen mit einem SNR von 30 dB addiert.

## Zusammenfassung

Mit der gefilterten Rückprojektion durch einen Hanngefilterten Ram-Lak Kern und der Nestor-Olsen Methode wurden die besten Ergebnisse erzielt. Bei 4 Abtastungen je Wellenlänge im Fernfeld und 8 Abtastungen je Wellenlänge im Nahfeld betrug hier der mittlere relative Fehler bei beiden Algorithmen weniger als 1,5 %.

## Literatur

- [1] L. Bahr, J. Seitz, R. Lerch: Computed Tomography applied to Interferometric Ultrasonic Field Measurements in Fluids. Proceedings of Sensor + Test (2006), 93-98.
- [2] R. Álvarez, A. Rodero, M.C. Quintero: An Abel inversion method for radially resolved measurements in the axial injection. Spectrochimica Acta Part B 57 (2002), 1665-1680.
- [3] M. Almqvist, A. Holm, H.W. Persson, K. Lindström: Characterization of air-coupled ultrasound transducers in the frequency range 40 kHz-2 MHz using light diffraction tomography. Ultrasonics 37 (2000), 565-575.