Berechnung der akustischen Rückstreustärke von Unterwasserobjekten mit Hilfe der Randelementmethode und der Kirchhoffschen-Hochfrequenznäherung

Ingo Schäfer[1]

Bodo Nolte[2]

[1,2] *Forschungsanstalt der Bundeswehr für Wasserschall und Geophysik, 24148 Kiel, Email: ingo5schaefer@bwb.org*

1 Einleitung

Um die akustische frequenzabhängige Rückstreustärke eines Unterwasserobjektes zu berechnen, müssen aufwändige numerische Verfahren (FEM / BEM) genutzt werden. Bei diesen Verfahren steigt der Rechenaufwand überproportional zur Erregerfrequenz an, da die zugehörige Oberflächenelementierung entsprechend feiner durchgeführt werden muss. Die klassische Faustformel zur Bestimmung der Elementgröße verlangt mindestens sechs Elemente pro Wellenlänge. Diese Problematik kann mit Hilfe von Hochfrequenz-Näherungsverfahren (Kirchhoff, PWA) verringert werden. Bei diesen Verfahren werden optische Analogien genutzt, die nur für große Frequenzen zulässig sind.

2 Akustische Rückstreustärke (TS)

Die akustische Rückstreustärke (TS) entspricht dem Verhältnis von einfallender zu reflektierter Schallintensität. Um vergleichbare Werte zu erzielen, wird hierbei eine Schallquelle ins Fernfeld des Objektes gelegt und dann die Rückstreustärke, welche auf eine Entfernung von einem Meter zum Objekt zurückgerechnet wird, ermittelt. Sie genügt folgender Formel:

$$TS = 10\log_{10}\frac{\left|\vec{r}-\vec{r}_0\right|^2 p_{sca}^2(\vec{r})}{p_{inc}^2(\vec{r}_0)} \tag{1}$$

Dabei ist p_{sca} die Druckamplitude des reflektierten Signals im Fernfeld und p_{inc} die entsprechende Druckamplitude der einfallenden Welle. Bei bekanntem Druck und bekannter Schnelle auf dem Rand Γ des Unterwasserobjekts kann der rückgestreute Druck mit Hilfe des Kirchhoff-Integrals berechnet werden

$$p_{sca} = \int\left[g\frac{\partial p}{\partial n} - p\frac{\partial g}{\partial n}\right]d\Gamma\,. \tag{2}$$

Hierbei ist die Funktion g die Fundamentallösung der Helmholtz-Gleichung. Mit einer vollständigen gekoppelten Randelementberechnung zwischen Unterwasserobjekt und umgebenden Fluid könnte nun der Druck und die Schnelle auf der Oberfläche des Objekts berechnet werden und mit Hilfe von Gl. (1), (2) dann die gesuchte Größe TS.

3 Kirchhoff-Integral

Der oben aufgezeigte Rechenweg verlangt insbesondere bei hohen Frequenzen einen sehr hohen Rechenaufwand. Dieser kann deutlich reduziert werden, falls Reflexionsfaktoren (R) eingeführt werden:

$$p_{sca} = Rp_{inc} \qquad \frac{\partial p_{sca}}{\partial n} = -R\frac{\partial p_{inc}}{\partial n} \tag{3}$$

Dieser Reflexionsfaktor gibt das Verhältnis von Druck und Schnelle von einfallender zu gestreuter Schallwelle unmittelbar auf der Oberfläche an und kann mittels der von Brekhovskikh [1] angegebenen Verfahren berechnet werden. Diese Näherung beruht auf der Annahme, dass für jedes Element das Reflexionsgesetz für ebene Wellen und unendliche Platten angewandt wird. Aus diesem Grunde gilt es insbesondere für hohe Frequenzen. Damit wird nun aus Gleichung (2):

$$p_{sca} = \int\left[(1-R)g\frac{\partial p_{inc}}{\partial n} - (1+R)p_{inc}\frac{\partial g}{\partial n}\right]d\Gamma \tag{4}$$

Diese Gleichung hat nun den Vorteil, dass alle benötigten Größen bekannt sind und somit das Integral berechnet werden kann. Im monostatischen Fall (Ort des Empfängers und des Senders sind identisch) ergibt sich mit

$$p_{inc} = p_0\frac{e^{-ik|\vec{s}|}}{|\vec{s}|} \quad , \nabla p_{inc} = p_0\frac{e^{-ik|\vec{s}|}}{|\vec{s}|^3}\left(-ik|\vec{s}|-1\right)\cdot\vec{s} \tag{5}$$

$$g = \frac{e^{-ik|\vec{s}|}}{4\pi|\vec{s}|} \quad , \quad \nabla g = \frac{e^{-ik|\vec{s}|}}{4\pi|\vec{s}|^3}\left(-ik|\vec{s}|-1\right)\cdot\vec{s} \tag{6}$$

wobei k die Wellenzahl und $|\vec{s}|$ die Entfernung zwischen Sender und Integrationspunkt auf der Oberfläche ist, folgender Ausdruck

$$\frac{p_0}{2\pi}\iint_\Gamma \frac{R\cdot e^{-i2k|\vec{s}|}}{|\vec{s}|^4}\left(ik|\vec{s}|+1\right)\vec{s}\cdot d\vec{\Gamma}\,. \tag{7}$$

Obige Formel ermittelt den vom Objekt zurückgestreuten Schallwechseldruck nach der Kirchhoff-Methode. Klassisch wird die Oberfläche des Objekts in kleine Dreiecke geteilt und anschließend werden die Rückstreuwerte aller Dreiecke summiert. Hierbei wird die Größe des Dreiecks so klein gewählt, dass der Integrand vor das Integral gezogen werden kann (sechs Elemente pro Wellenlänge). Falls nun aber sowohl der Empfänger als auch der Sender weit entfernt vom Objekt liegen (siehe Abb. 1), kann eine andere Näherung durchgeführt werden.

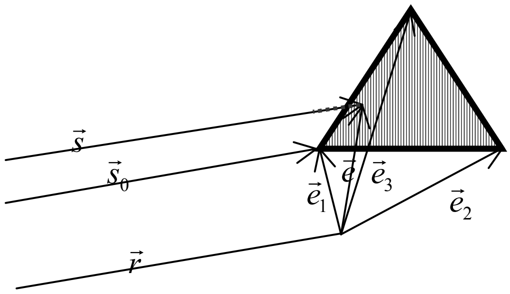

Abbildung 1: Rückstreustärke eines Dreiecks

Um die Integration, siehe Gl. 7, durchzuführen, muss das Dreieck parametrisiert werden. Die notwendigen Parameter sind hierbei $\lambda,\mu.$ Diese durchlaufen jeweils die Werte zwischen Null und Eins. Die Parametrisierung lautet:

$$\vec{e} = \vec{e}_1 + \lambda(\vec{e}_2 - \vec{e}_1) + \lambda\mu(\vec{e}_3 - \vec{e}_2) \qquad (8)$$

Da die Integration über die Länge $|\vec{s}|$ des Vektors durchgeführt werden muss, können bei Annahme der Parallelität der Strahlen von der Quelle zum Dreieck, siehe Abb. 1, folgende Näherungen durchgeführt werden:

$$|\vec{s}| \approx |\vec{e}_1 - \vec{r}| = |\vec{s}_0| \quad , \quad \vec{s} \approx \vec{s}_0 \qquad (9)$$

$$|\vec{s}| \approx |\vec{s}_0| + [\lambda(\vec{e}_2 - \vec{e}_1) + \lambda\mu(\vec{e}_3 - \vec{e}_2)]\frac{\vec{s}_0}{|\vec{s}_0|} = |\vec{s}_0| + \lambda c_1 + \lambda\mu c_2 \qquad (10)$$

In Gl. (7) werden nun die Näherungen (9), (10) durchgeführt. Die gröbere Näherung nach Gl. (9) reicht nicht für die Exponentialfunktion (7), hier wird die feinere Näherung nach Gl. (10) benötigt. Es ergibt sich

$$p_s = \frac{ikp_0 R}{2\pi|\vec{s}_0|^3}\iint_\Gamma e^{-i2k(|\vec{s}_0| + \lambda c_1 + \lambda\mu c_2)}\vec{s}_0 \cdot \lambda\vec{n}\,d\lambda\, d\mu \qquad (11)$$

$$= \frac{p_0 R\vec{s}_0\vec{n}e^{-i2k|\vec{s}_0|}}{i8\pi\, k|\vec{s}_0|^3 c_2}\left[\frac{e^{-i2k(c_1+c_2)} - 1}{c_1 + c_2} - \frac{e^{-i2kc_1} - 1}{c_1}\right]$$

als Rückstreustärke für ein Dreieck bei einer beliebig hohen Erregerfrequenz.

4 Ergebnisse

Als zu berechnendes Beispiel wird ein Halbzylinder (Abb. 2) gewählt, dessen Rückstreuwert bei einer Frequenz von 200.000 Hz exakt, siehe Urick [2], gerechnet werden kann. Dem gegenüber gestellt (Abb. 3) wird die klassische Berechnung (sechs Elemente pro Wellenlänge) und die neue modifizierte Berechnung.

Das neue Verfahren liefert bei einer Elementierung von 5746 Elementen durchaus noch akzeptable Ergebnisse, während das klassische Verfahren bei 580000 Elementen deutlich schlechtere Werte liefert. In Tabelle (1) wird der zugehörende Zeitgewinn verdeutlicht.

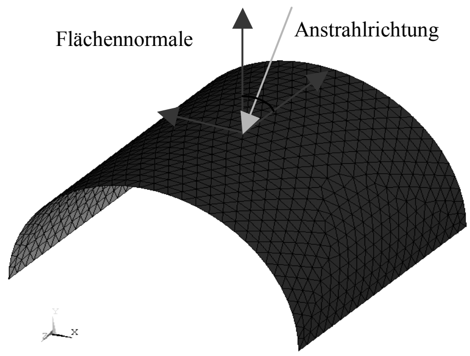

Abbildung 2: Halbzylinder

Die Elementierung (Abb. 2) muss lediglich so fein durchgeführt werden, dass die Geometrie angemessen beschrieben wird. Für ein Rechteck werden also nur noch zwei Dreiecke benötigt.

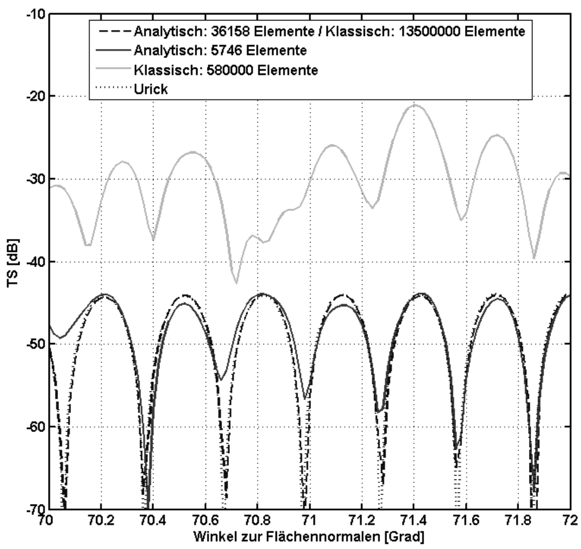

Abbildung 3: Halbzylinder

Tabelle 1: Elementierungsaufwand

Methode	Elemente	Zeit [s]
Analytisch	**5746**	**22**
Analytisch	**36000**	**85**
Klassisch	**580000**	**1080**
Klassisch	**13500000**	**25000**

Literatur

[1] Brekhovskikh, L.M.: Waves in Layered Media, Academic Press, N.Y. 1960

[2] Urick, R.J.: Principles of underwater sound, McGraw-Hill Inc. 1967