

# Identifikation von Schallquellen mittels inverser FEM mit realen Messdaten

Matthias Weber<sup>1</sup>, Thomas Kletschkowski<sup>2</sup> und Delf Sachau<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Helmut-Schmidt-Universität, 22043 Hamburg, Deutschland, Email: mweber@hsuhh.de

<sup>2</sup> Helmut-Schmidt-Universität, 22043 Hamburg, Deutschland, Email: kletsch@hsuhh.de

<sup>3</sup> Helmut-Schmidt-Universität, 22043 Hamburg, Deutschland, Email: sachau@hsuhh.de

## Einleitung

Die Identifikation von Lärmquellen in Flugzeugkabinen gestaltet sich insbesondere bei tiefen Frequenzen schwierig, da das sich ausbildende stehende Schallfeld keinen direkten Rückschluss auf Schallquellen zulässt. Ein neuer Ansatz zur Rekonstruktion der räumlichen Verteilung von Schalldruck und Schallschnelle auf dem Kabinenrand basiert auf der Anwendung der inversen Finite-Elemente-(FE-)Methode, siehe [1].

Dieses Vorgehen setzt zunächst die Aufnahme von Messwerten im Kabineninneren voraus. In einem zweiten Schritt sind diese den Knoten eines FE-Modells zuzuordnen. Befinden sich alle Schallquellen auf dem Kabinenrand, kann das aus dem FE-Modell resultierende Gleichungssystem umsortiert werden, und zwar derart, dass mit Hilfe von Regularisierungsverfahren die Berechnung der unbekannt Randlasten auch bei Störung der Messwerte möglich wird. Im Folgenden wird die Anwendung dieser neuartigen Ortungsmethode am Beispiel eines vereinfachten Versuchsaufbaus erläutert. Die Vermessung des Schalldrucks im gesamten Messgebiet ermöglichte zunächst die Validierung eines zur Vorwärtsrechnung mit gegebenen Randwerten verwendeten FE-Modells. Für die darauffolgende inverse Berechnung wurde die Steifigkeitsmatrix dieses FE-Modells so umpartitioniert, dass ein Teil der im Messgebiet aufgenommenen Schalldrücke erfolgreich zur Berechnung der nun freien Randwerte verwendet werden konnte. Weitere Details sind in [2] und [3] aufgeführt. Untersucht wurde die Qualität der Randverläufe von Schalldruck und Schallschnelle für unterschiedliche Geometrien, Netzdichten und Anregungsfrequenzen.

## Versuchsaufbau und -durchführung

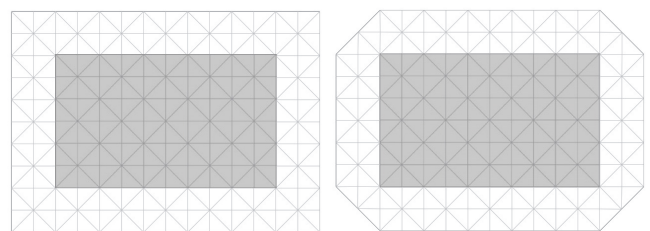
Das zu vermessende Luftvolumen wurde in einem quaderförmigen Messgebiet eingeschlossen. Um die inverse Rechnung auf den zweidimensionalen Fall zu beschränken, wurde die Höhe des Quaders mit  $h = 0,13\text{m}$  ausreichend gering gewählt, damit sich im interessierenden Frequenzbereich ( $f < 500\text{Hz}$ ) keine Raummoden in dieser Richtung ausbilden konnten (obere Grenzfrequenz:  $f = 1320\text{Hz}$ ). Länge und Breite betragen  $l = 0,70\text{m}$  und  $b = 0,50\text{m}$ . Die Berandung des Messgebiets wurde als schallhart angenommen, entsprechend wurde in das FE-Modell keine Dämpfung eingebracht. Im Rand wurde ein Lautsprecher eingelassen, mit dem das Luftvolumen zu Schwingungen angeregt werden konnte und dessen Position durch die inverse Rechnung bestimmt werden sollte. Der Versuchsaufbau wurde mit einem zweidimensionalen FE-Modell nachgebildet. Da die Netzknoten des Modells zugleich auch als Messpositionen dienen und



**Abbildung 1:** Versuchsaufbau mit abgeschragten Ecken, Netzknoten und verschiebbarem Messmikrofon.

deshalb uniform verteilt sein sollten, wurde auf eine Verfeinerung des Netzes in den Raumecken verzichtet. Um die Qualität des Modells dadurch nicht übermäßig zu beeinträchtigen, wurde versucht, den Einfluss der Ecksingularitäten durch vier Abschrägungen abzuschwächen (vgl. Abbildung 1).

Es wurde ein Netz aus Dreieckselementen mit linearen Formfunktionen und 165 bzw. 153 Freiheitsgraden verwendet. Das 2D-Modell wurde durch Vergleich der gemessenen und numerisch berechneten Resonanzfrequenzen für  $f < 500\text{Hz}$  validiert. Die Knoten des Netzes wurden auf die Grundfläche des Messgebiets übertragen.

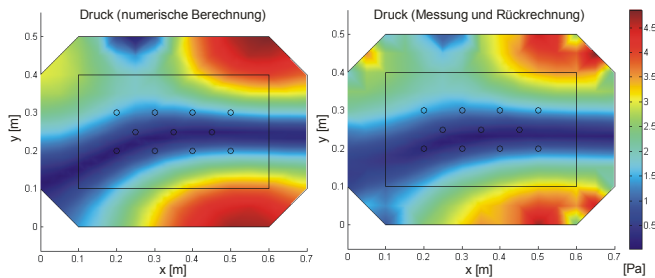


**Abbildung 2:** FE-Netz mit 165 (links) bzw. 153 Freiheitsgraden (abgeschragte Ecken, rechts) und markiertem inneren Messgebiet.

Anschließend wurde ein Bereich im Inneren des Messgebiets definiert, an dessen Knoten Schalldruckwerte als Eingangsdaten für die Rückrechnung aufgenommen wurden (77 Knoten, vgl. Abbildung 2). Dabei wurde tonal mit verschiedenen Frequenzen angeregt. Es wurden Leistungsspektrum und Phasenlage (in Bezug auf ein Referenzmikrofon) aufge-

zeichnet. Zusätzlich wurden, als Vergleichdaten für die Rückrechnung, die Werte am Außenrand gemessen.

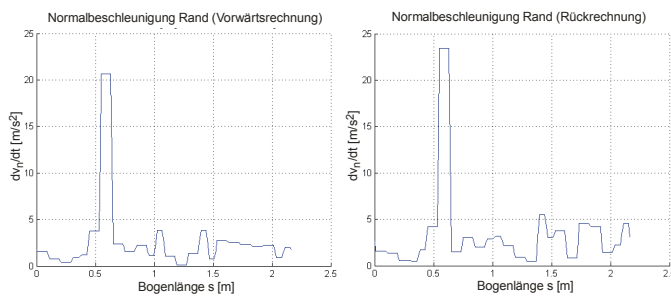
Im Modell wurde die Anregung durch eine Beschleunigungsrandbedingung  $a(\omega)$  simuliert, deren Amplitude aus der auf der Lautsprechermembran gemessenen Normalbeschleunigung bestimmt wurde.



**Abbildung 3:** Betrag des Schalldrucks. Vorwärtsrechnung (links), Messung und Rückrechnung (rechts).

Abbildung 3 stellt die numerisch berechnete Verteilung des komplexen Schalldrucks (Vorwärtsrechnung) bei Anregung mit  $f = 400\text{Hz}$  der gemessenen und invers berechneten Druckverteilung gegenüber. Innerhalb des markierten Rechtecks befinden sich die Messwerte, außerhalb die rückgerechneten Werte. Dabei wurde die Abgeschnittene Singulärwertzerlegung als Regularisierungsverfahren angewandt; die Wahl des Regularisierungsparameters erfolgte mittels L-Kurve nach [4].

Die Position der Schallquelle ( $x = 0,25\text{m}$ ;  $y = 0,5\text{m}$ ) ist in beiden Fällen deutlich erkennbar, die für schlecht gestellte Probleme typischen Oszillationen am Rand konnten jedoch durch die Regularisierung nicht ganz beseitigt werden. Dies mag an der suboptimalen Vernetzung, den Ecksingularitäten oder dem Standard-Algorithmus zur Wahl des Regularisierungsparameters liegen und ist Gegenstand weiterer Untersuchungen.



**Abbildung 4:** Randverlauf der Normalbeschleunigung. Vorwärtsrechnung (links), Rückrechnung (rechts).

Aussagekräftiger als der Druck für die Identifikation einer Schallquelle ist jedoch die Schallschnelle, da deren Normalkomponente an schallharten Rändern Null sein muss. Existiert also eine Schallschnelle deutlich größer bzw. kleiner Null, muss an der entsprechenden Stelle eine Schallquelle bzw. -senke vorhanden sein. Man erhält die Schallschnelle aus dem Schalldruck nach der Newtonschen Gleichung in der Eulerschen Form

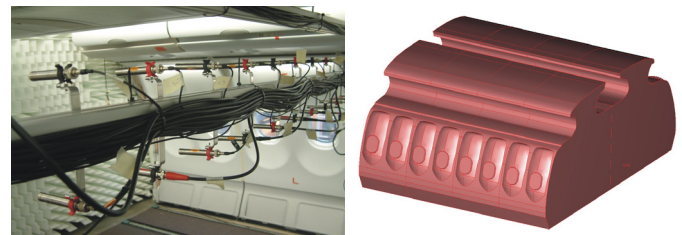
$$\rho \frac{dv}{dt} = -\nabla p. \quad (1)$$

Abbildung 4 vergleicht den Randverlauf der Schallbeschleunigung  $dv/dt$ , bzw. deren Normalkomponente, entlang der Bogenlänge  $s$  nach Vorwärts- und Rückrechnung. Trotz der oben angesprochenen Randoszillationen des Schalldrucks entspricht die Position der Schallquelle bei  $s = 0,6\text{m}$  dem mit Abstand höchsten Wert.

## Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde der Einsatz der inversen FE-Methode zur Rekonstruktion von Schallfeldern im zwei-dimensionalen Laborversuch erläutert. Mit Hilfe geeigneter Regularisierungsverfahren konnte die Position der Schallquelle anhand der Normalbeschleunigung am Rand des Messgebiets identifiziert werden.

Neben der Optimierung der Wahl des Regularisierungsparameters ist die Erweiterung des Verfahrens auf den dreidimensionalen Fall sowie dessen Erprobung in einem realitätsnäheren Modell Gegenstand laufender Untersuchungen. Zu diesem Zweck wurde das Luftvolumen in einer Flugzeug-Rumpfsektion breitbandig durch Außen- und Innenlautsprecher angeregt und die resultierende Schalldruckverteilung mit Hilfe eines verschiebbaren Mikrofon-Arrays kartiert; weiterhin wurde ein FE-Modell der Flugzeugsektion erstellt (vgl. Abbildung 5).



**Abbildung 5:** Messaufbau in der Rumpfsektion (links) und FE-Modell des Luftvolumens (rechts).

## Literatur

- [1] Drenckhan, J.; Sachau, D.: Identification of Sound Sources using Inverse FEM. 7-th International Symposium TRANSPORT NOISE AND VIBRATION (2004), St. Petersburg, Russland
- [2] Sachau, D.; Drenckhan, J.: Sound Sources Localization in Cabins by Inverse Finite Element Analysis. DAGA'06, Braunschweig
- [3] Sachau, D.; Kletschkowski, T.: Fehlerabschätzung und Reduktion der Messpunkte bei inverser Schallquellenortung. DAGA'07, Stuttgart
- [4] Hansen, P. C.: Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems, Band 1. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1998.