

# Numerische Berechnung von Strömungslärm in rotierenden Systemen mittels FEM auf nicht-konformen Gittern

J. Grabinger<sup>1</sup>, R. Lerch<sup>1</sup>, M. Kaltenbacher<sup>2</sup>, S. Becker<sup>3</sup>, B. Karic<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl f. Sensorik, 91052 Erlangen, Deutschland, Email: jens@lse.eei.uni-erlangen.de

<sup>2</sup> Universität Klagenfurt, Lehrstuhl f. Angewandte Mechatronik, 9020 Klagenfurt, Austria

<sup>3</sup> Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl f. Prozessmaschinen und Anlagentechnik, 91058 Erlangen, Deutschland

<sup>4</sup> Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl f. Strömungsmechanik, 91058 Erlangen, Deutschland

## Einleitung

Bei der Produktentwicklung von Lüftern und Pumpen spielt die Geräuschminderung eine immer wichtigere Rolle. Oft werden numerische Modelle zur Berechnung von Wirkungsgrad und Lärmemission eingesetzt, um den Bau kostspieliger Prototypen zu vermeiden. Die dabei verwendeten numerischen Verfahren zur Vorhersage der Schallabstrahlung können in zwei Klassen eingeteilt werden – Integralverfahren und Volumen-Diskretisierungsverfahren. Das am häufigsten verwendete Verfahren zur Berechnung der Abstrahlung von strömungsinduziertem Schall, das sog. *Ffowcs Williams-Hawkings-Verfahren*, ist ein Integralverfahren. Neben dem Vorteil eines vergleichsweise geringen Berechnungsaufwands hat dieses Verfahren jedoch den Nachteil, dass bewegte und ruhende Wände im Ausbreitungsgebiet nicht gleichzeitig berücksichtigt werden können. Dies hat zur Folge, dass oftmals nur das Laufrad betrachtet wird, nicht aber das Gehäuse des Lüfters.

Ziel dieses Beitrags ist daher die Entwicklung eines numerischen Verfahrens, das sowohl die mit dem Laufrad rotierenden Schallquellen als auch die Reflexionen des Schalls am Gehäuse korrekt abbildet.

## Finite-Elemente-Formulierung

### Strömungsinduzierter Schall

Zur Berechnung des strömungsinduzierten Schalls wird eine Finite-Elemente-Diskretisierung der Lighthillschen Analogie verwendet. Die inhomogene Wellengleichung für den Schalldruck  $p$  lautet nach Lighthill (vereinfacht für isentrope Strömung bei kleiner Machzahl)

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 L_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (1)$$

wobei  $c_0$  die mittlere Schallgeschwindigkeit bezeichnet. Der Lighthill-Tensor  $L_{ij}$  kann unter der Annahme von isentroper Strömung und kleiner Machzahl durch  $L_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j$  approximiert werden. Hier bezeichnet  $\rho_0$  die mittlere Dichte des Mediums und  $u_i$  die  $i$ -te Komponente des Geschwindigkeitsvektors.

Die für die FEM geeignete *schwache Formulierung* erhält man, indem man Gleichung (1) mit einer Testfunktion  $w$  multipliziert und anschließend über das Berechnungs-

gebiet  $\Omega$  integriert [1]

$$\int_{\Omega} \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} w \, d\Omega + \int_{\Omega} \frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial w}{\partial x_i} \, d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} w \, d\Gamma = - \int_{\Omega} \frac{\partial w}{\partial x_i} \frac{\partial L_{ij}}{\partial x_j} \, d\Omega. \quad (2)$$

Hier bezeichnet  $\Gamma$  den Rand des Berechnungsgebietes und  $\mathbf{n}$  den Normalenvektor auf  $\Gamma$ . Das Randintegral über  $\Gamma$  wird für schallharte Wände üblicherweise zu Null gesetzt.

### Rotierende Systeme

Zur Berechnung der Abstrahlung von strömungsinduziertem Schall muss auf eine numerische Strömungsberechnung zurückgegriffen werden, aus der sich gemäß der oben genannten Gleichungen aeroakustische Quellen extrahieren lassen. Die so berechneten Quellen sind relativ zu dem Bezugssystem zu verstehen, das bei der Strömungsberechnung verwendet wird. Somit ergeben sich Quellterme, die sich im Laufrad auf ein rotierendes Koordinatensystem beziehen, im restlichen Volumen dagegen auf ein ruhendes.

In der numerischen Strömungsmechanik wird die Verwendung unterschiedlicher Bezugssysteme durch *Sliding Mesh-Techniken* ermöglicht. Um auch die Schallausbreitung gleichzeitig im rotierenden und im ruhenden Bezugssystem zu berechnen, wird in dieser Arbeit eine Gebietszerlegung am Finite-Elemente-Modell vorgenommen (siehe Abb. 1). Das Teilgebiet des Laufrads sei mit  $\Omega_1$  bezeichnet, dessen Bezugssystem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um das Zentrum  $\mathbf{O}$  rotiert. Die Rotation wird durch den Operator  $r_t$  beschrieben, so dass  $\Omega_1$  als Funktion der Zeit dargestellt werden kann

$$\Omega_1(t) = r_t \Omega_1(0). \quad (3)$$

In Teilgebiet  $\Omega_2$  wird ein ruhendes Bezugssystem verwendet. Durch die Gebietszerlegung entsteht zusätzlich zum äußeren Rand  $\Gamma_A$  auch ein innerer Rand  $\Gamma_I$  an der Schnittfläche der beiden Teilgebiete.

Rotierendes und nicht-rotierendes Luftvolumen werden getrennt diskretisiert, so dass zwei völlig disjunkte Gebiete mit jeweils einer eigenen Lösungsfunktion  $p_1$  bzw.  $p_2$  entstehen. Der Austausch von Schallwellen zwischen den (im allgemeinen nicht-konformen) Gittern der beiden

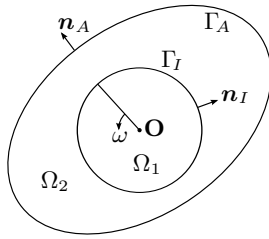


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Gebietszerlegung

Gebiete wird durch Anwendung der sog. *Mortar-Methode* realisiert [2]. Dabei wird durch die zusätzliche Gleichung

$$\int_{\Gamma_I} (p_1(r_{-t}\mathbf{x}, t) - p_2(\mathbf{x}, t))\mu d\Gamma = 0 \quad (4)$$

die Stetigkeit der Lösungen  $p_1, p_2$  an der Schnittfläche  $\Gamma_I$  sichergestellt. Weiterhin muss die Differenzierbarkeit der Lösung an  $\Gamma_I$  durch Einführung eines Lagrange-Multiplikators

$$\lambda = -\frac{\partial p_1(r_{-t}\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{n}_I} = -\frac{\partial p_2(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{n}_I} \quad (5)$$

in das Randintegral in Gleichung (2) herbeigeführt werden. Analog zu [3] wird mittels des inversen Rotationsoperators  $r_{-t}$  die Koordinate  $\mathbf{x}$  vom ruhenden in das rotierende Bezugssystem transformiert. Dies hat zur Folge, dass (4) und (5) in jedem Zeitschritt neu berechnet werden müssen.

## Validierung

Zur Validierung des vorgestellten Verfahrens wurde ein einfacher, zweidimensionaler Aufbau gemäß Abb. 2 berechnet. Innerhalb eines mit 1000 U/min rotierenden Luftvolumens befindet sich außermittig eine monofrequente Punktquelle ( $f = 150$  Hz). Das rotierende Volumen ist von einem Volumen mit ruhendem Bezugssystem umgeben. Obwohl dieser Aufbau rein hypothetisch ist, eignet er sich dennoch zur Validierung des Verfahrens. Da auf dem Außenrand  $\Gamma_A$  eine absorbierende Randbedingung verwendet wird und sich keine Hindernisse im Aufbau befinden, kann man eine reflexionsfreie Schallausbreitung erwarten. Dadurch sollte sich aufgrund der bewegten Schallquelle der Doppler-Effekt beobachten lassen.

Das Ergebnis wurde beispielhaft an den beiden Beobachtungspunkten P1, P2 (siehe Abb. 2) überprüft. Im Zeitverlauf des Schalldrucks an diesen Punkten (Abb. 3) ist eindeutig die erwartete Frequenzänderung durch die Bewegung der Quelle zu erkennen.

## Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde eine Finite-Elemente-Methode zur Berechnung der Schallausbreitung in rotierenden Systemen vorgeschlagen. Zu diesem Zweck wurde eine Gebietszerlegung am numerischen Modell vorgenommen.

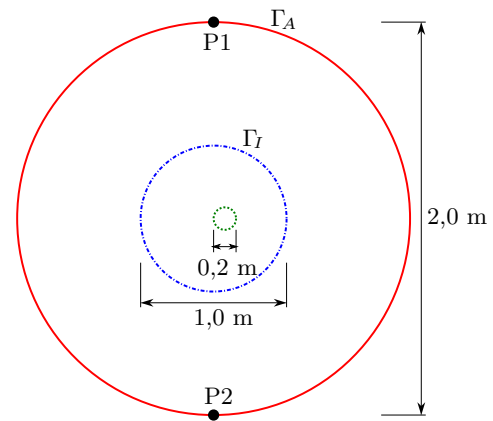


Abbildung 2: Skizze vom Berechnungsgebiet der Validierungsrechnung: absorbierender Rand ( $\Gamma_A$ , —), Schnittfläche der Bezugssysteme ( $\Gamma_I$ , - - -), Monopolvereue (- - -)

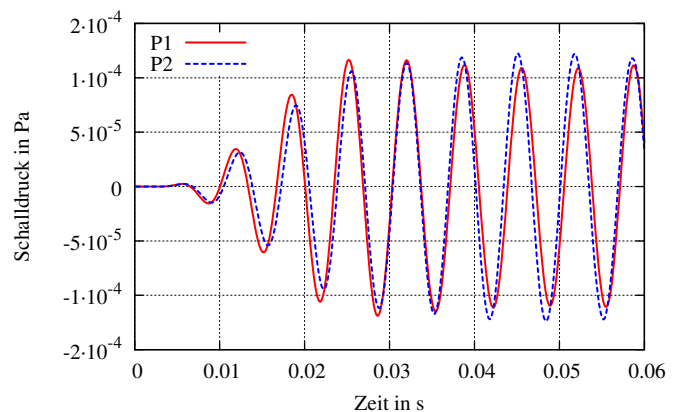


Abbildung 3: Zeitlicher Verlauf des Schalldrucks an den beiden Beobachtungspunkten

Der Austausch von Schallwellen zwischen den beiden disjunkten Gebieten wurde durch Anwendung der sog. *Mortar-Methode* realisiert. Das Verfahren wurde anhand eines einfachen Beispiels validiert.

## Danksagung

Die Autoren danken der Bayerischen Forschungsförderung (BFS) für die finanzielle Unterstützung.

## Literatur

- [1] Kaltenbacher, M.; Escobar, M.; Becker, S.; Ali, I.: Numerical simulation of flow-induced noise using LES/SAS and Lighthill's acoustic analogy. International Journal for Numerical Methods in Fluids - Online preprint (2009), 1–20. doi:10.1002/flid.2123
- [2] Flemisch, B.; Kaltenbacher, M.; Wohlmuth, B. I.: Elasto-acoustic and acoustic-acoustic coupling on non-matching grids. Int. J. Numerical Methods in Engineering 67, Nr. 13 (2006), 1791–1810
- [3] Rapetti, F.; Santandrea, L.; Bouillault, F.; Razek, A.: Calculation of eddy currents in moving structures using a finite element method on non-matching grids. COMPEL 19, Nr. 1 (2000), 10–29