

Variable Richtcharakteristik mit Dodekaeder-Lautsprechern

Gottfried K. Behler¹, Martin Pollow²

¹ Institut für Technische Akustik, RWTH Aachen, 52066 Aachen, Deutschland, Email: gkb@akustik.rwth-aachen.de

² Institut für Technische Akustik, RWTH Aachen, 52066 Aachen, Deutschland, Email: martin.pollow@akustik.rwth-aachen.de

Einleitung

Für die Messung von Raumimpulsantworten sind Dodekaeder-Lautsprecher zur Erzeugung einer möglichst omnidirektionalen Abstrahlung verbreitet. Dabei werden alle Wandler mit dem identischen Signal angesteuert. Verwendet man hingegen für jeden der zwölf Wandler einen unabhängig einstellbaren Kanal, lässt sich durch Variation der Amplituden und Phasen eine bestimmte Abstrahlung erzeugen. Für eine beliebig vorgegebene Richtcharakteristik soll eine optimale Ansteuerung ermittelt werden, die zu einem möglichst geringen Fehler führt.

Modell des Dodekaeders

Ein Dodekaeder-Lautsprecher lässt sich näherungsweise als ideale Kugel mit radial schwingenden Kappen modellieren. Die Oberflächenschnelle $v(\theta, \phi)$ des Dodekaeders (mit dem Radius a) lässt sich dadurch alleine mit einem Schnellevektor \vec{v}_{mem} beschreiben, der für jeden Wandler einen komplexen, skalaren Wert angibt [1].

Zerlegt man diese sphärische Funktion in ihre Spherical Harmonic Koeffizienten $\hat{v}(l, m)$, lassen sich die Koeffizienten des daraus resultierenden Schalldrucks im Abstand r berechnen [2]:

$$\hat{p}(r, l, m) = -j\rho_0 c \frac{h_l(kr)}{h_l'(ka)} \hat{v}(l, m) \quad (1)$$

Dabei bezeichnet $h_l(x)$ die sphärische Hankelfunktion vom Grad l , die Funktion $h_l'(x)$ stellt ihre erste Ableitung dar.

Verwendete Messdaten

Als Zielfunktionen dienen die durch zeitliche Mittelung bestimmten Abstrahlcharakteristiken von Musikinstrumenten [3]. Dazu wurden 24 Mikrophone sphärisch um die Musiker angeordnet (siehe Abb. 1) und die Abstrahlungsenergie zeitlich gemittelt. Aus technischen Gründen musste das Mikrophon senkrecht unter dem Musikinstrument in geringerem Abstand montiert werden. Die ermittelten Werte für den durchschnittlichen Schalldruck erzeugen den Vektor $\vec{p}_{\text{mic}}(f)$, bestehend aus den 24 skalaren Messwerten. Die Frequenzabhängigkeit der verwendeten Variablen wird der Übersichtlichkeit halber im Folgenden nicht mehr explizit erwähnt. Aus Formel 1 lässt sich eine Matrix bestimmen, die eine gegebene Oberflächenschnelle des Dodekaeders in die daraus resultierenden Schalldrücke an den Mikrophonpositionen transformiert:

$$\vec{p}_{\text{re}} = \mathbf{M} \cdot \vec{v}_{\text{mem}} \quad (2)$$

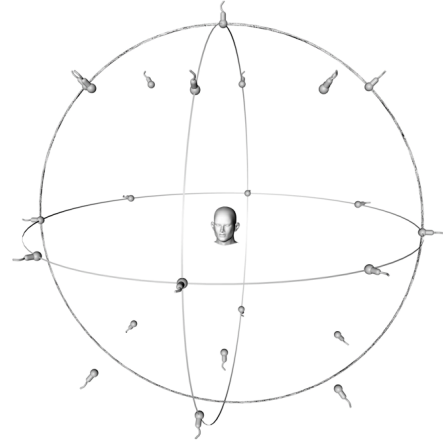


Abbildung 1: Positionen der Messmikrofone zur Bestimmung der Richtcharakteristik von Musikinstrumenten. Abstand: $r = 1,56$ m (Südpol-Mikrofon: $r = 1,1$ m) [3]

Das Residuum wird definiert als das Maß für die Abweichung zwischen diesen resultierenden Werten und den durch die Messung vorgegebenen Zielwerten:

$$\vec{r} = \vec{p}_{\text{re}} - \vec{p}_{\text{mic}} \quad (3)$$

Unter Berücksichtigung der abgedeckten Raumwinkel der Mikrofone als Gewichtungsvektor $\vec{\eta}_{\text{mic}}$ kann die Fehlerenergie an den Messpunkten mit einem Least-Squares-Ansatz minimiert werden:

$$\|\vec{r} \cdot \text{diag}(\vec{\eta}_{\text{mic}})\|^2 \rightarrow \min \quad (4)$$

Daraus ergibt sich der Satz von Membranschnellen, die ein Druckfeld erzeugen, das die gemessenen Werte bestmöglich annähert. Da diese Schalldruckwerte aufgrund der zeitlichen Mittelung jedoch nur noch betragsmäßig vorliegen, ist zu überlegen, wie man diese reellen, positiven Werte in der komplexen Rechnung nutzen kann.

Bestimmung der Phase

Dazu wurden zwei Möglichkeiten untersucht:

- willkürliches zu Null setzen der Phase
- Bestimmung durch nicht-lineare Optimierung

Während erstere Methode die Linearität der Least-Squares-Berechnung erhält, liefert die nicht-lineare Optimierung der Phase durch Nutzung von zwölf weiteren Freiheitsgraden ein besseres Ergebnis, insbesondere bei Instrumenten die eine stark gebündelte Abstrahlung haben. Nachteilig erscheint die Tatsache, dass der Optimierungsalgorithmus nur an den durch Messpunkten konvergiert, während dazwischen lokale Maxima bzw. Minima

der Amplitude auftreten können. Obwohl die Messwerte so besser getroffen werden können, ergeben sich hierdurch bei manchen Frequenzen örtlich stärker schwankende Richtcharakteristiken.

Beispielhaft ist das Ergebnis für die Abstrahlung einer Geige bei 1390 Hz mit Phasenoptimierung in Abb. 2 dargestellt. Die Farbskala beschreibt dabei die normierte Schalldruckenergie. In den schwarz umrandeten punktförmigen Bereichen sind die gemessenen Werte aufgetragen, während der Farbverlauf außerhalb den durch den Dodekaeder erzeugten Schalldruck wiedergibt. Die zwölf schwarzen Punkte beschreiben die Membranmittelpunkte des Lautsprechers, dessen azimutale Drehung willkürlich festgelegt wurde.

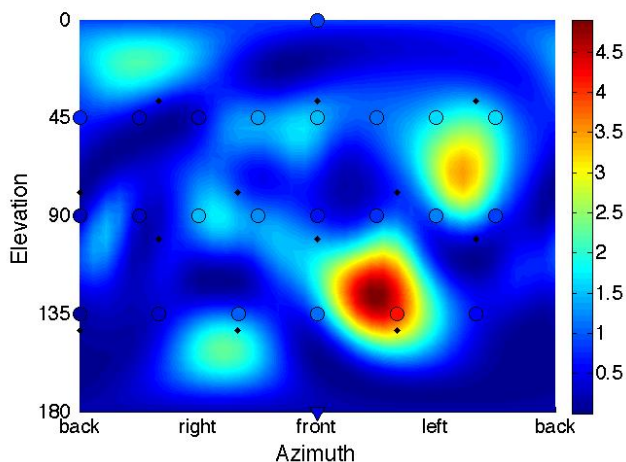


Abbildung 2: Berechnete Abstrahlungsenergie des Dodekaeders ($r = 1,56 \text{ m}$) bei Rekonstruktion der Geigenrichtcharakteristik. (normiert, mit Phasenoptimierung, $f = 1390 \text{ Hz}$)

Elektroakustische Beschaltung

Nach Berechnung der optimalen Membranschnellen, stellt sich die Frage, mit welchen Eingangsspannungen diese erzeugt werden können. Dabei sind die auftretenden Wechselwirkungen zu berücksichtigen. Ein Blick auf das Elektromechanische Ersatzschaltbild eines Einzelwandlers (Abb. 3) zeigt, dass der auf eine Membran wirkende Druck im Allgemeinen eine Funktion von allen Membranschnellen ist. Je nach Geometrie des Dodekaeders (ungekapselte oder gekapselte Wandler) kann dieser Wert aus den Beziehungen zwischen Druck und Schnelle im sphärischen Koordinatensystem berechnet werden [1]. Für gekapselte Wandler verringert sich darüber hin-

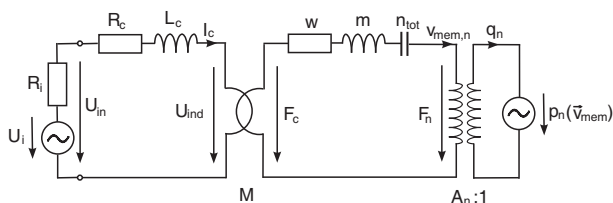


Abbildung 3: Elektromechanisches Ersatzschaltbild eines Einzelwandlers. Der Druck auf seiner Membran ergibt sich aus allen zwölf Membranschnellen.

aus die Nachgiebigkeit der Membran (Druckkammermodell). Transformiert man alle Elemente des Ersatzschaltbildes auf die elektrische Seite, lassen sich die gesuchten Eingangsspannungen mit dem Superpositionsprinzip berechnen.

Messung der Abstrahlung

Um die theoretischen Berechnungen zu verifizieren, wurde am Institut für Technische Akustik in Aachen ein 12-kanaliger Dodekaeder-Lautsprecher konstruiert, dessen Wandler jeweils auf ein gekapseltes Luftvolumen arbeiten. Die Impulsantworten der berechneten Eingangsspannungsspektren wurden durch Faltung mit einem allgemeinen Messsignal (Sweep) in ein 12-kanaliges Anregungssignal überführt. Der Einfluss der Messstrecke (Frequenzgang, Latenzen) wurde im Vorfeld durch spektrale Division kompensiert, da unterschiedliche Endstufen und DA-Wandler zum Einsatz kamen. Der so angeregte Dodekaeder wurde im schalltoten Halbraum auf einem Drehteller mit schwenkbarem Mikrofon (Abstand 2 m) vermessen. In Abb. 4 ist das Ergebnis für die in Abb. 2 dargestellte Berechnung zu sehen. Obwohl Impulsantworten von einigen hundert Millisekunden Länge verwendet wurden und es dadurch zu störenden Bodenreflexionen kommt (sichtbar durch horizontale Linien), bestätigen die Messungen größtenteils die berechneten Abstrahlungen. Das verwendete Modell ist somit geeignet, variable Richtcharakteristiken mit einem Dodekaeder-Lautsprecher zu erzeugen.

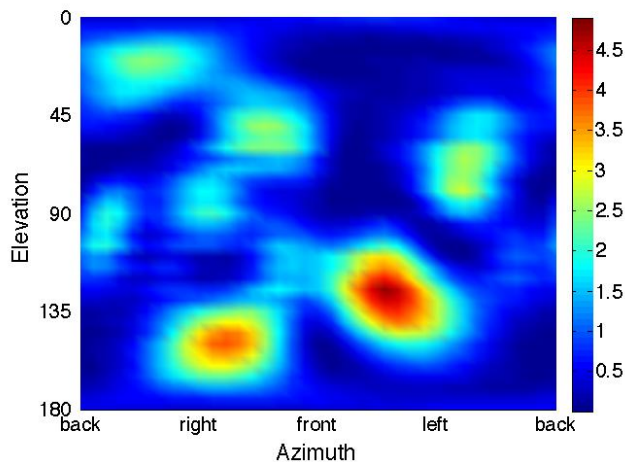


Abbildung 4: Gemessene Abstrahlungsenergie des Dodekaeders ($r = 2 \text{ m}$) bei Rekonstruktion der Geigenrichtcharakteristik. (normiert, mit Phasenoptimierung, $f = 1390 \text{ Hz}$)

Literatur

- [1] F. Zotter and R. Höldrich. Modeling radiation synthesis with spherical loudspeaker arrays. In *19th International Congress on Acoustics*, Madrid, 2007.
- [2] E.G. Williams. *Fourier Acoustics: Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. Elsevier, 1999.
- [3] K. Slenczka. Simulation natürlicher Schallquellen für die binaurale Synthese. Diploma thesis, RWTH Aachen, Aachen, Germany, 2004.