Zur Simulation des Bremsenquietschens mit unsicheren Parametern

Ute Gauger[1], Michael Hanss[1], Lothar Gaul[1]

[1] *Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart, Pfaffenwaldring 9, 70550 Stuttgart, Deutschland, Email: gauger@iam.uni-stuttgart.de*

Einleitung

In der numerischen Simulation von Systemen werden Modellparameter häufig auf einen scharfen Wert festgelegt, obwohl sie einen möglicherweise hohen Grad an Unsicherheit aufweisen. Werden diese Parameter jedoch durch einen fuzzy-arithmetischen Ansatz modelliert, kann ihre Unsicherheit berücksichtigt werden und so direkt in die Simulation des Systems einfließen. Eine praktische Implementierung bieten die Transformationsmethode und die Interpolation auf dünnen Gittern, die einen fuzzy-arithmetischen Ansatz durch Rückführung auf die Arithmetik scharfer Zahlen erlauben. Diese Verfahren werden auf die Simulation des Bremsenquietschens für ein komplettes Bremsensystem mit unsicheren Parametern angewandt. Die berechneten Ergebnisgrößen des Systems stellen zweidimensionale Fuzzy-Zahlen dar, für deren Darstellung und Analyse neue Ansätze vorgestellt werden. Die Analyse erlaubt eine Wertung des Einflusses der Unsicherheiten der jeweiligen Modellparameter auf die Unsicherheit des Ergebnisses.

Simulation und Unsicherheitsanalyse fuzzy-parametrisierter Systeme

In den letzten Jahren hat sich die *Transformationsmethode* als ein weitläufig verwendetes Werkzeug zur Simulation von Systemen mit unsicheren Parametern etabliert [1, 2]. Sie ermöglicht es, komplexe Systeme mit unsicheren Modellparametern auf der Basis fuzzy-arithmetischer Überlegungen zu berechnen, ohne, dass Veränderungen, z. B. in deren Quellcode, vorgenommen werden müssen. Die unsicheren Parameter werden durch Fuzzy-Zahlen repräsentiert. Der modulare Aufbau der Transformationsmethode beinhaltet im Besonderen die Berechnung scharfer Wertekombinationen, an denen das zu untersuchende System ausgewertet wird. Daher unterliegt diese Methode nicht den Anwendungsbeschränkungen der klassischen Implementierungen der Fuzzy-Arithmetik [3], z. B. auf der Basis der Intervallarithmetik.

Eine Alternative zur ggf. rechenzeitintensiven direkten Auswertung des Systems im Rahmen der Transformationsmethode bietet die *Dünngitter-Interpolation* [4]. Dabei werden die wiederum scharfen Parameterkombinationen zur Systemauswertung als Punkte dünn besetzter Gitter ausgewählt. Diese Gitter sind hierarchisch geschachtelt, so dass ein Fehlermaß für das Interpolationsergebnis definiert werden kann, das sich als Abbruchkriterium der Rechnungen anbietet. Verschiedene dünne Gitter können verwendet werden, wobei deren schrittweise Verfeinerung gleichmäßig oder dimensionsadaptiv erfolgen kann.

Als Ergebnis der Simulationen erhält man in beiden Fällen unsichere Fuzzy-Ausgabegrößen des Systems. Mit Hilfe der *Unsicherheitsanalyse*, die als Postprocessing-Tool direkt mit den bereits aus der Simulation gewonnenen Daten möglich ist, kann der Einfluss der Unsicherheit der Fuzzy-Eingangsgrößen auf den Fuzzy-Output quantifiziert werden [5]. Hierfür werden absolute und relative Unsicherheitsmaße angeboten.

Simulationen zum Bremsenquietschen

Die Simulationen zum Bremsenquietschen wurden an einem vollständigen Modell einer Scheibenbremse durchgeführt, dessen Finite-Elemente-Netz ca. 75000 Freiheitsgrade umfasst (Abbildung 1). Zur Detektion der instabilen Moden der Scheibenbremse wird eine Stabilitätsanalyse in drei Schritten auf das System angewandt [6]. Im Rahmen dieser Analyse wird eine komplexe Eigenwertanalyse durchgeführt, deren Lösungen komplexe Eigenvektoren und komplexe Eigenwerte sind. Besitzen die komplexen Eigenwerte einen hohen positiven Realteil α, so weist dies auf eine Instabilität hin, an derer zugehörigen Frequenz f möglicherweise Quietschen auftritt.

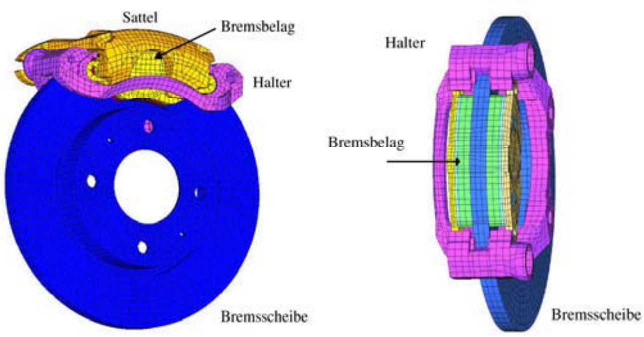

Abbildung 1: Seitenansicht und Draufsicht des Modells der Scheibenbremse mit Finite-Elemente-Netz.

Für die Simulationen wurden zwei unsichere Parameter ausgewählt: der Kontaktparameter λ und der Reibkoeffizient ϕ zwischen Bremsscheibe und Bremsbelag. Beide Parameter wurden auf Grund mündlicher Aussagen von Entwicklungsingenieuren mit langjähriger Erfahrung in der Bremsensimulation quantifiziert und durch lineare, symmetrische Fuzzy-Zahlen repräsentiert [7]. Die Rechnungen wurden sowohl mit verschiedenen Versionen der Transformationsmethode als auch der Dünngitter-Interpolation vorgenommen. Das System wurde mit vier äquidistant verteilten Bremsdrücken p im Bereich zwischen 10 bar und 17.5 bar und zwei verschiedenen Bremsscheibengeschwindigkeiten v untersucht, wobei das Hauptinteresse bei einer Instabilität um ca. 4.8 kHz lag.

Als Fuzzy-Output des Systems ergibt sich eine zweidimensionale Fuzzy-Zahl, ein komplexer Eigenwert mit unsicherer Frequenz $\tilde{f}$ und unsicherem Realteil $\tilde{\alpha}$. Zur Darstellung und Interpretation dieses Ergebnisses bieten sich konvexe Hüllen an [8]. Auf deren Basis wurde eine spezielle Unsicherheitsanalyse für zweidimensionale unsichere Ausgangsgrößen entwickelt, welche die besonderen Eigenschaften dieser Zahlen berücksichtigt: Es werden gewichtete Projektionen der zweidimensionalen Fuzzy-Ausgabegrößen erstellt, die als wiederum eindimensionale Fuzzy-Zahlen in die Unsicherheitsanalyse eingehen.

Abbildung 2 zeigt eine auf konvexen Hüllen beruhende Darstellung der Unsicherheitsbereiche der Frequenz $\tilde{f}$ und des Realteils $\tilde{\alpha}$ für den Bremsdruck p = 10 bar und zwei verschiedene Bremsscheibengeschwindigkeiten v, wie sie sich als Ergebnis der Simulationen ergibt. Die Ergebniswerte mit der größten Möglichkeit sind dabei durch die cyanfarbenen Punkte im Zentrum der beiden Unsicherheitsbereiche dargestellt, die berechnete Möglichkeit nimmt von diesen Punkten aus nach außen kontinuierlich bis zu Null ab.

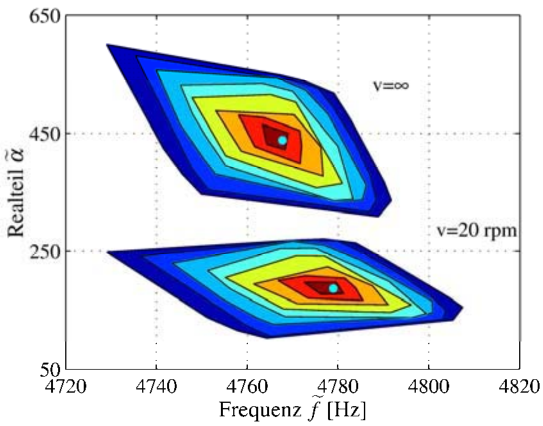

Abbildung 2: Instabilitätsfrequenzen f und zugehörige Realteile α des komplexen Eigenwerts, beide Bremsscheibengeschwindigkeiten v, Bremsdruck p = 10 bar.

Die graphische Auswertung der Ergebnisse über den gesamten Bremsdruckbereich (aus Platzgründen an dieser Stelle nicht abgebildet) ergibt, dass die Unsicherheit der Frequenz mit steigendem Bremsdruck geringer wird. Es ist also besser bekannt, welcher Frequenzbereich möglicherweise für Bremsenquietschen in Betracht kommt. Im Gegenzug dazu wächst die Unsicherheit des Realteils, wird also unsicherer, ob die detektierte Instabilität Quietschen verursacht. Die beiden unsicheren Parameter "arbeiten gegeneinander".

Unsicherheitsanalyse der Ergebnisgrößen

Die Unsicherheitsanalyse bietet nun die Möglichkeit, den Effekt zu quantifizieren, den die Unsicherheiten des Kontaktparameters λ und des Reibkoeffizienten ϕ auf die Unsicherheiten der Frequenz $\tilde{f}$ und des Realteils $\tilde{\alpha}$ haben. Tabelle 1 zeigt die relativen Unsicherheiten ω_λ und ω_ϕ, die sich für die vier Bremsdrücke p jeweils ergeben. Es zeigt sich, dass Einfluss des Kontaktparameters λ auf die Frequenz $\tilde{f}$ mit steigendem Bremsdruck p abnimmt (von 62% auf 39%), während der Einfluss des Reibkoeffizienten im Gegenzug stetig zunimmt. Für die Unsicherheit des Realteils $\tilde{\alpha}$ weist der Reibkoeffizient ϕ einen vom Bremsdruck p unabhängigen dominierenden Einfluss auf (ca. 85 %), während die Unsicherheit des Reibkoeffizienten ϕ um mehr als das Vierfache geringer ist: Die Unsicherheit des Quietschens, die vornehmlich von der Unsicherheit des Realteils der detektierten Instabilität abhängt, wird primär durch die Unsicherheit des Reibkoeffizienten bestimmt.

Tabelle 1: Relative Unsicherheiten ω_i der gewichteten Projektionen von Frequenz $\tilde{f}$ und Realteil $\tilde{\alpha}$, v = 20 rpm.

p [bar]	Frequenz f		Realteil α	
	ω_λ	ω_ϕ	ω_λ	ω_ϕ
10	0.62	0.38	0.18	0.82
12.5	0.54	0.46	0.13	0.87
15	0.52	0.48	0.17	0.83
17.5	0.39	0.61	0.14	0.86

Dank: Das Modell der Bremse wurde freundlicherweise von der Robert Bosch GmbH, Stuttgart, zur Verfügung gestellt.

Literatur

[1] M. Hanss: Applied Fuzzy Arithmetic – An Introduction with Engineering Applications. Springer, 2005.

[2] U. Gauger: Methoden zur Simulation und Analyse fuzzy-parametrisierter Systeme insbesondere mit zweidimensionalen Fuzzy-Ergebnisgrößen. Dissertation, Universität Stuttgart, 2007.

[3] A. Kaufmann, M. M. Gupta: Introduction to Fuzzy Arithmetic. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

[4] W. Andreas Klimke: Uncertainty Modeling using Fuzzy Arithmetic and Sparse Grids. Shaker Verlag, Aachen, 2006. Dissertation, Universität Stuttgart.

[5] U. Gauger, S. Turrin, M. Hanss, L. Gaul: A new uncertainty analysis for the transformation method. Zur Veröffentlichung bei Fuzzy Sets and Systems eingereicht, 2007.

[6] F. Moser, H. Storck: Three step simulation process for brake squeal analysis. In IMechE International Conference Braking 2004 (167 – 176), Leeds, UK, 2004.

[7] U. Gauger, M. Hanss, L. Gaul: On the inclusion of uncertain parameters in brake squeal analysis. In International Modal Analysis Conference – IMAC, St. Louis, USA, 2006.

[8] T. Lambert: Convex Hull, 1998. URL `http://www.cse.unsw.edu.au/~lambert/%java/3d/ConvexHull.html`