

Schallproduktion und -abstrahlung resonatorgesteuerter Schneidentöne

Andreas Richter¹, Stefanie Fuß²

¹Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, Technische Universität Dresden, Email: andreas.richter4@tu-dresden.de

²Institut für Festkörpermechanik, Technische Universität Dresden, Email: stefanie.fuss@tu-dresden.de

Einleitung

Beim Spielen einer Blockflöte, aber auch in vielen technischen Anwendungen bildet die Wechselwirkung zwischen einem Freistrahler und einem akustischen Feld den primären Schallproduktionsmechanismus. Die Lösung der kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen erlaubt zwar die Modellierung sowohl der strömungsmechanischen Prozesse im Bereich des Labiums als auch die Abbildung des akustischen Resonators, führt aber aufgrund der auftretenden Längendisparitäten zu einem nicht hinnehmbaren Rechenaufwand, wenn eine Optimierung des Resonators angestrebt wird. Aus diesem Grund betrachten wir die Schallproduktion und das Resonatorverhalten voneinander entkoppelt. Die Beschreibung des linearen Resonators erfolgt im Frequenzbereich durch die Lösung der Helmholtzgleichung für den Druck, die Berechnung der Schallproduktion hingegen erfolgt im Zeitbereich durch die Lösung der instationären, kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen. Die Schallproduktion wird anschließend durch Dipolquellen abgebildet und in den Helmholtzlöser integriert. Unter der Annahme, dass geringe Änderungen der Resonatorgeometrie nicht die Charakteristik der Schallproduktion beeinflussen, kann unter Verwendung der einmal ermittelten akustischen Quellen mittels des Helmholtzlösers der Einfluss von Geometriemodifikationen im Sinne einer Optimierung untersucht werden.

Modalanalyse

Die Beschreibung des akustischen Resonators erfolgt im Frequenzbereich. Mit dem harmonischen Zeitansatz für den Schalldruck

$$p(\mathbf{x}, t) = \operatorname{Re} \{ p(\mathbf{x}) e^{-i\omega t} \} \quad (1)$$

erfolgt die Beschreibung des linearen akustischen Feldes durch die Helmholtzgleichung

$$-\Delta p(\mathbf{x}) - k^2 p(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad (2)$$

mit Neumann-Bedingungen an festen Berandungen

$$\frac{\partial p(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} \in \Gamma \quad (3)$$

sowie der Sommerfeld-Abstrahlbedingung am Außenrand

$$R \left\{ \frac{\partial p}{\partial R} - ikp \right\} \rightarrow 0 \quad \text{wenn} \quad R \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Die numerische Lösung des resultierenden Randwertproblems erfolgt mittels eines Finite Elemente-Verfahrens zweiter Ordnung. Hierfür wird das Lösungsfeld mit

P_2 -Tetraederelementen diskretisiert. Die Sommerfeld-Abstrahlbedingung durch die Einführung infiniter finiter Elemente realisiert [1]. Die Abbildung 2 zeigt exemplarisch Eigenvektoren einer Sopranblockflöte (Stimmung c'').

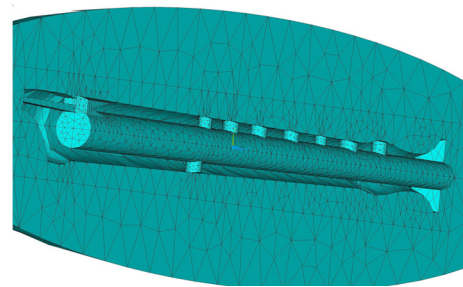


Abbildung 1: Rechengitter für die Modalanalyse der Blockflöte. Ca. 30 000 Elemente.

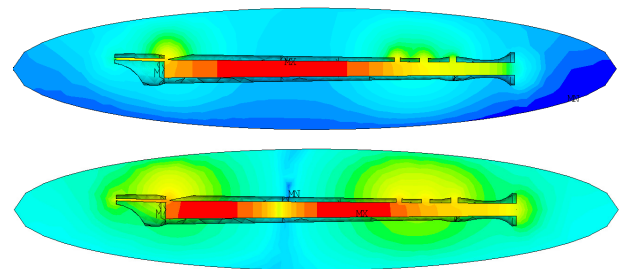


Abbildung 2: Eigenvektoren der Note f'' (702 Hz). Oben: Grundfrequenz, unten: erster Oberton.

Schallproduktion

Die Berechnung der dazugehörigen Schallproduktion basiert auf der Lösung der kompressiblen, instationären und dreidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen unter Verwendung eines Finite Volumen-Verfahrens zweiter Ordnung (Ansys CFXTM). Das Rechengitter besteht aus 785 000 Hexaederelementen und umfasst sowohl die vollständige Blockflötengeometrie als auch den Außenraum um die Blockflöte. Dies bedingt einen Rechenaufwand für eine einzelne Griffkombination von ungefähr drei Wochen bei einer parallelen Berechnung auf vier Prozessoren.

Kopplung

Bei dem Spielen der Blockflöte treten zwei Quellmechanismen auf: Wirbelschallquellen mit $q = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{L})$; $\mathbf{L} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}$ nach Howe [2] im Bereich vor dem Labium sowie Oberflächenkräfte $q = \nabla \cdot \mathbf{F}$ mit $\mathbf{F} = -p\mathbf{n}$ auf der Labiumoberfläche. Beide Quellen entsprechen akus-

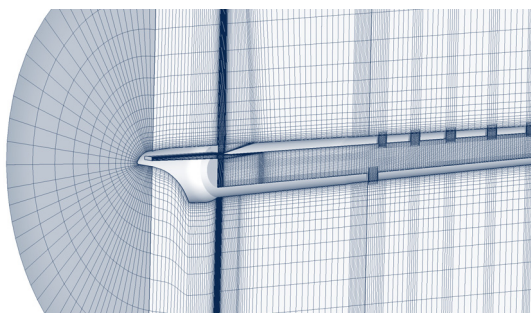


Abbildung 3: Rechengitter für die Simulation des Strömungsfeldes der Blockflöte.

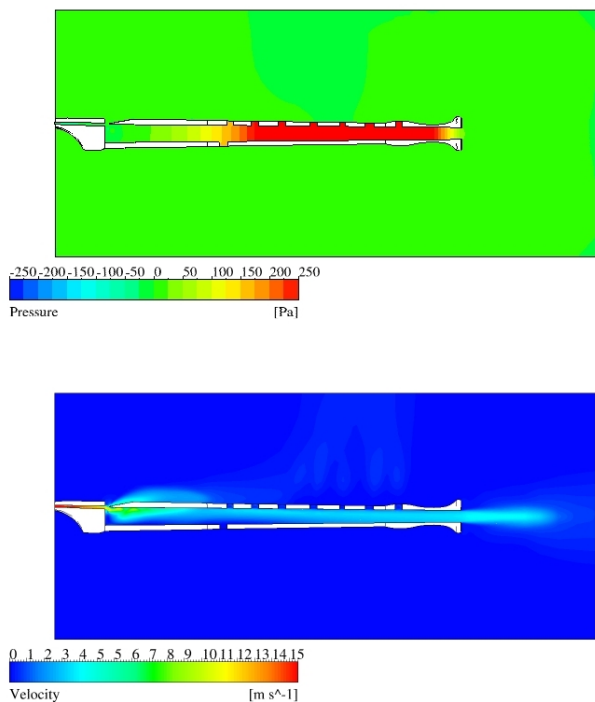


Abbildung 4: Druck- (oben) und Geschwindigkeitsfeldes (unten), Note c'' .

tischen Dipolen, die als Quellterm mit

$$p^p = \frac{i\omega\rho}{4\pi} D \cos(\theta) \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) e^{i(kr+\varphi)} \quad (5)$$

in den Helmholtzlöser integriert werden. Als erste Studie wurde die Schallproduktion durch jeweils eine Dipolquelle auf der Ober- und Unterseite der Blockflöte modelliert. Das daraus resultierende akustische Feld ist in der Abbildung 5 dargestellt.

Ausblick

Die vorliegende Arbeit realisiert die Kopplung testweise über zwei Dipolquellen. In weiterführenden Arbeiten wird die hinreichend exakte Abbildung der Schallproduktion über eine Reihe von Dipolquellen angestrebt. Diese Quellen lassen sich dann zusätzlich als Funktion verschiedener geometrischer Parameter des Labiums definieren und sind damit in der Lage, unterschiedliche Blockflötenmodelle zu berücksichtigen.

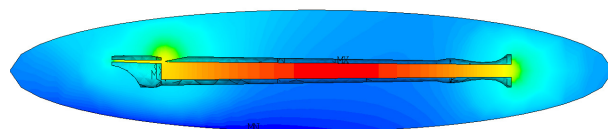


Abbildung 5: Eigenvektoren der Note c'' (523 Hz) bei Anregung über zwei idealisierte Dipolquellen.

Literatur

- [1] Astley, R. J., Mapped spheroidal elements for unbounded wave problems. *Int. J. Num. Meth. Eng.* **41** (1998), S. 1235–1254
- [2] Howe, M. S.: *Theory of vortex sound*. Cambridge University Press, 2003