

Untersuchung des Nah- und Fernfeldes vor periodisch profilierten Oberflächen

Daniel F. P. Pazos, Lutz Weber, Klaus Sedlbauer, Philip Leistner

Fraunhofer-Institut für Bauphysik, 70569 Stuttgart, Deutschland, Email: dfp@ibp.fraunhofer.de

Einleitung

Bei allen bisher bekannten In-situ-Messverfahren zur Bestimmung des Schallabsorptions- bzw. Reflexionsgrades von profilierten Lärmschutzwänden sind erhebliche Defizite festzustellen. Das liegt vor allem daran, dass wegen der Schwierigkeit, Umgebungsstörungen bei Fernfeldmessungen zu eliminieren, die Messungen meistens im Nahfeld vor der Wand durchgeführt werden. Andererseits entstehen im Nahfeld vor profilierten Oberflächen starke Interferenzen, die die Messwerte erheblich verfälschen können.

Im Rahmen der Entwicklung eines geeigneten In-situ-Messverfahrens wurde das gestreute Schallfeld vor periodisch profilierten harten Oberflächen rechnerisch untersucht. Der Schwerpunkt hierbei bestand in dem Zusammenhang zwischen Nah- und Fernfeld. Die Modellierung des Schallfeldes erfolgte nach einer von Holford [1] beschriebenen analytischen Methode.

Holford-Urusovskii-Methode

Die Holford-Urusovskii-Methode (H.-U.-Methode) [1] liefert eine genaue Lösung für das Problem der diffusen Reflexion einer ebenen Welle, die auf eine unbegrenzte und periodische Oberfläche auftrifft.

Es sei $z = \xi(x)$ eine periodische Funktion, die das Profil der Oberfläche (Profilierungslänge $\Lambda = 2\pi/K$, -tiefe $H = 2h$) auf einem x - z Koordinatensystem beschreibt (siehe Abbildung 1). Eine ebene Schallwelle (Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$, Frequenz f) breitet sich auf der (x,z) -Ebene aus und trifft die Oberfläche unter dem Winkel φ_0 zur x -Achse ($\alpha_0 = \cos \varphi_0$, $\gamma_0 = \sin \varphi_0$).

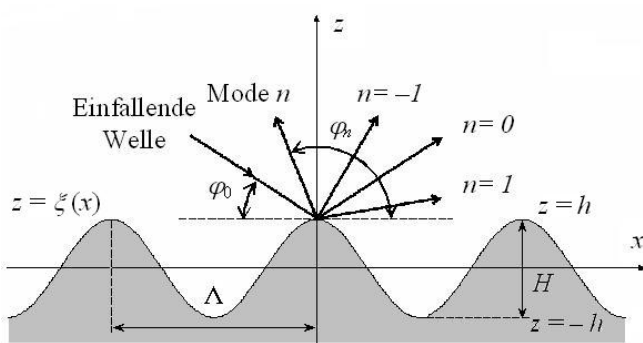


Abbildung 1: Ebene Welle trifft auf periodische Oberfläche: diffuse Reflexion.

Die Periodizität der Oberfläche erlaubt es das gestreute Feld als eine Summe von ebenen Wellen zu beschreiben:

$$p_{ref}(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_n e^{ik(\alpha_n x + \gamma_n z)} \quad z > h \quad (1)$$

$$\cos \varphi_n = \alpha_n = \alpha_0 + n \lambda / \Lambda \quad (2)$$

wobei R_n die komplexen Amplituden der reflektierten Wellen darstellen, die unter den Winkeln φ_n von der Oberfläche gestreut werden, d.h. $\gamma_n = (1 - \alpha_n^2)^{1/2}$. Um die Amplituden R_n zu berechnen, werden zunächst die Koeffizienten ϕ_m der Fourier-Entwicklung des gesamten Schalldrucks auf der Oberfläche, $\phi(x) = p(x, \xi(x))$, bestimmt. Das erfolgt durch die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$\phi_m - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \phi_n U_{m,n} = \frac{2}{\Lambda} \int_0^\Lambda \phi_{inc}(x) e^{-ik\alpha_m x} dx \quad \begin{matrix} m = 0, \\ \pm 1, \pm 2, \\ \pm 3, \dots \end{matrix} \quad (3)$$

bei dem $\phi_{inc}(x) = p_{ein}(x, \xi(x)) = \exp[i k(\alpha_0 x - \gamma_0 \xi(x))]$ den bekannten einfallenden Schalldruck auf der Oberfläche darstellt (die Amplitude der einfallenden Welle wird der Einfachheit halber gleich 1 angesetzt). Ist die Oberfläche hart (Admittanz $\eta_0 = 0$), ergibt sich für die Elemente $U_{m,n}$ folgender Ausdruck:

$$U_{m,n} = \frac{1}{\Lambda} \frac{ik}{2} \int_0^\Lambda \left\{ e^{-i(m-n)Kx} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{H_1^{(1)}(k\rho)}{\rho} \left[\xi(x+\tau) - \xi(x) - \tau \frac{\partial \xi(x)}{\partial x} \right] \cdot e^{-ik\alpha_m \tau} \cdot d\tau \right\} dx \quad (4)$$

mit $\rho = [\tau^2 + (\xi(x+\tau) - \xi(x))^2]^{1/2}$ und $H_1^{(1)}$ = erste Hankel-Funktion erster Art.

Die Integrale haben keine bekannte analytische Lösung, weshalb der Bereich $-A \leq \tau \leq A$ (neben $0 \leq x \leq \Lambda$) falls A groß genug ist, durch numerische Integration berechnet wird (Gleichung (A7) in [2]). Der verbleibende Teil ($|\tau| > A$) wird analytisch abgeschätzt [2].

Wurden ϕ_m bis zur Ordnung $m = N$ berechnet, werden die Amplituden R_n anhand der Gleichung (A19) in [1] bestimmt. Die Genauigkeit der Lösung wird durch die Energieerhaltung im „Fernfeld“ überprüft:

$$\varepsilon = \sum_{\gamma_n \text{ reell}} \frac{\gamma_n}{\gamma_0} |R_n|^2 = 1 \quad (5)$$

Abweichungen vom Sollwert ε bis ca. 1% von 1 werden noch akzeptiert.

Oberflächenwellen und sich ausbreitende Wellen

Für $|\alpha_n| > 1$ nimmt γ_n imaginäre Werte an, nach Gleichung 1 verschwinden die entsprechenden Wellen entlang der z -Achse. Solche Lösungen bilden Oberflächenwellen, während

sich Wellen, bei denen γ_n reell ist ($|\alpha_n| \leq 1$), im Nah- und im Fernfeld ausbreiten.

Seien M_- und M_+ die jeweilige niedrigste und höchste Mode n der diffusen Reflexion, bei denen γ_n reell ist. Dann werden die sich ausbreitenden Wellen (\underline{p}_{aus}) von den Oberflächen-Wellen (\underline{p}_{ober}) nach Gleichung 1 folgendermaßen getrennt:

$$\underline{p}_{aus}(x, z) = \sum_{n=M_-}^{M_+} \underline{R}_n e^{ik(\alpha_n x + \gamma_n z)} \quad |\alpha_n| \leq 1 \quad (6)$$

$$\underline{p}_{ober}(x, z) = \underline{p}_{ref}(x, z) - \underline{p}_{aus}(x, z) \quad (7)$$

Erste Ergebnisse und Analyse

Mittels der H.-U.-Methode wurde das reflektierte Feld vor einer harten sinusförmigen Oberfläche, $\xi(x) = h \cos(Kx)$ mit $\Lambda = 0,188\text{m}$ und $h = 0,047\text{m}$, berechnet. Einfallende Wellen ($f_1 = 2000\text{ Hz}$ bzw. $f_2 = 4000\text{ Hz}$) wurden unter verschiedenen auftreffenden Winkeln ($\varphi_0 = 10^\circ, 45^\circ$ bzw. 90°) betrachtet.

Abbildung 2 zeigt das reflektierte Schallfeld (Schalldruck) vor der Oberfläche, $p_{ref}(x, z) = \text{Re}[p_{ref}(x, z)]$. Räumliche Periodizität des Feldes und starke Interferenz sind zu bemerken.

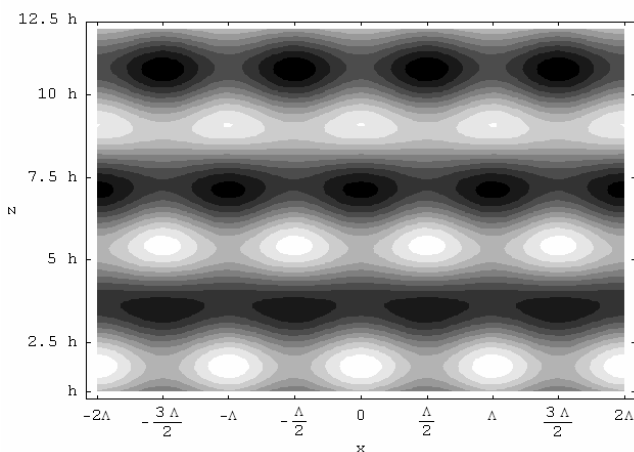


Abbildung 2: Reflektiertes Feld $p_{ref}(x, z)$ einer einfallenden ebenen Schallwelle ($f = 2000\text{ Hz}$, $\varphi_0 = 90^\circ$) vor einer sinusförmigen Oberfläche (mit $M_- = -1$, $M_+ = +1$, $\varphi_{-1} = 154,7^\circ$, $\varphi_{+1} = 24,3^\circ$, mit $N = 8$ ($\varepsilon \approx 1,01$) berechnet).

In Abbildung 3 wurde ein Feldschnitt für $x = 0$, $p_{ref}(0, z)$, gezeichnet.

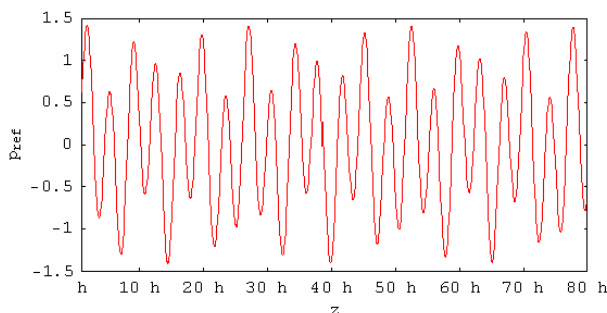


Abbildung 3: Feldschnitt $p_{ref}(0, z)$, für die in Abbildung 2 dargestellte Berechnung.

Das Feld weist Werte des Schalldrucks über 1 (= Amplitude der einfallenden Welle) auf, die durch Fokussierungseffekte entstehen. Das räumliche Interferenzmuster wiederholt sich periodisch entlang der Oberfläche. Die unbegrenzte Größe der Oberfläche – bei der H.-U.-Methode vorausgesetzt – erlaubt nicht die Entstehung eines Fernfeldes, weil Fokussierungseffekte keine Bedeutung haben, da das reflektierte Feld von unendlich breiten ebenen Wellenfronten gebildet wird.

Oberflächenwellen haben eine Dämpfung von $\exp(-k |\gamma_n| z)$ für $z > h$, weshalb sie dicht vor der Oberfläche verschwinden. Darüber hinaus enthalten solche Wellen wenig Energie und tragen deshalb kaum zum Nahfeld bei (siehe Abbildung 4).

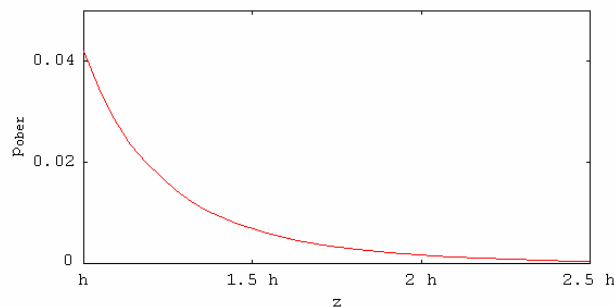


Abbildung 4: $p_{ober}(0, z)$, für die in Abbildung 2 dargestellte Berechnung.

Ähnliche Ergebnisse ergeben sich auch für alle anderen betrachteten Fälle ($f_2 = 4000\text{ Hz}$, $\varphi_0 = 10^\circ$ bzw. 45°).

Diskussion und Ausblick

Die Holford-Urusovskii-Methode liefert eine gute Darstellung des reflektierten Nahfeldes vor profilierten Oberflächen. Wegen der vorausgesetzten unendlichen Größe der Oberfläche ergeben sich jedoch keine praxisrelevanten Angaben über das Fernfeld.

Für die Charakterisierung der Schallreflexion im Fernfeld werden die Amplituden \underline{R}_n benötigt. Wenn diese Amplituden mit Hilfe der H.-U.-Methode aus Nahfeldmessungen bestimmt werden können, wäre es möglich, die Berechnungsergebnisse auf das Fernfeld zu übertragen.

Zur Fortsetzung der Untersuchungen sind Labormessungen an Proben mit profilierten, periodischen Oberflächen geplant.

Danksagung

Die Arbeiten erfolgten im Rahmen eines Stipendiums der Deutschen Bundesstiftung Umwelt (DBU).

Literatur

- [1] Holford, R. L.: Scattering of sound waves at a periodic, pressure-release surface: An exact solution. J. Acoust. Soc. Amer. 70 (1981) 1116-1128
- [2] Embrechts, J. J. et al: Calculation of the random-incidence scattering coefficients of a sine-shaped surface. Acta Acustica united with Acustica 92 (2006), 593-603