

# Effiziente Fluid-Struktur-Koppelung (FSI) mit Component Synthesis Method (CMS) unter Verwendung von Modal based Attachment Modes (MAM)

Johannes Guggenberger<sup>1</sup>, Yum-Ji Chan<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Müller-BBM GmbH, 82152 Planegg, Deutschland, Email: JohannesGuggenberger@MuellerBBM.de

<sup>2</sup> Mech. Eng. Dpt., Imperial College, SW7 2AZ London, UK, Email: Chan, y.chan06@imperial.ac.uk

## Einleitung

Betrachtet man bei der Berechnung von Fluid-Struktur-Interaktion (FSI) mittels FE-Modellen Fluid und Struktur getrennt als Substrukturen, so können dafür CMS-Methoden angewendet werden. Die zusätzlichen „attachment modes“ (z.B. nach Craig-Bampton) richten sich nach der Anzahl der Interaktions-Freiheitsgrade. Da diese in der Regel bei FSI-Problemen sehr zahlreich sind, wird eine effizientere Methode vorgestellt, in der die attachment modes auf Grundlage der modalen Freiheitsgrade beider entkoppelt betrachteter Subsysteme gebildet werden (Modal based Attachment Modes, MAM).

## Grundlagen der CMS

In einer FE-Formulierung wird die FSI durch das gekoppelte Gleichungssystem (1) mit der Massenmatrix  $M$  und der Steifigkeitsmatrix  $K$  der Komponenten Solid (mit dem Freiheitsgrad Verschiebung  $w$ ) und der Komponente Fluid (mit dem Freiheitsgrad Druck  $p$ ) beschrieben. Die Kopplung wird durch die Matrizen  $K_{SF}$  und  $M_{FS}$  hergestellt.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{SS} & \mathbf{K}_{SF} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{SS} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{FS} & \mathbf{M}_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{w}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Die modale Transformation bietet Vorteile, wenn die modale Basis auf wenige Moden beschränkt werden kann. Um den „Abschneidefehler“ zu kompensieren, wird die reduzierte Basis  $\Phi$  mit attachment modes  $\Psi$  erweitert (2), die den quasistatischen Anteil der höheren Moden an der Interaktion der FSI beschreiben, welcher nicht durch die reduzierte modale Basis abgebildet wird.

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \sum_{i=1}^{n_{red}} \Phi_{Si} w_i^* + \sum_{j=1}^k \Psi_{Sattj} w_j^* \\ \mathbf{p} &= \sum_{i=1}^{n_{red}} \Phi_{Fi} p_i^* + \sum_{j=1}^k \Psi_{Fattj} p_j^* \end{aligned} \quad (2)$$

Da die Topologie der Interaktion nicht vorhersagbar ist, werden in den klassischen CMS-Methoden [2] („free“, „constrained“, Craig-Bampton etc.) zunächst pro Interaktionsfreiheitsgrad zwei zusätzliche statische Formfunktionen berechnet, durch deren Superposition jede Interaktionstopologie zusammen mit der modalen Basis der beiden Komponenten beschrieben werden kann. Die Methode bietet also Vorteile, wenn die Anzahl der Interaktionsfreiheitsgrade gering ist, da dann ebenfalls die Anzahl der zusätzlichen modalen Freiheitsgrade klein bleibt (vgl. z.B. Anwendung in [3]).

## Entwicklung von MAM

Für typische Modelle mit FSI ist in der Regel die Anzahl der Interaktionsfreiheitsgrade zwischen den Komponenten Fluid und Solid sehr hoch. Z.B. entspricht im Falle von Plattenresonatoren, welche mit Schalenelementen modelliert sind, die Anzahl der FSI-Freiheitsgrade der Knotenanzahl der Schalenelemente. Die klassische CMS-Methode wird damit uneffizient.

Wird angenommen, dass sich die Interaktion aus der Superposition der an der Interaktionsfläche wirkenden Moden der jeweilig korrespondierenden Komponente beschreiben lässt, so liegt es nahe, diese Moden als Neumann-Randbedingung zur Berechnung einer statischen Formfunktion der jeweilig anderen Komponente zu verwenden (3). Anstatt der DOF-bezogenen „attachment modes“ werden somit Formfunktionen berechnet, die sich auf die modalen Freiheitsgrade beziehen (MAM). Im Sonderfall der FSI ist diese Methode möglich, da die Interaktion zwischen den Neumann- und Dirichlet-Randbedingungen hergestellt wird.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{solid} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Psi_{attS,1} \cdots \Psi_{attS,n} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi_{fluid|I} \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{fluid} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Psi_{attF,1} \cdots \Psi_{attF,n} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi_{solid|I} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

## Beispiel Plattenresonator

Abb. 1 zeigt ein geschlossenes Luftvolumen mit einer angekoppelten Platte, die allseits gelenkig gelagert modelliert wurde. Insgesamt wurden im Frequenzbereich von ca. 70 bis 200 Hz 10 Moden entkoppelt berechnet.

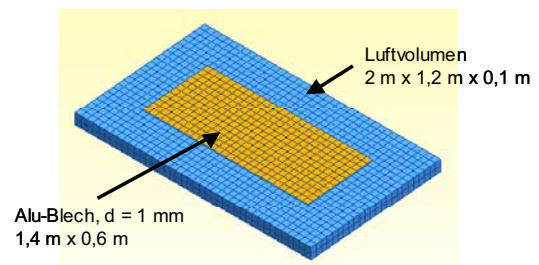
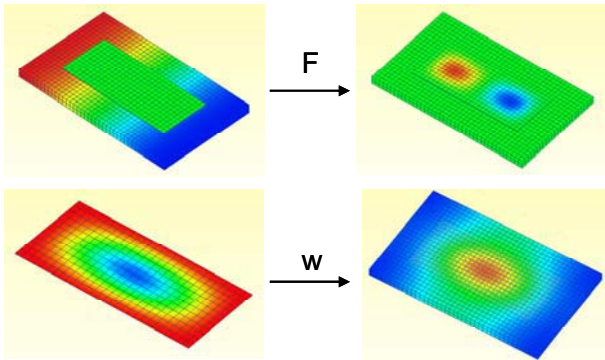


Abbildung 1: Volumen und Plattenstruktur, FE-Modell

Zur Berechnung der MAM wurde jeweils eine Mode des Luftvolumens als Druck auf die Platte aufgegeben und die statische Verschiebungsfigur berechnet. Umgekehrt wurden die Verschiebungen der Plattenmoden als Neumann-

Randbedingung auf das Luftvolumen aufgebracht und hier ebenfalls die „statische“ Druckverteilung berechnet.



**Abbildung 2:** Berechnung der MAM, oben: Statische Verschiebungsfigur auf der Platte bei Ansatz des Druckes aus Mode 1 des Fluids, unten: „Statische“ Druckverteilung unter Ansatz der Verschiebungen  $w$  der 1. Mode der gelenkig gelagerten Platte.

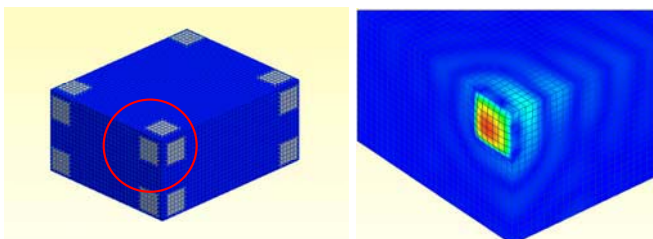
Die modale Basis umfasst 10 Eigenformen + 10 MAM, die gegenüber den 10 Eigenformen orthogonalisiert werden. Tabelle 1 stellt die Ergebnisse der ersten 10 Eigenfrequenzen sowie die MAC-Werte den Referenzwerten aus der Lösung des Gesamtgleichungssystems gegenüber. Während die Lösung mit MAM nahezu exakt mit der Referenzlösung übereinstimmt, weichen die Ergebnisse ohne Erweiterung der reduzierten modalen Basis um bis zu 4,3 % ab. Das gleiche Ergebnis könnte natürlich auch mit einer klassischen CMS erzielt werden, dafür wären jedoch 377 attachment modes erforderlich.

**Tabelle 1:** Eigenfrequenzen, Abweichung zur Referenz, MAC-Werte

Mode Nr.	Referenz Hz	10 Moden + 10 MAM's			10 Moden ohne MAM's		
		Hz	Diff. %	MAC	Hz	Diff. %	MAC
1	69.7	69.7	0.0	100	71.3	2.2	99.2
2	79.2	79.2	0.1	100	82.4	4.1	99.1
3	98.7	98.7	0.0	100	102.7	4.0	98.5
4	112.5	112.5	0.0	100	117.4	4.3	96.5
5	137.0	137.0	0.0	100	137.3	0.3	99.9
6	152.1	152.1	0.0	99.9	157.0	3.2	94
7	161.0	161.2	0.1	100	162.4	0.9	99.8
8	173.6	173.6	0.0	100	175.1	0.9	99.5
9	188.8	190.5	0.1	99.9	208.7	2.7	85.5
10	203.3	203.4	0.1	99.1			
<b>Mittelwert</b>			<b>0.0</b>	<b>99.9</b>		<b>2.5</b>	<b>96.9</b>

### Anwendungsbeispiele

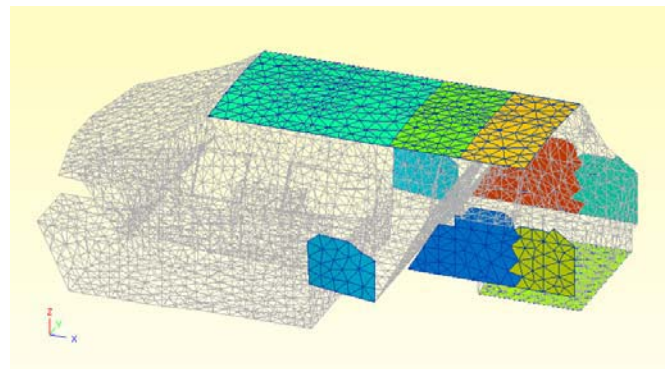
Prädestiniert sind die CMS-Methoden für Optimierungs- oder Updating-Aufgaben, wenn die Parameter sich auf Teilkomponenten beschränken.



**Abbildung 3:** FE-Modell eines Hallraums mit 12 Plattenresonatoren und orthogonalisierte MAM im Luftvolumen

Abb. 3 zeigt einen Hallraum mit 12 möglichen Resonatorpositionen. Es sollen 4 Resonatoren installiert werden, um durch Beugungseffekte eine Raumvergrößerung zu simulieren. Zunächst wird das Luftvolumen modelliert und die Moden der Resonatoren und die MAM für jede Resonatorposition bestimmt. Für die Berechnung der Übertragungsfunktionen werden dann im Modalraum nur die jeweils betrachteten Resonatoren „aktiviert“.

Abb. 4 zeigt die Plattenresonatoren, deren Abstimmung über Federelemente realisiert wird, in einem Fahrzeuginnenraum. Das Residuum zwischen den gemessenen und berechneten Übertragungsfunktionen im Innenraum wird durch Updating der Federsteifigkeiten der Resonatoren minimiert. Auch in diesem Fall muss die modale Basis des Innenraums nur einmal berechnet werden. Da die Übertragungsfunktionen für jede Variation berechnet werden müssen, ist eine Analyse in reduzierter Basis extrem zeitsparend.



**Abbildung 4:** FE-Modell eines Fahrzeuginnenraums mit Plattenresonatoren

### Zusammenfassung

Gerade für Optimierungs- und Updatingaufgaben eignen sich CMS-Methoden, solange sich die Anzahl der Interaktionsfreiheitsgrade in Grenzen hält. Dies ist häufig für FSI-Probleme nicht der Fall, wenn Fluid und Struktur als Komponenten entkoppelt berechnet werden. In diesem Fall erweist sich die Verwendung von MAM als höchst effizient: Die Modalanalyse der Komponenten erfolgt an symmetrischen Matrizen. In der reduzierten modalen Basis kann die dynamische Berechnungen in einem Bruchteil der Zeit durchgeführt werden, die für die Lösung des Gesamtsystems mit unsymmetrischen Matrizen erforderlich wäre.

### Literatur

- [1] Craig, R. R., Bampton, M. C. C.: Coupling of substructures for dynamic analysis. AIAA J. 6 (1968), 1313-19.
- [2] Sellgren, U.: Component Mode Synthesis – A method for efficient dynamic simulation of complex technical systems. Technical Report, Department of Machine design, KTH Sweden, Stockholm, 2003.
- [3] Maess, M., Gaul, L.: Substructuring and model reduction of pipe components interacting with acoustic fluids, Mechanical Systems and Signal Processing 20 (2006), 45-64