

Methoden zur Lösung von Streuphänomenen

Bodo Nolte, Ingo Schäfer

Forschungsanstalt der Bundeswehr für Wasserschall und Geophysik, 24148 Kiel, Deutschland,
Email: bodonolte@bwb.org

Einleitung

Die heute übliche additive Aufteilung in einen reinen Streuanteil und in einen einfallenden Druckanteil $p_{ges} := p = p^s + p^i$ geht auf eine Annahme von Mie [14] aus den Jahre 1908 zurück. Im folgenden wird dieser für die Akustik kurz beschrieben und es werden verschiedene Näherungen angegeben.

Herleitung der Streuformel

Für eine zügige Herleitung der Streugleichung [1] sei ausgehend von der schwachen Formulierung der Helmholtzgleichung mit Inhomogenität q

$$\int_{\Omega} (p_{,ii} + k^2 p + q) g d\Omega = 0 \quad (1)$$

die entsprechende Randintegralgleichung, die durch zweimalige partielle Integration sowie zweimalige Anwendung des Gausschen Integralsatzes rasch gewonnen werden kann, angegeben zu

$$C(P)p(P) = \int_{\Gamma} \left(g \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial g}{\partial n} \right) d\Gamma + \int_{\Omega} q g d\Omega \quad (2)$$

Für die graphische Interpretation ist der Abbildung 1 zu entnehmen. Die Eulersche Bewegungsgleichung verknüpft Druck und schnelle, so dass für die Normalenrichtung auf dem Rand mit $\partial p / \partial n = -i\omega \rho v_n$ geschrieben werden kann:

$$\frac{1}{2} p(P) = - \int_{\Gamma} \left(g i \omega \rho v_n + p \frac{\partial g}{\partial n} \right) d\Gamma + \int_{\Omega} q g d\Omega \quad (3)$$

Nach dem Diskretisierungsprozess ergibt sich das Gleichungssystem $\mathbf{Fp} = \mathbf{Jv} + \mathbf{p}_{incident}$.

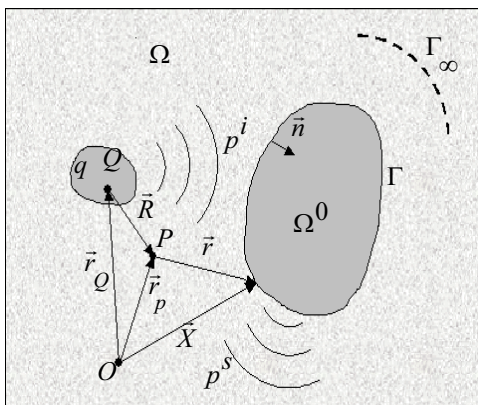


Abbildung 1: Streukörper und Quelle

Um die Integralgleichung für das Streuproblem zu erhalten, kann alternativ die Integralgleichung nur für das Streufeld p^s betrachtet werden:

$$C(P)p^s(P) = - \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n^s g + p^s \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma. \quad (4)$$

Existierte das Streuobjekt nicht, so lautete die Integralgleichung für das Innenraumproblem mit den Daten des einfallenden Feldes der Quelle

$$C^0(P)p^i(P) = \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n^i g + p^i \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma, \quad (5)$$

mit C^0 komplementär zu dem Randfaktor C . Es sei darauf hingewiesen, dass in den Gleichungen (4) und (5) mit dem gleichen Normalenvektor gearbeitet wird. Nun gilt

$p = p^i + p^s$, $v_n = v_n^i + v_n^s$ und $C + C^0 = 1$, dieses führt zu

$$C(P)p(P) = - \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n g + p \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma + p^i. \quad (6)$$

Somit gilt ebenfalls für $P \in \Omega$

$$p^s = - \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n g + p \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma, \quad (7)$$

ausführlicher lautet dies

$$p^s = - \int_{\Gamma} (i\omega \rho (v_n^i + v_n^s) g + (p^i + p^s) \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma \quad (8)$$

$$p^s = - \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n^i g + p^i \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma - \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n^s g + p^s \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma. \quad (9)$$

Ein Vergleich liefert somit

$$p^i = - \int_{\Gamma} (i\omega \rho v_n^i g + p^i \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma = 0. \quad (10)$$

Es sei des Weiteren darauf hingewiesen, dass für das einfallende Druckfeld die Sommerfeldsche Ausstrahlbedingung nicht gelten muss. Die einfallende Welle genügt der inhomogenen Helmholtzgleichung im Gebiet Ω ohne den Streukörper, resp. $\Omega \cup S$ ($\Omega^0 = S$), während das Streufeld die Helmholtzgleichung in Ω erfüllt:

$$p^i_{,ii} + k^2 p^i = -q \quad \Big|_{\Omega \cup S}, \quad (11)$$

$$p^s_{,ii} + k^2 p^s = 0 \quad \Big|_{\Omega}, \quad (12)$$

dies liefert

$$(p^i + p^s)_{,ii} + k^2 (p^i + p^s) = -q \quad \Big|_{\Omega}. \quad (13)$$

Kirchhoffnäherungen

Näherungslösungen für hohe Frequenzen unter Berücksichtigung des Reflexionsfaktors R [1]-[6] resp. [7]-[10] sind unter dem Begriff Kirchhoffnäherungen unterschiedlicher Ordnungen oder der PWA (Plane-Wave-Approximation)-Methode bekannt. Der Vorteil ist die Umgehung der Lösung eines Gleichungssystems und die Beschränkung im monostatischen Falle (Abb.1 und 2) auf den beschallten Anteil der Struktur Γ_B . Zwei Näherungen seien mithin für p^S angegeben zu: p_I^S nach Gl. (8) und p_{II}^S nach Gl. (9) und (10). Beschränkte man sich nicht auf den beschallten Bereich Γ_B , sondern bliebe es bei der gesamten Oberfläche Γ , so würde gelten $p_I^S = p_{II}^S$. Eine weitere Näherung ergibt sich durch Einführung des Reflexionsfaktors R :

$$p_I^S = - \int_{\Gamma_B} ((1-R)i\omega\rho v_n^i g + (1+R)p^i \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma \quad (14)$$

$$p_{II}^S = \int_{\Gamma_B} (iR\omega\rho v_n^i g - R p^i \frac{\partial g}{\partial n}) d\Gamma \quad (15)$$

mit $p^S = R p^i$ und $\frac{\partial p^S}{\partial n} = -R \frac{\partial p^i}{\partial n}$.

Gleichung (14) ist geeignet für $R = \pm 1$ ($p, v = 0$ auf Γ_U), während Gl. (15) für $|R| \ll 1$ ($p^S, v^S = 0$ auf Γ_U) geeignet scheint.

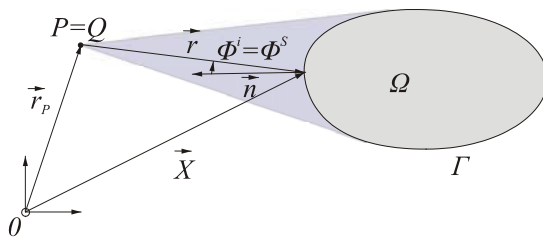


Abbildung 2: Monostatischer Fall

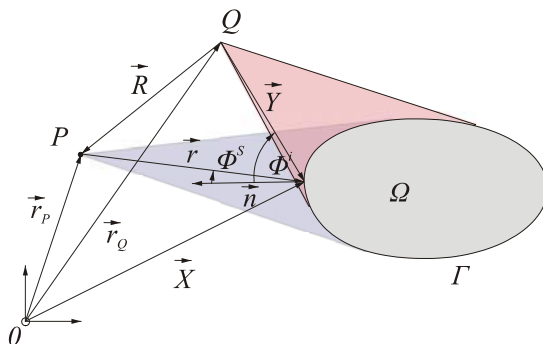


Abbildung 3: Bistatischer Fall

Zusammenfassung und Ausblick

Somit lautet der abschließende Vorschlag die Benutzung einer gewichteten Linearkombination auf lokaler Ebene:

$$p^S = |R| p_I^S + (1-|R|) p_{II}^S \quad (16)$$

Auf die Erkennung verdeckter Flächen (HSD-Modus) sowie auf die Mehrfachstreuung sei hingewiesen [1].

Ausgewählte Literatur

- [1] Nolte, B.; Fiedler, Chr.; Wendlandt, A.; Schäfer, I.: Numerical Methods for Scattering Phenomena, Proc. of Forum Acusticum 2005, Budapest
- [2] Wittek, G.; Peine, H.: Anmerkungen zum Rechenprogramm zur Berechnung des Zielmaßes von Ubooten, FWG, Interner Bericht, 1996, VS-NfD
- [3] Stüber, B.; Meißner, H.; Kolerus J.: Rechenprogramm zur Berechnung des Zielmaßes von Ubooten, Bericht, 1989, VS-NfD
- [4] Fiedler, Ch.: ExTaSSi – Experimental Target Strength Simulation, Technical Report, FWG, Kiel, 2004, VS-NfD
- [5] Fiedler, Ch.: Zielberechnungen und Finite Element Gitter Verarbeitung mit Matlab, Technical Report, FWG, Kiel, 2003, VS-NfD
- [6] Seybert, A. F. ; Rengarajan, T.K. : The high-frequency radiation of sound from bodies of arbitrary shape, J. Vibr. Acoust., 1987, 381-387
- [7] Seybert, A. F. ; Rengarajan, T.K. : The high-frequency radiation of sound from bodies of arbitrary shape, J. Vibr. Acoust., Stress and Reliability in Design 109, 1987, 381-387
- [8] Ochmann, M.; Makarov, S.: Ein iteratives Randelementverfahren der hochfrequenten Schallstreuung an dreidimensionalen Strukturen, Fortschritte der Akustik – DAGA 98, Zürich, 1998, 676-677
- [9] Ochmann, M.; Homm, J.; Ehrlich, J.: Numerical calculation of acoustic scattering from a finite cylinder with locally varying surface impedance, Acta Acustica/Acustica, 89, 14-20, 2003
- [10] Ochmann, M.; Makarov, S.: An iterative solver of the Helmholtz integral equation for high-frequency acoustic scattering, J. Acoust. Soc. Am. Vol. 103 (2), 1998, 742-750
- [12] Sommerfeld, A.: Vorlesungen über theoretische Physik, Band IV, Optik, Verlag, Harry Deutsch, 1989
- [13] Schenck, H. A.: Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 44, (1), 1968
- [14] Mie, G.: Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen, Annalen der Physik, Vierte Folge, Band 25, No. 3, 377-445, 1908