

Anwendung der Finiten Elemente Methode auf die Trittschallberechnung von Holzdecken

A. Rabold^{1,2}, A. Düster¹, E. Rank¹

¹ Lehrstuhl für Bauinformatik, TU München, Arcisstr. 21, 80290 München, Email: bauinf@inf.bv.tum.de

² Labor für Schall- ⊕ Wärmemess-technik GmbH, 83071 Stephanskirchen, Email: rabold@ift-rosenheim.de

Die Optimierung der tieffrequenten Trittschalldämmung von Holzdecken kann durch Berechnungen mit der finiten Elemente Methode (FEM) effektiv gestaltet werden. Die mit der FEM berechneten Eigenwerte und Eigenmoden des Bauteils bilden hierbei die Basis, um durch die Modalanalyse Rückschlüsse für die Bauteiloptimierung ziehen zu können. In diesem Beitrag wird die im Rahmen eines aktuellen Gemeinschaftsprojektes mit dem ibp Stuttgart und dem ift Rosenheim erfolgte Anwendung der FEM zur Berechnung der Trittschalldämmung im Überblick vorgestellt und auf die Modellierung der Anregungskraft detaillierter eingegangen.

Berechnungsablauf im Überblick

Modellierung der Trittschallanregung

Der Verlauf der Anregungskraft $F(t)$ des Norm-Hammerwerks wird mit einer Fourier-Reihe angenähert und das Anregungsspektrum auf einen teilelastischen Stoß zurückgeführt.

FEM- Modellierung der Decke mit 3D p-Elementen

Die Diskretisierung der Decke erfolgt durchgängig mit Hexaeder-Elementen höherer Ordnung (p-FEM), die große Seitenverhältnisse der Elemente ermöglichen. Somit können sowohl schlanke, plattenartige als auch gedrungene Bauteile mit einem Elementtyp modelliert werden (keine Übergangselemente erforderlich). Durch Verwendung von variablen Ansatzgraden in den unterschiedlichen Richtungen ist eine sehr effiziente Berechnung möglich [1].

Modalanalyse (Entkopplung des DGL-Systems)

Das gekoppelte Differenzialgleichungssystem wird mit Hilfe der Eigenmoden in entkoppelte Differenzialgleichungen zerlegt. Diese werden anhand der Fourier-Transformation in den Frequenzbereich überführt.

Spektralanalyse (Berechnung der Schnellepegel)

Im Frequenzbereich werden für die formalen Einmassenschwinger die Antwortspektren in Abhängigkeit der Anregungskraft, der Anregungsposition und der modalen Dämpfung berechnet und überlagert.

Modellierung der Abstrahlung

Aus der nun bekannten Schnelleverteilung der Körperschallschwingungen wird über die Berücksichtigung der Abstrahlung der Schalldruckpegel bestimmt.

Berechnung des Norm-Trittschallpegels

Im letzten Schritt wird dieser Schalldruckpegel in den gesuchten Norm-Trittschallpegel L_n umgerechnet.

Der schematische Ablauf der Trittschallberechnung mit der FEM ist in Abbildung 1 dargestellt. Nachfolgend wird die Modellierung der Anregungskraft des Hammerwerks auf einer leichten Holzdecke näher beschrieben.

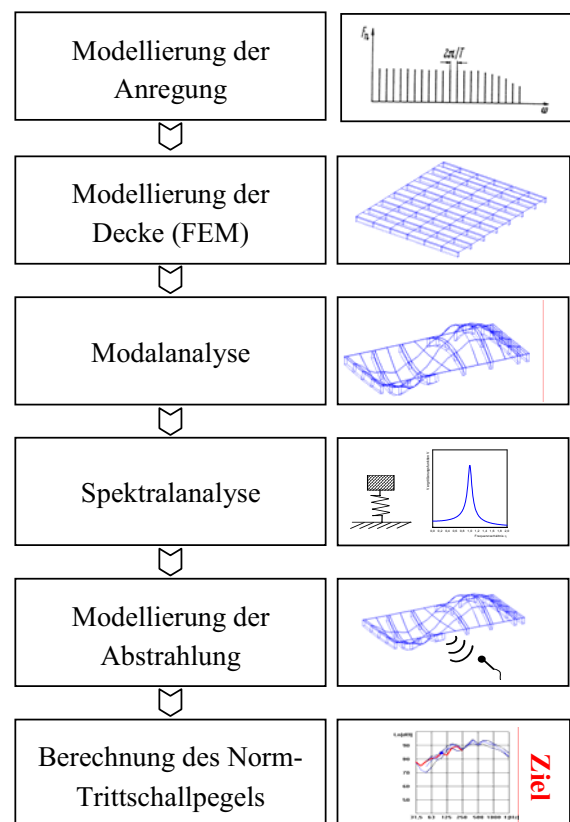


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Trittschallberechnung mit der FEM

Modellierung der Anregung

Bei einer Trittschallmessung wird das Bauteil durch ein Norm-Hammerwerk nach ISO 140-6 angeregt.

Abbildung 1 (rechts oben) zeigt das Spektrum der Anregungskraft eines Hammerwerks nach Cremer [2], der den zeitlichen Verlauf der Anregungskraft $F(t)$ in eine Fourierreihe (1) entwickelte und hierzu die Fourierkoeffizienten F_n für kleine n (tiefe Frequenzen) auf den Impuls I des Hammers zurückführte.

$$F(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \cos(n\Omega_s t); \quad F_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} F(t) \cos(n\Omega_s t) dt \quad (1)$$

Eine Lösung für den gesamten Frequenzbereich und weiche Bodenbeläge mit der Kontaktsteifigkeit K_c wurde von Vér [3] vorgeschlagen. Der Kraft-Zeit-Verlauf des Stoßes wurde hierzu aus dem bekannten Verlauf des Impulses eines aufprallenden Hammers ($M_0 v_0$) abgeleitet.

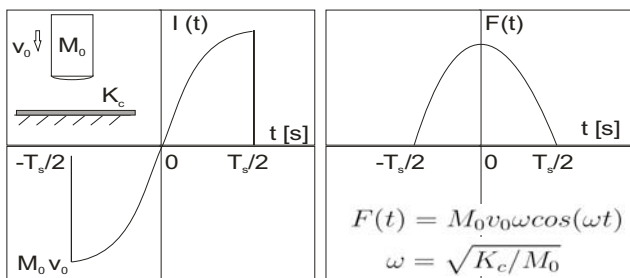


Abbildung 2: Ableitung der zeitabhängigen Anregungskraft $F(t)$ vom Verlauf des Impulses $I(t)$

Die Anwendung dieses Zusammenhangs auf leichte Decken erfolgte durch Scholl und Maysenhölder [4]. Die Kontaktsteifigkeit K_c der Bauteiloberfläche wurde nach [2] aus dem Schubmodul G , dem Hammersradius r und der Querkontraktionszahl μ ermittelt:

$$K_c \approx a \frac{Gr}{1 - \mu}; \quad a = \pi \dots 4 \quad (2)$$

Brunskog und Hammer [5] entwickelten ein komplexes Modell, das von der Admittanz ($Y = v / F$) der Decke ausgeht, die sich aus einem lokalen Anteil Y_L und einen globalen Anteil Y_G zusammensetzt (Abbildung 3 links).

Weiterführendes Modell

Auf den vorausgegangenen Ansätzen aufbauend wird die Interaktion zwischen Hammerwerk und Decke nachfolgend durch einen Zwei-Massen-Schwinger modelliert, der die lokalen und globalen Admittanzen berücksichtigt.

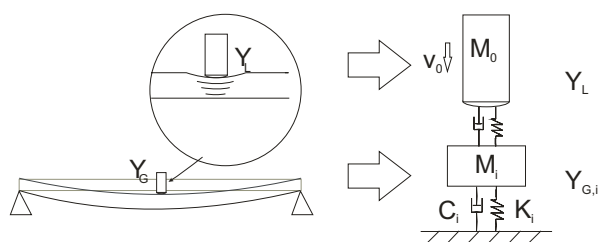


Abbildung 3: Lokale und globale Admittanz Y bei der Anregung einer Decke mit dem Hammerwerk

Die globalen Admittanzen $Y_{G,i}$ können aus der Modalanalyse der Decke gewonnen werden. Die lokale Admittanz entspricht (unter Vernachlässigung der Dämpfung) dem Zusammenhang in Abbildung 2. Im Grenzfall einer sehr steifen Decke ($Y_G \rightarrow 0$) ist nur dieser lokale Anteil maßgebend. Abbildung 4 zeigt den Vergleich der Berechnung mit Messergebnissen für diesen Grenzfall. Der Kraftaufnehmer wurde für die Messung zwischen einer durch das Hammerwerk angeregten Spanplattenprobe und dem starren Untergrund angeordnet. Die Berechnung der zeitabhängigen Anregungskraft $F(t)$ (nach Abbildung 2) wurde hierzu um den Dämpfungsanteil ($e^{-D\omega t}$) ergänzt. Im Grenzfall einer sehr großen Kontaktsteifigkeit der Deckenoberfläche ($Y_L \rightarrow 0$) kann das Modell auf den unteren Einmassenschwinger in Abbildung 3 reduziert – und für jede Eigenmode der

Decke getrennt betrachtet werden. Ein Vergleich zwischen der Messung und Berechnung für die 1. Eigenmode der Rohdeckenbeplankung einer Holzbalkendecke ist in Abbildung 5 dargestellt. Die Anregung durch den Hammer erzwingt eine gedämpfte Schwingung, die bei der Eigenfrequenz f_0 (hier 63 Hz) eine deutliche Überhöhung der Reaktionskraft ergibt.

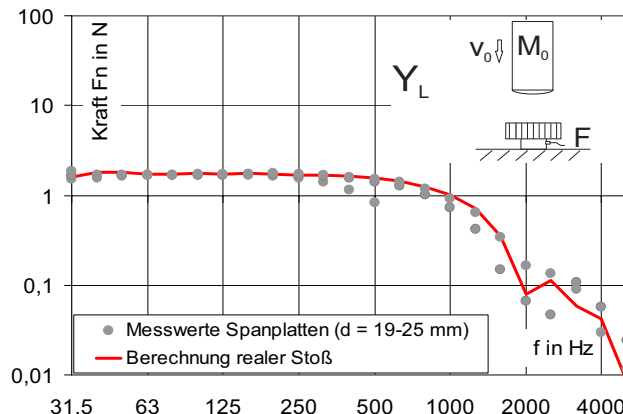


Abbildung 4: Anregungskraft des Hammerwerks (Einzelhammer mit $f = 2$ Hz) auf einer Spanplatte bei Berücksichtigung der lokalen Admittanz Y_L

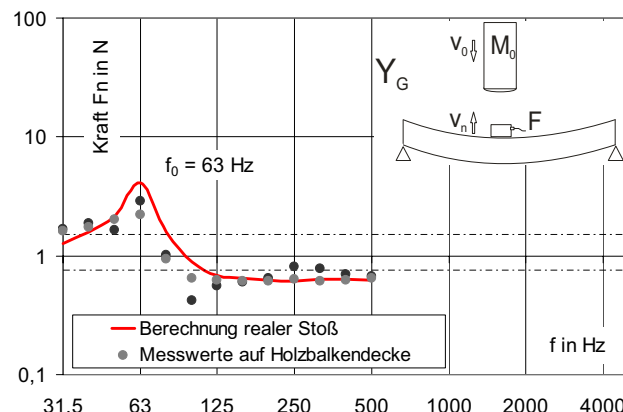


Abbildung 5: Anregungskraft des Hammerwerks (Einzelhammer mit $f = 2$ Hz) auf einer Holzbalkendecke für die erste Eigenmode der Rohdeckenbeplankung bei Berücksichtigung der globalen Admittanz $Y_{G,i}$

Literatur

- [1] A. Düster, H. Bröker, E. Rank. The p-version of the finite element method for three-dimensional curved thin walled structures. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 52,673-703, 2001.
- [2] Cremer, L., Körperschall: physikalische Grundlagen und technische Anwendungen, Springer, 1996
- [3] Vér, Impact noise isolation of composite floors, Journal of the Acoustical Society of America, 50, 1043 – 1050, 1971
- [4] Scholl, W., Maysenhölder, W., Impact sound insulation of timber floors: Interaction between source, floor coverings and bearing floor, Journal of Building Acoustics, 6, 43-61, 1999
- [5] Brunskog, J., Hammer, P., The interaction between the ISO tapping machine and lightweight floors, Acta Acustica - Acustica, 89, 296 – 308, 2003