

Synchronisation von Orgelpfeifen durch externe Schalldrucksignale

Synchronization of an organ pipe under the influence of an external sound pressure signal

Steffen Bergweiler¹, Markus Abel^{1,2}, Detlef Zscherpel³

¹ UP Transfer GmbH an der Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Deutschland,

Email: steffen.bergweiler@uni-potsdam.de

² Statistische Physik / Chaostheorie, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Deutschland

³ Alexander Schuke Potsdam Orgelbau GmbH, 14542 Werder/Havel Deutschland

Synchronisation

Das Wort Synchronisation, stammt von den griechischen Wörtern $\sigma\acute{\upsilon}\nu$ (sprich: syn) = zusammen und $\chi\rho\nu\nu\omicron\sigma$ (sprich: chronos) = Zeit ab und lässt sich als „Herstellen von Gleichlauf“ übersetzen.

Aus dem Orgelbau ist bekannt, dass zwei Pfeifen, die nah beieinander stehen und fast auf die gleiche Frequenz gestimmt sind, den Klang von nur einer Pfeife annehmen können. Der Orgelbauer spricht vom „Mitnahmeeffekt“. Bekannt ist dieses Verhalten bereits länger und wird auf der Basis von Erfahrungswerten beim Entwurf einer Orgel berücksichtigt [1, 2, 3].

Selbsterregte nichtlineare Oszillatoren

Nach Beginn der Energiezufuhr nimmt die Amplitude der Orgelpfeife bis zu einem gewissen Wert zu und behält diesen, weitestgehend konstant. Dieser Zustand wird als Grenzyklus bezeichnet. Der Oszillator findet nach Störungen seiner Schwingung wieder zu seinem Arbeitspunkt zurückfindet: es liegt eine Restabilisierung vor¹. Dies ist in der Energiebilanz nichtlinearer Oszillatoren begründet, die Abb. 1 anschaulich zeigt. Energieeintrag

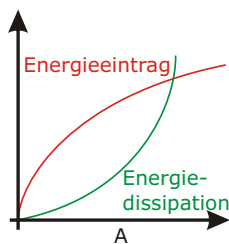


Abbildung 1: Energiebilanz eines selbsterregten nichtlinearen Oszillators.

und -dissipation halten sich im Arbeitspunkt die Waage. Sollte die Amplitude, z.B. durch äußere Einflüsse, zunehmen, so steigen auch die Verluste nichtlinear und erzwingen eine Rückkehr zum Arbeitspunkt. Nimmt die Amplitude ab, so sinkt die Dissipation nichtlinear und führt ebenfalls zur Restabilisierung. Dieser nichtlineare

¹Als Gegenbeispiel sei hier auf das Fadenpendel verwiesen. Dieses schwingt, wenn es bei einer, von Null abweichenden, Amplitude angehalten und wieder losgelassen wird, nur noch bei dieser Amplitude weiter und findet nicht zum Ausgangswert zurück.

Zusammenhang findet Ausdruck in der Differentialgleichung nach van-der-Pol:

$$\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

Der Dämpfungsterm $\mu(x^2 - 1)\dot{x}$ ist quadratisch von der Amplitude x abhängig und steigt für Amplituden oberhalb des Energieniveaus des Arbeitspunktes an. Unterhalb des Energieniveaus des Arbeitspunktes erreicht er negative Werte: es kommt zu einer Energiezufuhr!

$$\begin{aligned} x < \text{Arbeitspunkt} &\rightarrow \mu(x^2 - 1)\dot{x} < 0 \\ x > \text{Arbeitspunkt} &\rightarrow \mu(x^2 - 1)\dot{x} > 0 \end{aligned}$$

Die damit nun auch mathematisch beschriebenen Eigenschaften:

- Energieeintrag \approx Energieverlust
- Grenzyklus (Arbeitspunkt) wird angestrebt
- Amplitude \approx konstant
- Phase frei

des nichtlinearen Oszillators führen zur Möglichkeit einer Synchronisation dieses Oszillatortyps.

Theorie der Synchronisation

Bei der Betrachtung von Synchronisationsvorgängen zwischen zwei Oszillatoren ist streng zu unterscheiden zwischen dem autarken Betriebszustand und dem Fall, dass beide Oszillatoren sich bereits beeinflussen. Der Frequenzunterschied ohne Kopplungseinfluss, also bei getrenntem Betrieb, wird als Verstimmung $\Delta f = f_2 - f_1$ bezeichnet. Kommt nun, z.B. durch räumliche Nähe ein Kopplungsfaktor ϵ hinzu, so wird nun der Term Frequenz ν verwandt. Wie aus den Beispielen ersichtlich, sind die Voraussetzungen für Synchronisation:

- Geringe Verstimmung $f_1 \simeq f_2$
- Ausreichende Kopplungsstärke ϵ

Ist dies erfüllt, lässt sich der Phasenunterschied zwischen beiden Oszillatoren durch die *Adlergleichung* beschreiben:

$$\dot{\phi} = 2\pi\Delta f + \epsilon \sin(\phi) \quad (2)$$

Der Phasenunterschied nimmt für den Fall, dass der Einfluss der Kopplung die Verstimmung überwinden kann, den Wert Null an:

$$\dot{\phi} = 0 \quad \text{wenn} \quad |2\pi\Delta f| < \epsilon \quad (3)$$

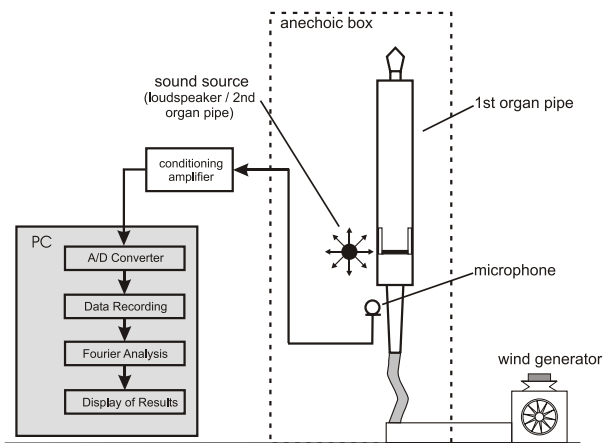


Abbildung 2: Messaufbau zur Untersuchung der Synchronisation einer Orgelpfeifen mit einem Lautsprecher.

Dieser Phasenunterschiedswert² von Null entspricht einer Schwingung beider Oszillatoren mit gleicher Frequenz. Synchronisation ist eingetreten.

Messung und Analyse

Für die Untersuchungen wurden gedackte Pfeifen der Firma Alexander Schuke GmbH Orgelbau GmbH [1] und ein 2-Wege Aktivlautsprecher MS 16 der Firma Behringer eingesetzt. Zur Messung des Kopplungsverhaltens wurden beide Schallquellen seitlich nebeneinander positioniert (Abb. 2). Dabei wurde die Pfeife in ihrer Frequenz *nicht* verändert während der Lautsprecher bei verschiedenen Schalldruckpegeln jeweils in der Frequenz durchgestimmt wurde. Der abgestrahlte Schalldruck wurde mit einem Kondensatormikrofon in der horizontalen Labiumebene, mittig zwischen beiden Quellen erfasst. Das Zeitsignal wurde mit einer Abtastfrequenz von 44.1 kHz bei 16 bit Auflösung mitgeschnitten. Das Spektrum aus denen Abbildung 3 besteht sind durch eine gefensterete und gemittelte Fouriertransformation bei unterschiedlichen Lautsprecherfrequenzwerten entstanden.

Pegelabhängigkeit der Synchronisation von Pfeife und Lautsprecher

Aufbauend auf die in [5] präsentierten Ergebnisse zum Amplituden- und Frequenzverläufen der Synchronisation von Pfeife und Lautsprecher bei gleicher Amplitude wurde nun der Einfluß des Amplitudenunterschiedes überprüft.

Der Lautsprecher durchlief dabei ein Frequenzband um den Grundton der Pfeife, jedoch geschah dies in Abstufungen von 2 dB für eine Schalldruckpegelunterschied von +10 dB bis -30 dB bezüglich der Pfeife. In Abbildung 3 wird ersichtlich das selbst bei einer um -30 dB geringeren Amplitude die Pfeife noch in einem sehr schmalen Frequenzband vom Lautsprecher synchronisiert wird.

Abb. 4 zeigt die sogenannte Arnoldzunge dar. Sie stellt für den gesamten untersuchten Pegelbereich die Grenzen

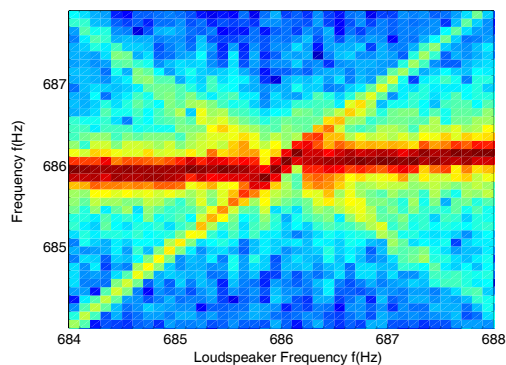


Abbildung 3: Verlauf von Grundfrequenz und Pegel des ersten Teiltons der Orgelpfeifen in Abhängigkeit von Verstimmung Δf gegenüber dem Lautsprecher, bei einem um 30 dB geringeren Schalldruckpegel des Lautsprechers. Dargestellt ist der Frequenzbereich des ersten Teiltons.

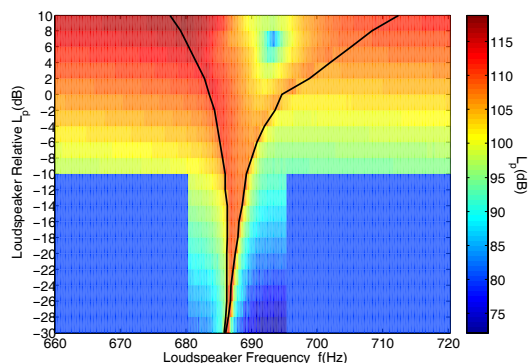


Abbildung 4: Die Arnoldzunge zeigt für die untersuchten Schalldruckpegel L_p die Grenzen des Frequenzbereiches der Synchronisation (schwarze Linie) in Abhängigkeit von Frequenz.

des Frequenzbereiches der Synchronisation (schwarze Linie). Dieser wird, in Übereinstimmung mit der Theorie mit abnehmender Lautsprecheramplitude immer schmaler.

Literatur

- [1] Alexander Schuke Potsdam Orgelbau GmbH, <http://www.schuke.com>.
- [2] Angster, J., Angster, J., and Miklós, A., Coupling between simultaneously sounded organ pipes, *AES Preprint 94th Convention Berlin*, (1993).
- [3] Stanzial, D., Bonsi, D., and Gonzales, D., Nonlinear modelling of the Mitnahme-Effekt in coupled organ pipes, *International symposium on musical acoustics (ISMA)*, Perugia, Italy, 2001, pp. 333–337.
- [4] Pikovsky, A., Rosenblum, M., and Kurths, J., *Synchronization—A Universal Concept in Nonlinear Science*, Springer, Berlin, 2001.
- [5] Bergweiler, S., Abel, M., Synchronisation von Orgelpfeifen, *Fortschritte der Akustik, Tagungsband DAGA*, Braunschweig, 2006, pp.615-616.

²Man spricht auch von Phasenkopplung.