

Globale Identifikation der Wandadmittanzen in Innenräumen mittels verschiedener Ansätze

Robert Anderssohn¹, Steffen Marburg, Hans-Jürgen Hardtke

Institut für Festkörpermechanik, Technische Universität Dresden, 01062 Dresden, Deutschland

¹*Email: robert.anderssohn@tu-dresden.de*

Einleitung

Die Vorhersage des akustischen Verhaltens von Räumen mit kompliziert gestalteter Geometrie der berandenden Struktur ist eine große Herausforderung für die Simulation. Meist kann man wirklichkeitstreuere Ergebnisse dann erzeugen, wenn Simulationsmodelle mithilfe vereinfachter Experimente adaptiert werden. Im Fall der hier behandelten stationären Innenraumakustik bedeutet das, dass man von der Messung des Schalldruckes bei einer Erregung durch eine bekannte Schallquelle ausgeht, um die Wandadmittanz zu ermitteln. Ist dieser Systemparameter hinreichend genau bestimmt, können Struktur-Fluid-Modelle wegen besserer Kenntnis über das Masse-Feder-Dämpfer-Verhalten der Wand verfeinert werden. Eine Verbesserung und sogar Optimierung der akustischen Eigenschaften wie beispielsweise Klangqualität und Rauschminimierung sind damit möglich.

In diesem Beitrag werden globale Verfahren zur Identifikation der akustischen Wandadmittanz erörtert. Global bedeutet hier, dass das numerische Modell einer Finite-Elemente-Formulierung für Innenräume beliebig komplexer Geometrien vorliegt. Da die Schalldruckmesswerte, mit denen der Systemparameter bestimmt werden soll, ebenfalls die Lösung des Vorwärtsproblems der FE-Gleichung darstellt, haben wir im mathematischen Sinne mit einem inversen Problem zu tun. In [3] haben die Autoren ihre Erkenntnisse diesen von [1, 2] gegenübergestellt und festgestellt, dass, basierend auf der FEM, die Wandadmittanz nur durch die Lösung eines nicht-linearen Gleichungssystems sinnvoll abgeschätzt werden kann.

Im Folgenden werden verschiedene Ansätze beleuchtet, die die Eigenschaften des FE-Matrizen-Gleichungssystems für die Berücksichtigung der Frequenzabhängigkeit der Wandadmittanz sinnvoll ausnutzen sollen.

Inverse Innenraum-FEM

Mit diversen Optimierungsverfahren kann man das nicht-lineare Gleichungssystem des inversen akustischen Problems lösen. Die meisten Verfahren verlangen die Formulierung einer Zielfunktion. Hier wird die Quadratmittelsumme über die mit Mikrofonen gemessenen Schalldrücke \check{p}_m gewählt:

$$\mathcal{F}(\mathbf{y}) = \|\check{\mathbf{p}}_m - \mathbf{p}_m(\mathbf{y})\|^2 \rightarrow \min! \quad (1)$$

Die $\mathbf{p}_m(\mathbf{y})$ werden bei einer FE-Diskretisierung des akustischen Randwertproblems mit Robin'schen Randbedingungen aus der Vorwärtslösung des Matrizen-

Gleichungssystems

$$\left\{ \mathbf{K} - k^2 \mathbf{M} - i k \mathbf{D} [Y(k)] \right\} \mathbf{p} = \mathbf{b} \quad (2)$$

gewonnen.

Auf der DAGA'06 [4] wurde gezeigt, dass die Wahl der Zielfunktion zusammen mit der Finite Elemente Diskretisierung eine gutmütige Zielfunktion ergibt, mit welcher die Anzahl notwendiger Druckmessstellen stark reduziert werden kann.

Im Allgemeinen muss aber die Zielfunktion (1) innerhalb des gewählten Optimierungsverfahrens oft berechnet werden; und das ist rechenzeitaufwändig. Interessiert die Rekonstruktion der Wandadmittanz über einen gesamten Frequenzbereich, muss die Optimierungsrechnung bei konstanten Frequenzen entsprechend oft wiederholt werden. Folgende Möglichkeiten zur Beschleunigung gibt es:

- effektive Gleichungssystemlöser, die die Schwachbesetztheit der FE-Matrizen ausnutzen,
- Kombinationen von schnellen anpassbaren globalen und lokalen Optimierungsalgorithmen und
- frequenzbereichs-orientierte Ansätze für die Zielfunktion.

Auf letzten Punkt soll etwas näher eingegangen werden.

Frequenzansätze

Wie erwähnt ist die Vorwärtslösung von Glg. (2) nur bei festen Frequenzen zu erbringen. Wählt man aber für die Admittanz einen Summationsansatz [5]

$$Y(k) = Y_0 + Y_1 k + Y_2/k, \quad (3)$$

lässt sich diese in entsprechend großen Frequenzintervallen hinreichend genau approximieren. So können die den Koeffizienten Y_1 , Y_2 entsprechenden Anteile der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} auf die Massen- sowie Steifigkeitsmatrix \mathbf{M} und \mathbf{K} aufaddiert werden, ohne die Frequenzunabhängigkeit der Systemmatrizen zu verlieren.

$$\left\{ \tilde{\mathbf{K}} - k^2 \tilde{\mathbf{M}} - i k \tilde{\mathbf{D}} \right\} \mathbf{p} = \mathbf{b} \quad (4)$$

Abb. 1 zeigt die drei Ansätze für einen für Schaumstoff typischen Verlauf des Imaginärteils der Admittanz im Vergleich.

Aus vier Druckmessungen pro Intervall wurden über die Fehlerquadratmethode die Koeffizienten bestimmt. Im Fall (I) sind $Y_1 = Y_2 = 0$ gesetzt, im Fall (II) ist nur $Y_2 = 0$ und im Fall (III) wird der Ansatz mit allen drei Koeffizienten gewählt.

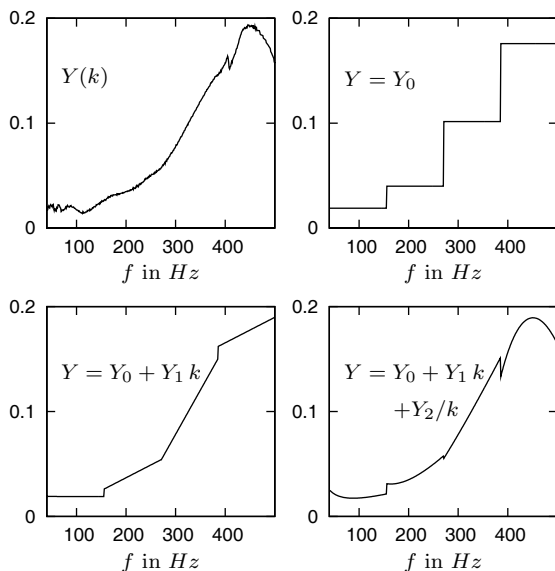


Abbildung 1: Approximation eines Wandadmittanzparameters mit drei verschiedenen Ansätzen im Frequenzspektrum.

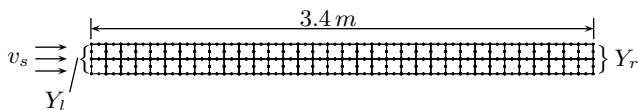


Abbildung 2: 2D-FE-Modell des Rohres.

An einem einfachen Beispiel, ein zwei-dimensionales Modell eines schlanken Rohres Abb. 2, wurden diese Ansätze für die komplexen Admittanzwerte der Rohrstirnseiten gewählt. Abb. 3 soll die damit erzielbare Genauigkeit der Schallfeldrekonstruktion darstellen. Es wird der Fehler gezeigt, der sich für den Schalldruck ergibt, wenn Y_l und Y_r , die ähnliche Verläufe siehe Abb. 1 haben, mit den drei verschiedenen Ansätzen $Y(k)$ genähert werden.

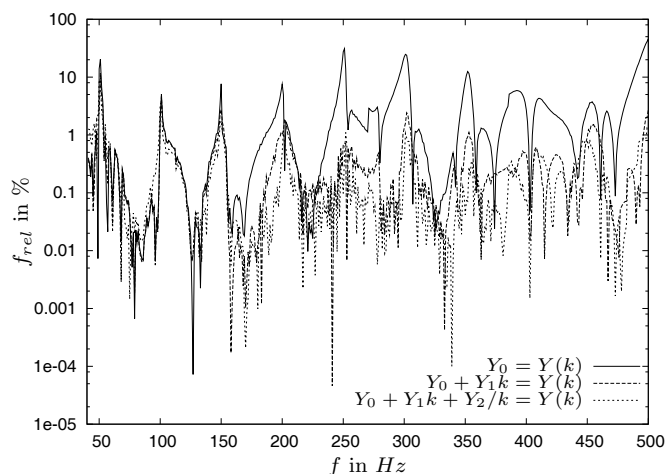


Abbildung 3: Relativer Fehler der Schalldruckamplitude am Rohrmodell, bei 0.65 m.

Die Bedeutung dieser Ansätze für die inverse Rechnung kann wie folgt zusammengefasst werden. Während im vorhergehenden Kapitel von der Optimierung bei konstanten Frequenzen gesprochen wurde, ermöglichen diese

Ansätze eine Erweiterung des gesamten Optimierungsprozesses auf Frequenzintervalle. Sind $Y_i \neq 0, i = 0, 1, 2$ — Fall (III), dann kann ein reduzierender Eigenwertlöser, der die Schwachbesetztheit der Matrizen ausnutzt, für die admittanzabhängige Zielfunktionsberechnung benutzt werden. Im Fall (I) und (II) kann ein Padé via Lanczos Algorithmus verwendet werden, der ein gutes Konvergenzverhalten aufweist.

Zusammenfassung

Die verschiedenen, auf FEM basierenden inversen Ansätze haben gemein, dass ein durch die Nichtlinearität verursachter hoher numerischer Aufwand einer starken Reduktion des experimentellen Aufwandes gegenübersteht. Allerdings zeigen die Ergebnisse, dass für eine exakte Vorherbestimmung eine ungenauere Approximation als mit den Verfahren möglichst ist, ausreicht. Allgemeine Betrachtungen in [6] über die Verwendung der Randelemente-Methode für das gleiche inverse Problem haben dagegen gezeigt, dass kein nicht-lineares, aber ein im Allgemeinen schlecht-konditioniertes lineares Gleichungssystem zu lösen ist. Hierbei ist aber aufgrund der Kondition und der Bestimmtheit des Gleichungssystems mit wesentlich höherem Messaufwand zu rechnen.

Literatur

- [1] R. Anderssohn, St. Marburg, und Chr. Großmann. Fem-based reconstruction of sound pressure field damped by partially absorbing boundary conditions. *Mechanics Research Communications*, 33:851–859, 2006.
- [2] R. Anderssohn, St. Marburg, H.-J. Hardtke und Chr. Großmann. Reconstruction of Sound Pressure Field by IFEM. *Theoretical and Computational Acoustics 2005*. ISBN 981-270-084-6, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., London, 2006.
- [3] R. Anderssohn und St. Marburg. Non-Linear Approach to Approximate Acoustic Boundary Admittance in Cavities. *Journal of Computational Acoustics*, 2007. im Druck.
- [4] R. Anderssohn, St. Marburg, H.-J. Hardtke und Chr. Großmann. Zu einem nicht-linearen, FE-basierten Lösungsansatz zur Rekonstruktion gedämpfter Schallfelder von Innenräumen. *Fortschritte der Akustik, DAGA 2006*, Braunschweig, S. 391–392, 2006.
- [5] Z. S. Chen, G. Hofstetter und H. A. Mang. A 3d boundary element method for determination of acoustic eigenfrequencies considering admittance boundary conditions. In *Journal of Computational Acoustics*, S. 455–468. IMACS, 1993.
- [6] S. Marburg. Developments in structural-acoustic optimization for passive noisecontrol. *Archives of Computational Methods in Engineering. State of the art reviews*, 9(4):291–370, 2002.