

Modellierung der Schalltransmission durch lokal reagierende, geschichtete Strukturen mit Hilfe von Vierpol-Flächenelementen für die FEM

Marc Aretz¹

¹ Institut für Technische Akustik, RWTH Aachen University, 52056 Aachen, Deutschland, Email: mar@akustik.rwth-aachen.de

Einleitung

Die Simulation des Schalldurchgangs durch komplexe geschichtete Wand- bzw. Absorberaufbauten mit Hilfe der Finite-Elemente-Methoden stellt nach wie vor große Herausforderungen bezüglich der Modellbildung und Kopplung der einzelnen Schichten sowie der benötigten Rechenkapazitäten dar. Im Rahmen dieser Arbeit sind deshalb lokal reagierende Vierpolflächenelemente für eine akustische FEM implementiert worden, mit denen effizient der Schalldurchgang durch geschichtete Wandaufbauten simuliert werden kann. Die geschichtete Wandstruktur wird hierzu über einen 1D-Kettenmatrixansatz nach Mechel [1] modelliert und über die Schalldruckfreiheitsgrade auf beiden Seiten der Flächenelemente an das Luftschallfeld gekoppelt. Durch den Vergleich des vorgestellten Modells mit einer vollständigen 3D-Modellierung einer Beispielstruktur für die FEM sollen die vorgestellten Vierpolelemente verifiziert und die Grenzen des Ansatzes aufgezeigt werden.

FE-Formulierung für das Fluid

Die akustische Wellenausbreitung im Fluid kann im Frequenzbereich durch die Helmholtzgleichung mit den zugehörigen Randbedingungen, d.h. Admittanzrandbedingungen auf absorbierenden und Schnellerandbedingungen auf angeregten Randflächen, beschrieben werden. Durch Anwendung des Variationsprinzips (Prinzip der virtuellen Arbeit) auf die Helmholtzgleichung und anschließende Diskretisierung unter Annahme bestimmter Ansatzfunktionen (hier: isoparametrische, quadratische Tetraeder- und Hexaederelemente) kann das folgende Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$(\mathbf{S} - \omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{Y}) \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{f}_F \quad (1)$$

Die Matrizen \mathbf{S} und \mathbf{M} werden wie in der Strukturmechanik als Steifigkeits- und Massenmatrix bezeichnet. Der Vektor $\hat{\mathbf{p}}$ enthält die Knotenwerte des Schalldrucks, während die Admittanzmatrix \mathbf{Y} die Integration über die Randflächen mit gegebener Admittanz und der Lastvektor \mathbf{f}_F die Integration über die angeregten Randflächen des Volumengebietes enthält.

Vierpol-Modell für geschichtete Wandaufbauten

Ausgehend von einem 1D-Modellansatz nach Mechel [1] können komplexe, geschichtete Absorberaufbauten durch einen Vierpol in Kettenmatrixform beschrieben werden. Unter der Annahme ebenen Schalleinfalls wird hierzu für jede Schicht ein Vierpol in Abhängigkeit der jeweiligen

Schichtart sowie der Materialparameter definiert. Durch die Zusammenschaltung der einzelnen Vierpole erhält man somit eine Beschreibung des gesamten Aufbaus. Die folgenden Schichtarten können in beliebiger Schichtung mit dem Modell beschrieben werden:

- Poröse Absorber (Theorie des homogenen Mediums),
- Platten und Folien mit endlicher oder unendlicher Strömungsresistenz,
- Lochplatten für Resonanzabsorber.

Das Vorgehen ist in Abbildung 1 nochmals verdeutlicht.

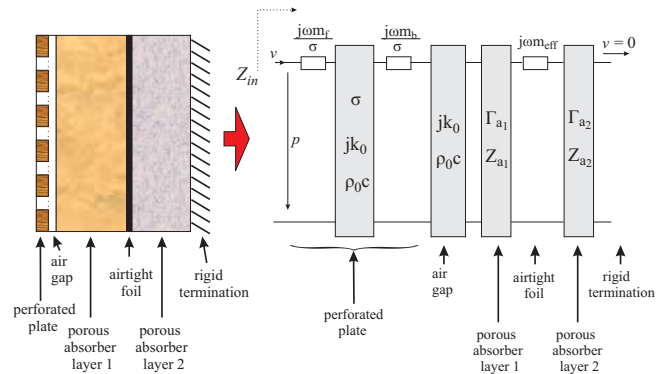


Abbildung 1: Herleitung des Ersatzschaltbildes für geschichteten Absorberaufbau

Kopplung zwischen Luftschall- und Vierpolelementen

Zur Kopplung der Luftschallfelder auf beiden Seiten der Struktur mit dem resultierenden Vierpol wird in der FEM-Implementierung von der sog. Schnelle-Randbedingung für die Helmholtzgleichung ausgegangen, bei der die Normalenkomponente v_n der Schnelle über die Newtonsche Bewegungsgleichung mit der Schalldruckänderung in Normalenrichtung auf der Randfläche Γ_v verknüpft ist:

$$\nabla p \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial p}{\partial n} = -j\omega \rho_F v_n \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma_v, \quad (2)$$

wobei ρ_F die Luftdichte und ω die Kreisfrequenz bezeichnet. Ziel ist es nun die Normalenschnellen v_{n1} und v_{n2} auf beiden Seiten der geschichteten Struktur (d.h. am Ein- und Ausgang des Vierpols) in Abhängigkeit der zugehörigen Schalldrücke p_1 und p_2 anzugeben. Hierzu kann die Admittanzmatrix \mathbf{Y} des Vierpols verwendet werden:

$$\begin{bmatrix} v_{n1} \\ v_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Abbildung 2 zeigt den schematischen Aufbau des Gesamtgleichungssystems für die FEM bei Berücksichtigung der Kopplungsterme am Vierpol und geschickter Wahl der Knotennummerierungen für das gezeigte einfache Beispiel.

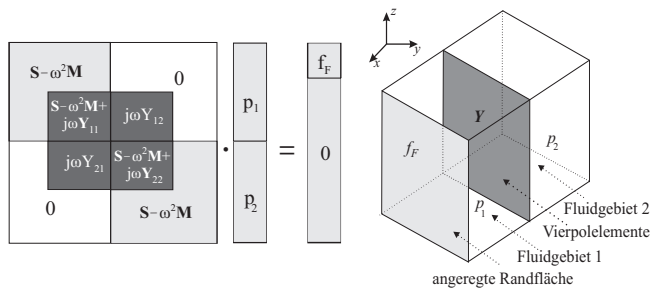


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Gesamtgleichungssystems für die FEM für ein 2-Raumproblem mit Vierpoltrennwand und angeregter Fläche in Raum 1 (Alle übrigen Flächen schallhart)

Verifikation und Anwendungen des Vierpol-Modells

Zur Verifikation der Implementierung des Vierpol-Modells wurde zuerst ein Kundtsches Rohr simuliert und der Absorptions- und Transmissionsgrad unterschiedlicher, geschichteter Proben bei vollständiger und bei Vierpol-Modellierung miteinander verglichen. Für alle folgenden Ergebnisse wurden die Admittanzmatrixparameter für senkrechten Schalleinfall berechnet. Untersucht wurden verschiedene poröse Absorber sowie Doppelwand-Aufbauten mit frei schwingenden Platten (z.B. 40mm Rockwool zwischen 2x8mm MDF-Platten). Es konnte eine sehr hohe Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der beiden Simulationsarten festgestellt werden, was aufgrund der ebenen Schallwellenausbreitung im Rohr sowie der fehlenden Platteneinspannung auch so erwartet werden musste. Darüberhinaus basiert sowohl das 3D-FEM-Absorbermodell wie auch der Vierpol-Ansatz für poröse Absorber auf der Theorie des homogenen Mediums. Nachdem die Vierpolimplementierung durch

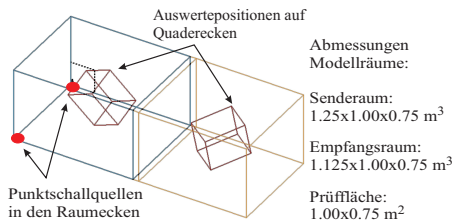


Abbildung 3: Abmessungen sowie Positionen der Punktschallquellen und Auswertepositionen in den Modellräumen

die Simulationen im Kundtschen Rohr hinreichend verifiziert wurde, sollte nun die Einsetzbarkeit des Vierpol-Modells bei 3D-Wellenausbreitung untersucht werden. Hierzu wurde ein Modell-Schalldämmmaßprüfstand mit unterschiedlichen Trennbauteilen simuliert. Die genaue Simulationsanordnung ist Abb. 3 zu entnehmen. Zur Bedämpfung der Raummoden wurde in beiden Räumen ein breitbandiger Absorptionsgrad von 0.3 auf allen Wänden außer dem Prüfteil angenommen.

Die Simulationsergebnisse für eine 5cm Betonwand in Abb. 4 zeigen, dass die Vierpolmodellierung erwartungsgemäß dem Massengesetz folgt. Bei der Platten-Modellierung für freie Einspannung sieht man dagegen bei Frequenzen ab etwa 700 Hz deutliche Einbrüche die auf Koinzidenzeffekte zurückzuführen sind. Die Ergebnisse der fest eingespannten Platte zeigen zudem, dass das Schalldämmmaß unterhalb der tiefsten Platteneigenfrequenz durch die Einspannung do-

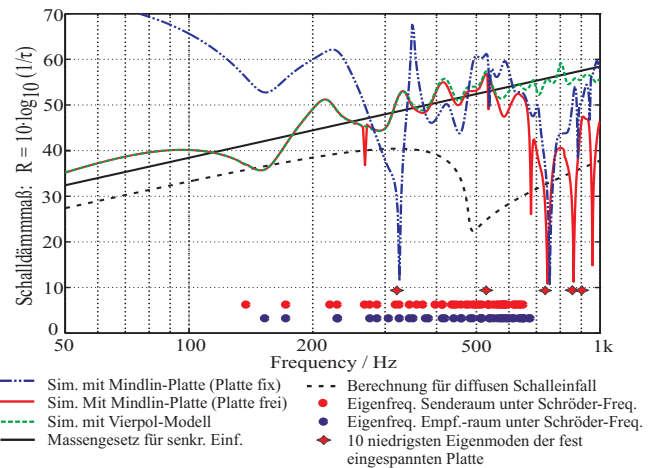


Abbildung 4: Schalldämmmaß-Simulation einer Betonwand der Dicke 5cm ($A = 1.0 \times 0.75 \text{ m}^2$). Vergleich zwischen Vierpolmodell und Mindlin-Plattenmodell für verschiedene Einspannungen

miniert wird. Desweiteren zeigen sich teilweise starke Einbrüche der Schalldämmung bei den Eigenfrequenzen der als ungedämpft angenommenen Platte.

Ähnliche Ergebnisse wurden bei gleicher Simulationskonfiguration für eine Leichtbaukonstruktion bestehend aus einer 60mm Mineralwoll-Schicht zwischen zwei 12.5mm Rigips Platten festgestellt. Aufgrund der deutlich höheren Koinzidenzgrenzfrequenz der Rigips-Platten (ca. 2,5 kHz) konnte hier allerdings im betrachteten Frequenzbereich bis 1 kHz bei freier Platteneinspannung eine nahezu perfekte Übereinstimmung zwischen der vollständigen und der Vierpolmodellierung festgestellt werden. Dies ist auch auf die lokal reagierenden Eigenschaften des Mineralwollabsorbers zurückzuführen, d.h. bei hinreichender Strömungsresistenz wird die einfallende Welle unabhängig von der Einfallrichtung näherungsweise auf das Lot gebrochen, wodurch sich eine einfallswinkelunabhängige Impedanz ergibt. Bei Einspannung der Rigipsplatten dominiert unterhalb der ersten Plattenresonanzen wie für den Fall der Betonplatte die Einspannung, was sich in einem deutlich erhöhten Schalldämmmaß gegenüber dem reinen Massengesetz äußert. Darüberhinaus erkennt man auch hier teilweise deutliche Einbrüche des Schalldämmmaßes bei den Eigenfrequenzen der Platten.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Vierpol-Flächenelemente für die FEM vorgestellt und die Einsetzbarkeit des Ansatzes zur Simulation geschichteter Wandaufbauten untersucht. Einschränkungen wurden erwartungsgemäß im Bezug auf Einspannungs- sowie Koinzidenzeffekte von Platten festgestellt. Insbesondere für Doppelwandkonstruktionen im Leichtbau konnten jedoch gute Ergebnisse mit dem vorgestellten Ansatz erzielt werden. Weitere interessante Anwendungen wie z.B. die Modellierung von Lochplatten mit und ohne Strömungswiderstandsfolie mit Hilfe dieses Ansatzes sollen in zukünftigen Arbeit untersucht werden.

Literatur

[1] Mechel, F.P.: Schallabsorber Bd. 3. Anwendungen. S. Hirzel Verlag, Stuttgart, 1998, S.47-64