

# Beitrag zur Weiterentwicklung der DFEM für die Berechnung der Schalleistung von 3-dimensionalen Körperschallquellen

André Gerlach

Robert Bosch GmbH, Forschung und Voraentwicklung, Gerlingen, [Andre.Gerlach@de.bosch.com](mailto:Andre.Gerlach@de.bosch.com)

## Einleitung

Die Direkte Finite Elemente Methode DFEM [1] [2] [3] bestimmt die abgestrahlte Luftschalleistung von Körperschallquellen ohne den bei anderen Verfahren üblichen Weg über Feldgrößen. In früheren Arbeiten wurde das Verfahren für 2-dimensionale Schallquellen verifiziert und ein Vorschlag zur Erweiterung auf beliebig gestaltete Körper unterbreitet. [4] Der Beitrag diskutiert ein Näherungsverfahren zur Erweiterung auf 3-dimensionale Körperschallquellen. Dieses wird mit analytischen und messtechnischen Ergebnissen verglichen.

## Grundlagen der DFEM

Grundlage der DFEM [1] [2] ist die Schalleistungsbestimmung einer diskreten Anordnung von  $N$  finiten Schallstrahlern (Monopole, Dipole, harmonisch oder stochastisch schwingend). Diese Schallquellen erzeugen in jedem Punkt auf einer geschlossenen, die Quellen umschließenden Fläche eine zu dieser Fläche resultierende Schallintensität (Superpositionsprinzip):

$$I_{n,\Sigma} = \sum_{i=1}^N p_i \sum_{i=1}^N v_{n,i} = \sum_{i=1}^N p_i v_{n,i} + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^N p_i v_{n,l} \quad (1)$$

$p_i$  bzw.  $v_{n,i}$  ist der von der  $i$ -ten Schallquelle in Abwesenheit aller übrigen Schallquellen erzeugte Schalldruck bzw. die Schallschnelle. Integriert man  $I_{n,\Sigma}$  über die Hüllfläche, so erhält man die vom Gesamtsystem der Strahler erzeugte Schalleistung

$$P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N P_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^N \sum_{l=1}^N P_{il} \quad (2)$$

als die Summe der  $N$  Eigenschalleistungen  $P_i$ , sowie  $N^2 - N$  Wechselwirkungsschalleistungen  $P_{il}$ . Für ein System harmonisch schwingender Monopolstrahler gilt

$$P_i = \frac{\rho c}{\Omega} k^2 (\Delta S_i \tilde{v}_i)^2, \quad (3)$$

$$P_{il} = \frac{\rho c}{\Omega} k^2 (\Delta S_i \tilde{v}_i) (\Delta S_l \tilde{v}_l) \frac{\sin(k d_{il})}{k d_{il}} \cos(\varphi_{il}). \quad (4)$$

$\Omega$  ist der Raumwinkel der Schallabstrahlung,  $\rho c$  die Schallkennimpedanz,  $k$  die Luftschallwellenzahl,  $\Delta S_i \tilde{v}_i$  der Schallfluss eines Monopolstrahlers und  $d_{il}$  der Abstand sowie  $\varphi_{il}$  die Phasendifferenz zwischen zwei Strahlern.

## Zurückführung der DFEM auf die Rayleigh-Darstellung der Schallabstrahlung

Die DFEM - Schalleistungsbeschreibung kann für ebene Probleme (schwingende ebene Platte eingebettet in eine unendlich große, starre Ebene) auf die Rayleigh-Darstellung [5] der Schallabstrahlung zurückgeführt werden. [6] Die

Herleitung zeigt, dass bei der DFEM die Reihenfolge der Integration über die schwingende Fläche und über die Hüllfläche im Vergleich zur Rayleigh-Darstellung vertauscht werden kann. Beide Vorgehensweisen – DFEM und Rayleigh – führen zu demselben Ergebnis.

## Weiterentwicklung der DFEM für 3-dimensional ausgedehnte Schallstrahler

In [7] [4] wurde vorgeschlagen, die Anwesenheit eines 3-dimensionalen Körpers bei der DFEM durch eine Gegenbelegung zu modellieren. Die Gegenbelegung betrachtet isoliert ein schwingendes Teilsegment des Strahlers, nimmt den verbleibenden Körper als starr an und belegt diesen so mit „Gegen“-Monopolen, dass die Randbedingung eines starren Körpers erfüllt wird. Zu beachten ist, dass eine solche Modellierung im Vergleich zu einer Modellierung aller Wechselwirkungen durch ein Gesamtgleichungssystem (wie z.B. bei der Randelementemethode) eine Näherung darstellt.

Bis [8] blieb die in der Modellierung erforderliche Bestimmung der Raumwinkel der Schallabstrahlung der Monopole ungelöst. In [8] wurde dafür eine Näherungslösung ermittelt. Diese Näherungslösung bestimmt einen Faktor, mit dem die Schalleistung des Teilsegments bei Anwesenheit eines 3-dimensional ausgedehnten Körpers zu modifizieren ist.

Darüber hinaus wurde untersucht, wie die Wechselwirkung zwischen zwei verschiedenen schallabstrahlenden Teilsegmenten zu berechnen ist. Neben dem direkten Abstand bietet sich der Abstand entlang der Strahleroberfläche an. Die Ergebnisse der rechnerischen und experimentellen Untersuchungen zeigten, dass für 3-dimensional ausgedehnte Schallstrahler überwiegend die geringeren Abweichungen gegenüber den Bezugswerten erreicht werden, wenn die Wechselwirkung entlang der Strahleroberfläche gerechnet wird.

## Rechnerische und experimentelle Verifikation der DFEM für 3-dimensionale Schallstrahler

Für eine Verifikation wurden die DFEM-Lösungen mit analytischen Lösungen verglichen [8], im Einzelnen für folgende Schallquellen: Monopole im Nord- und Südpol einer starren Kugel (gleich- und gegenphasig), Polkappenstrahler im Nordpol einer starren Kugel, Zonenstrahler im Äquator einer starren Kugel, Kugelstrahler 0-ter und 1-ter Ordnung. Ergebnisse für den Zonenstrahler werden beispielhaft dargestellt (Abbildung 1). Größere Abweichungen beschränken sich auf den Bereich kleiner  $k r_0$  (tiefer Frequenzen), der für eine A-bewertete Schalleistung wenig signifikant ist.

Darüber hinaus wurde die DFEM als Messverfahren experimentell erprobt. [4] [8] Dazu wurden Körperschalldaten mit Beschleunigungsaufnehmern gemessen und die Schalleistung berechnet. Verglichen wurde dieser Wert mit der durch Messung mit dem Schallintensitätshüllflächenverfahren bestimmten Schalleistung. Untersucht wurden folgende Schallquellen: Maschinenkapsel, Rohrleitung,

Heizkörper, Druckwasserbehälter und Elektromotor. In Abbildung 2 werden beispielhaft die Ergebnisse für die Maschinenkapsel dargestellt. Der Anstieg der Abweichung der DFEM-Schallleistung gegenüber dem Schallintensitäts-Bezugswert mit der Frequenz ist auf eine unzureichende Diskretisierungsdichte der Körperschallmesspositionen zurückzuführen (siehe Abbildung 3).

**Ausblick zu möglichen Anwendungen und Weiterentwicklungen der DFEM**

Die Arbeiten [8] befassten sich v.a. mit der Weiterentwicklung der Grundlagen der DFEM für dreidimensional ausgedehnte Körperschallstrahler. Später wurden von anderen Autoren die Untersuchungen fortgesetzt. Hingewiesen werden soll insbesondere auf die Arbeit von Herrn Max Kraus, die ebenfalls auf dieser Tagung vorgestellt wird. Durch die Entwicklung einer analytischen Lösung für eine segmentweise Integration konnte die Rechenzeit des DFEM-Verfahrens erheblich reduziert werden. Vergleiche mit dem Randelementeverfahren sind dort zu finden.

Besonders interessant ist die Anwendung der DFEM im Zusammenhang mit Methoden der aktiven Lärminderung. Im Gegensatz zu Arbeiten, die auf die Lärminderung in einzelnen Feldpunkten abzielen, ist mit der DFEM eine Minderung der globalen Größe Schallleistung möglich. Kombiniert man die DFEM mit einer modalen Beschreibung, so reduziert sich die Rechenzeit sehr stark und ein sich an zeitliche Änderungen adaptierendes Lärminderungssystem wird möglich. [9]

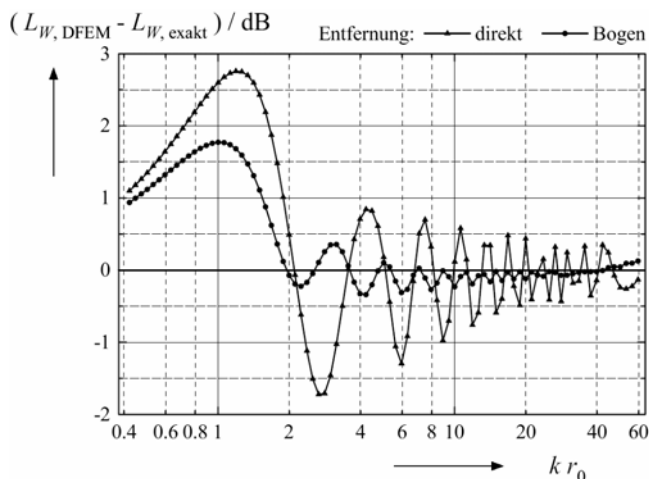
**Zusammenfassung**

In diesem Artikel wurden Weiterentwicklungen der DFEM beschrieben. Dazu wurde auf frühere Arbeiten verwiesen und diese werden diskutiert sowie einzelne Ergebnisse dargestellt.

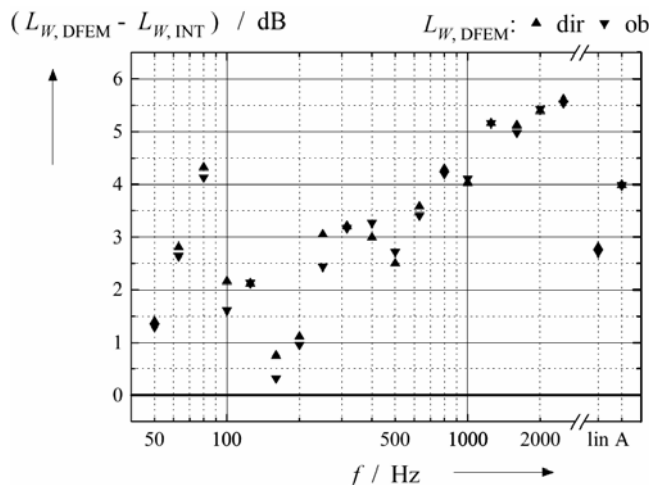
**Literatur**

- [1] Hübner, G.: Zur Schalleistung von schwingenden ebenen Flächen - Eine Methode der finiten Elemente zur Direktbestimmung der Schalleistung alternativ zur Rayleigh / Fraunhoferschen Beschreibung. Fortschritte der Akustik, FASE/DAGA '82, 423-426
- [2] Hübner, G.: Eine Betrachtung zur Physik der Schallabstrahlung. Acustica, Vol. 74 (1991), 130-144
- [3] Hübner, G., The One-sided Driving Interaction Between Two Monopoles - Effective as the Core of the 3-dimensional DFEM Sound Power and Scattering Description, Proc. EuroNoise, Sevilla, 2002
- [4] Hübner, G. ; Messner, J. und Rieger, W.: Schalleistungsbestimmung mit der Direkten Finiten Elemente Methode. Bremerhaven: Wirtschaftsverlag NW, 1992 (Schriftenreihe der Bundesanstalt für Arbeitsschutz - Forschung 660). ISBN 3-89429-213-X
- [5] Strutt, J. W. (Baron Rayleigh): The Theory of Sound. London, 1929, §278
- [6] Hübner, G. ; Gerlach, A.: Zusammenhang der DFEM-Schalleistungsbeschreibung mit der Rayleighschen Schallfelddarstellung ebener Strahler. Fortschritte der Akustik, DAGA '98, Zürich, 682-683
- [7] Hübner, G.: Erweiterung der DFEM auf allgemein gestaltete Strahler - Die Beugung in ihrer Rückwirkung auf die abgestrahlte Schalleistung. Fortschritte der Akustik, DAGA '91, Bochum, 1991, 237-240
- [8] Gerlach, A.: Ein Beitrag zur Erweiterung und Anwendung der Direkten Finiten Elemente Methode zur Bestimmung der abgestrahlten Luftschalleistung dreidimensional ausgedehnter Körperschallquellen. Diss. Universität Stuttgart, 2000

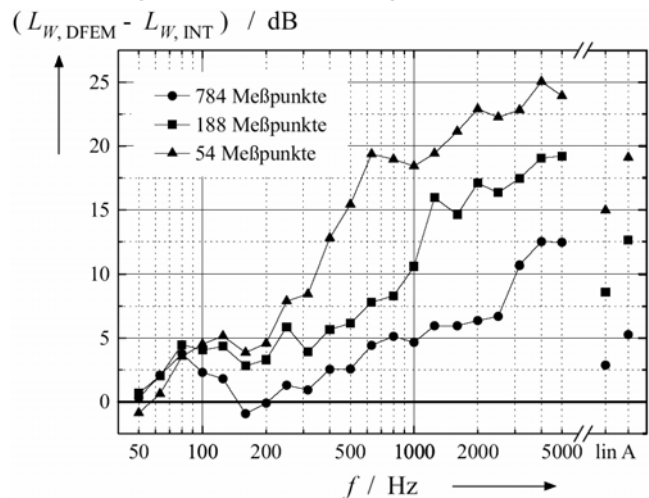
[9] Fein, O.: Untersuchung zum Vergleich analytischer und numerischer Verfahren zur Schallberechnung. Diplomarbeit Universität Stuttgart, Institut A für Mechanik, 2000



**Abbildung 1: Äquatorialer Zonenstrahler 0-ter Ordnung in starrer Kugel; Differenz der Schalleistungspegel der DFEM- und der exakten Lösung, direkter Abstand und Abstand entlang der Strahleroberfläche als Wechselwirkungsentfernungen [8]**



**Abbildung 2: Differenz der Messergebnisse der DFEM und des Schallintensitäts-Hüllflächenverfahrens bei der Bestimmung der von der Maschinenkapsel bei Anregung mit weißem Rauschen abgestrahlten Schalleistung [8]**



**Abbildung 3: wie Abbildung 2 aber Diskretisierungsdichte als Parameter [8]**