

Aktive Schall- und Schwingungsminderung unter Verwendung eines modifizierten LMS-Algorithmus zur Kompensation auftretender Verzögerungen

Markus Glugla, Ralf-Kiran Schulz

Technische Universität Berlin, E-Mail: markus.glugla@physik.tu-berlin.de

Einleitung

Der Least Mean Square (LMS) ist ein etablierter Algorithmus zur Active Noise Control (ANC) und Active Vibration Control (AVC). Der LMS-Algorithmus zeichnet sich besonders durch seine Robustheit und Einfachheit aus.

Allerdings erweist sich der LMS-Algorithmus gegenüber Verzögerungen als sehr sensibel. Die Signalwege des Aufbaus und die Rechenzeiten in den Analog Digital Converters (ADCs) und Digital Analog Converters (DACs) im Digital Signal Processor (DSP) verursachen Verzögerungen. Bereits Verzögerungen von wenigen Millisekunden führen unter Umständen zu Instabilität und Divergenz.

Der vorliegende Beitrag zeigt die Theorie des verzögerungskompensierten LMS-Algorithmus. Die einfachen Modifikationen zeichnen sich durch große Stabilität aus. Eine Analyse der sich durch die Anpassungen ergebenden Zusatzparameter eröffnet weitere Möglichkeiten, den Algorithmus modifizieren zu können.

Experimenteller Aufbau

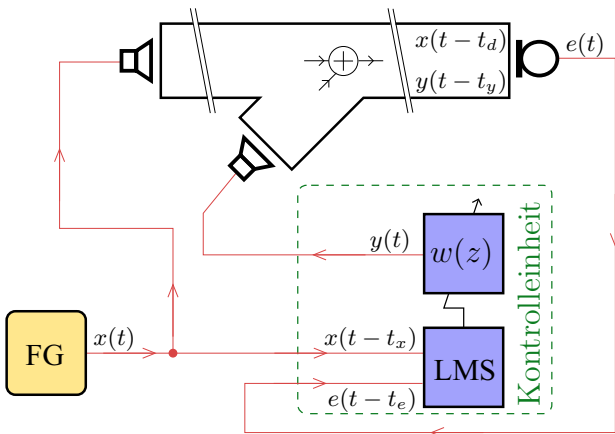


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Kanal-Aufbaus

Als einfaches Beispiel für ANC dient der Aufbau eines Lüftungskanals in Abbildung 1. Zur Vereinfachung wurde der Lüfter als Geräuschquelle durch einen Lautsprecher ersetzt, welcher durch einen Funktionsgenerator (FG) gespeist wird. Das Referenz-Signal $x(t)$ wird ebenfalls vom Funktionsgenerator in die Kontrolleinheit geleitet. Das Kontroll-Signal $y(t)$ soll, ausgehend von der Kontrolleinheit, über einen Lautsprecher im Kanal mit dem Referenz-Signal $x(t)$ zur Interferenz gebracht wer-

den. Das sich ergebende Fehler-Signal $e(t)$ wird mittels eines Mikrofons zur Kontrolleinheit rückgekoppelt.

Der Abbildung 1 können ebenfalls die Verzögerungen der einzelnen Signalwege t_x , t_e , t_y und t_d entnommen werden. Die Koeffizienten des FIR-Filters - Finite Impulse Response (FIR) - sind als w bezeichnet. Alle Zeiten t können mittels der Samplerate f_S als Sample $n \approx t \cdot f_S$ notiert werden.

LMS-Algorithmus

Zur Beschreibung des LMS-Algorithmus wird das Referenz-Signal $x(n)$ in einen Vektor nach Gleichung 1 überführt.

$$\vec{x}(n) = (x(n), x(n-1), \dots, x(n-h+1))^T \quad (1)$$

Die Gleichungen 2 bis 5 beschreiben einen LMS-Algorithmus [1, 2]. Das Kriterium $\xi(n)$ kennzeichnet den Mean Square Error (MSE). Die Größe der Schrittweite μ kann durch Konvergenzbetrachtungen auf einen maximalen Wert festgesetzt werden [3, 4].

$$e(n) = y(n) + x(n) \quad (2)$$

$$y(n) = \vec{w}(n)^T \vec{x}(n) \quad (3)$$

$$\xi(n) = E[e(n)^2] \quad (4)$$

$$\vec{w}(n+1) = \vec{w}(n) - \mu \cdot \nabla_{\vec{w}} \xi(n) \quad (5)$$

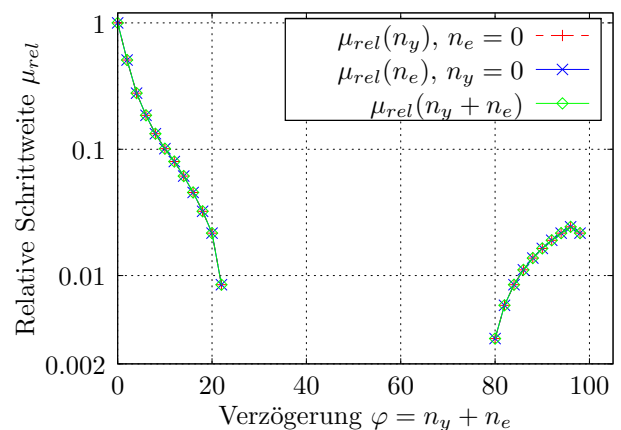


Abbildung 2: Relative Schrittweite μ_{rel} eines LMS-Algorithmus in Abhängigkeit von der Verzögerung $n_y + n_e$ in halblogarithmischer Darstellung basierend auf Simulationen mit $f = 100\text{Hz}$ und $f_S = 10000\text{Hz}$

Somit ergibt sich für die Berechnung des neuen Filterkoeffizientensatzes:

$$\vec{w}(n+1) = \vec{w}(n) - \mu \cdot 2e(n) \vec{x}(n) \quad (6)$$

Gleichung 6 beinhaltet keine der in Abbildung 1 gekennzeichneten Verzögerungen. Führt man nun unter Variation der Verzögerung $\varphi = n_y + n_e$ systematische Untersuchungen bei einer festen Frequenz f durch (siehe Abbildung 2), so zeigt sich, dass die maximale Schrittweite von der theoretisch maximalen Schrittweite μ abweicht. Die relative Schrittweite $\mu_{rel}(\varphi)$ ist auf die maximale Schrittweite μ normiert.

Bei Verzögerungen zwischen 21 bis 80 Samples findet keine Konvergenz des Fehler-Signals mehr statt. Erst bei Verzögerungen um 100 Samples, die einer Phasenverschiebung von 2π entsprechen, ist konvergentes Verhalten vorhanden.

Verzögerungen in den Signalwegen

Unter Beachtung der Verzögerungen ändert sich die Koeffizientenberechnung aus Gleichung 6 wie folgt:

$$\vec{w}(n+1) = \vec{w}(n) - \mu \cdot 2e(n - n_e) \vec{x}(n - n_x) \quad (7)$$

Bei divergentem Verhalten des Algorithmus ist der Koeffizientensatz nicht optimal. Da Variationen von μ diesen Sachverhalt nicht zwangsläufig ändern, muss der Gradient falsch berechnet worden sein.

Eine Betrachtung der Gleichungen des LMS-Algorithmus mit ihren Verzögerungen sollte den Sachverhalt klären.

$$e(n) = y(n - n_y) + x(n - n_d) \quad (8)$$

$$y(n) = \vec{w}(n)^T \vec{x}(n - n_x) \quad (9)$$

$$\xi(n)_{\text{del}} = E[e(n - n_e)^2] \quad (10)$$

Der neue Koeffizientensatz berechnet sich nun wie in Gleichung 11 dargestellt. Da der Algorithmus über das Fehler-Signal nach $\varphi + 1$ Samples eine Rückmeldung über die Qualität des Koeffizientensatzes erhält, muss die Schrittweite um diesen Teil verkleinert werden [5].

$$\vec{w}(n+1) = \vec{w}(n) - \frac{\mu}{\varphi + 1} \cdot 2e(n - n_e) \vec{x}(n - n_x - \varphi) \quad (11)$$

Ein Termvergleich zwischen den Gleichungen 7 und 11 offenbart den falschen Gradienten und zeigt die Notwendigkeit der Modifikationen.

Erneute Untersuchungen, die den modifizierten LMS-Algorithmus verwenden, zeigen nun Konvergenz bei allen Verzögerungen und können Abbildung 3 entnommen werden. Für Schrittweiten $\mu_{rel}(\varphi)$ die kleiner sind als $f(\varphi) = (\varphi + 1)^{-1}$ ist Konvergenz garantiert.

Folgerungen und Ausblick

Die vorgestellte Verzögerungskompensation umfasst auch eine Änderung des MSE-Kriteriums, welches für weitere Modifikationen anpassbar ist.

Die Verzögerung des Signalweges $\varphi = n_e + n_y$ tritt immer als Summe der Einzelverzögerungen auf. Für eine Erhöhung der Konvergenzrate kann dieser Sachverhalt interessant sein, da eine Verbesserung der Signalgeschwindigkeit einzelner Komponenten sich direkt auswirkt.

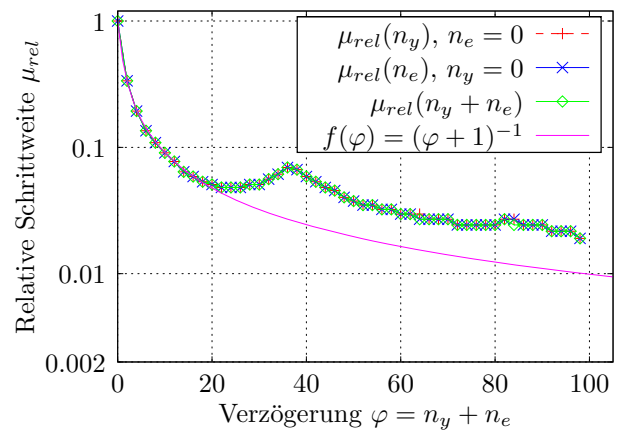


Abbildung 3: Relative Schrittweite μ_{rel} eines LMS-Algorithmus mit Verzögerungskompensation in Abhängigkeit von der Verzögerung $n_y + n_e$ in halblogarithmischer Darstellung basierend auf Simulationen mit $f = 100\text{Hz}$ und $f_s = 10000\text{Hz}$

Die Steigung der Funktion $f(\varphi) = (\varphi + 1)^{-1}$ ist mit steigendem φ abnehmend. Bei allgemein großen Verzögerungen wirken sich kleinere Änderungen der Verzögerung kaum aus. Der Einsatz günstigerer Hardware, die ihrerseits eventuell größere hardwarebedingte Verzögerungen verursacht, wird somit möglich.

Die Verzögerung des Referenz-Signals n_x ist unabhängig von der Konvergenzrate. Die Signallaufzeit des Kanals n_d ist für den Adaptionsprozess bedeutungslos. Durch die Anpassungen sind vier neue Parameter (t_x , t_e , t_y und t_d) hinzugekommen, von denen zwei Parameter (t_x und t_d) frei modifiziert werden können. Hier eröffnet sich ein Spielraum für weitere Modifikationen, die das Konvergenzverhalten des LMS-Algorithmus nicht beeinflussen.

Literatur

- [1] Kuo, S. M. und Lee, B. H.: Real-Time Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, West Sussex, 2001
- [2] Kuo, S. M. und Gan W.-S.: Digital Signal Processors. Pearson Education, Inc, New Jersey, 2005
- [3] Jones, D. L.: First Order Convergence Analysis of the LMS Algorithm. The Connexions Project <http://cnx.org> (2004)
- [4] Jones, D. L.: Second-Order Convergence Analysis of the LMS Algorithm and Misadjustment Error. The Connexions Project <http://cnx.org> (2004)
- [5] Glugla, M. und Schulz, R.-K.: Active vibration control using delay compensated LMS algorithm by modified gradients. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control (2008)