

# Modifikation der Berechnung der Resonanzfrequenz von Helmholtzresonatoren

Sebastian Braun<sup>1</sup>, Gerhard Graber<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universität für Musik und darstellende Kunst, 8010 Graz, Österreich, Email: sebastian.braun@student.tugraz.at

<sup>2</sup> Institut für Signalverarbeitung und Sprachkommunikation (SPSC), TU Graz, 8010 Graz, Österreich, Email: graber@tugraz.at

## Einleitung

Im Rahmen einer Bachelorarbeit über Helmholtzresonatoren [5] wurden verschiedene Resonatoren mit systematisch variierenden Parametern (Volumen, Halslänge, Halsradius) aufgebaut und im Impedanzrohr nach ISO 10534-2 gemessen. Dabei ergaben sich drastische Abweichungen zwischen der gemessenen und der nach der gängigen Formel berechneten Resonanzfrequenz, die durch eine in diesem Beitrag vorgeschlagene modifizierte Formel deutlich verringert werden können.

## Messaufbau

Der Messaufbau besteht aus dem an der TU Graz entwickelten Impedanzrohr [3, 4], das nach ISO 10534-2 die Transferfunktionsmethode verwendet. Der Rohrradius beträgt 10 cm, der Messbereich beträgt beim verwendeten Mikrofonabstand 85 bis 686 Hz.

Am einen Ende des Rohres sitzt der anregende Lautsprecher, das andere Ende ist mit einer bis zu 20 cm verschiebbaren Metall-Kolbenscheibe ausgestattet. Mit Hilfe dieser Kolbenscheibe kann das Volumen der Resonatoren bis zu 6,3 Liter stufenlos eingestellt werden. An der Stelle  $x = 0$  des Rohres (siehe Abb. 1) werden nun verschiedene aus MDF Platten gefertigte Kreisscheiben eingelassen, die Luftdicht abschließen. Die Scheiben haben variierende Stärken (= Halslänge  $l_H$ ) und Lochradien (= Halsradius  $r_H$ ). Der Aufbau im Rohr ist in Abb. 1 dargestellt.

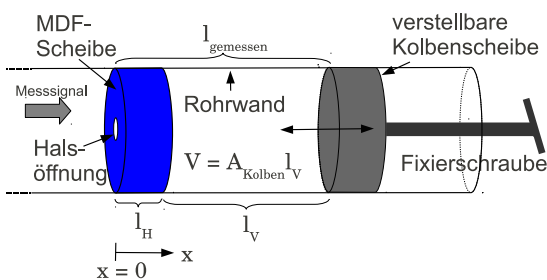


Abbildung 1: Variation der Helmholtz-Parameter im Messaufbau

## Vorgehensweise bei den Messungen

Für jede der 16 Testscheiben mit unterschiedlichem  $r_H$  und  $l_H$  wird das Volumen durch Verschieben der Kolbenscheibe in 1 cm-Schritten vergrößert. Insgesamt ergeben sich so 101 verschiedene Helmholtzresonatoren. Mit der Messsoftware werden für jeden Resonator der frequenzabhängige Absorptionsgrad  $\alpha$ , sowie die akustische Impedanz  $Z(0)$  gemessen.

Aus dem Absorptionsgrad kann nun die gemessene Reso-

nanzfrequenz  $f_M$  als Maximum von  $\alpha$  abgelesen werden. Gleichzeitig wird die Resonanzfrequenz  $f_H$  mit der aus der Literatur [1] bekannten Formel nach Gl. (1) errechnet und verglichen.

$$f_H = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A_H}{V \cdot l_{H,eff}}}; \quad l_{H,eff} = l_H + 2\Delta l_H \quad (1)$$

## Diskussion der Messergebnisse

In Gl. (1) nach [1] ist die Mündungskorrektur nur vom Halsradius abhängig:

$$\Delta l_H = 0,85r_H \quad (2)$$

In anderer Literatur [2] finden sich auch abweichende Werte für den in Gl. (2) verwendeten Faktor von 0,85, die aber die Gemeinsamkeit haben, dass sie alle nur vom Halsradius abhängen.

Bei Verwendung von Gl. (2) zur Berechnung der Mündungskorrektur zeigen sich offensichtliche systematische Abweichungen zwischen der berechneten Resonanzfrequenz  $f_H$  und der gemessenen  $f_M$ , wie in Abb. 2 für mehrere Messserien mit gleicher Halslänge angeführt ist. Die Kurven zeigen die mit Gl. (3) bestimmte Abweichung  $E$  der gemessenen von der berechneten Resonanzfrequenz unter Berücksichtigung der Mündungskorrektur nach Gl. (2). Die Abweichung variiert zwischen -7% und +6%, hat also einen Schwankungsbereich von ca. 13%.

$$E = \frac{f_M - f_H}{f_H} \cdot 100\% \quad (3)$$

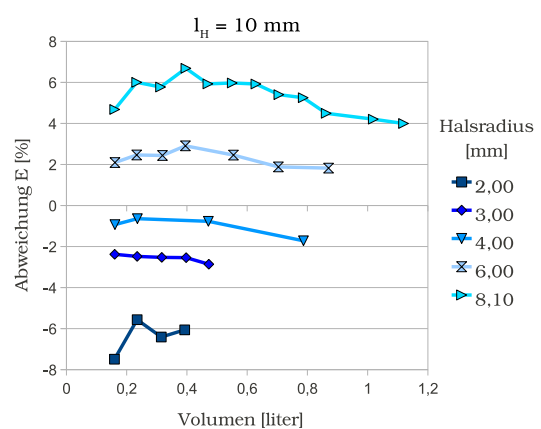


Abbildung 2: Abweichung  $E$  der gemessenen von der berechneten Resonanzfrequenz für  $l_H = 10$  mm

Als erstes Ergebnis zeigt Abb. 2, dass die prozentuelle Abweichung  $E$  näherungsweise unabhängig vom Volumen ist.

### Einfluss des Halsradius

Weiters fällt bei den Kurven in Abb. 2 die mit zunehmendem Halsradius steigende Abweichung auf. Da von allen Parametern in Gl. (1) einzig die Mündungskorrektur nicht direkt messbar ist und zudem in der Literatur dafür verschieden Angaben zu finden sind, wird nun aus den Messergebnissen auf die tatsächlich gemessene Mündungskorrektur  $\Delta l_{H,m}$  rückgerechnet. Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit der Mündungskorrektur  $\Delta l_{H,m}$  vom Halsradius. Es ergibt sich wie in Gl. (2) zwar ein linearer Zusammenhang, allerdings mit der Steigung 0,54.

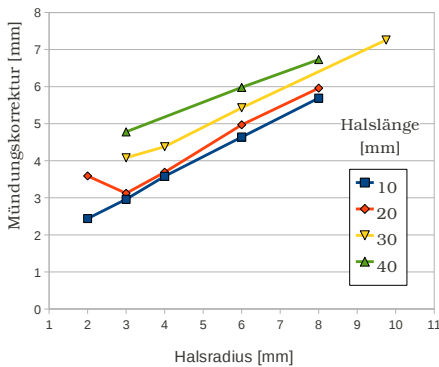


Abbildung 3: Zusammenhang zwischen Halsradius  $r_H$  und aus den Messungen errechnetem  $\Delta l_{H,m}$

### Einfluss der Halslänge

Zusätzlich wird nun die Abhängigkeit der gemessenen Mündungskorrektur  $\Delta l_{H,m}$  von der Halslänge untersucht und in Abb. 4 dargestellt. Interessant ist, dass sich hier ein annähernd exponentieller Zusammenhang ergibt.

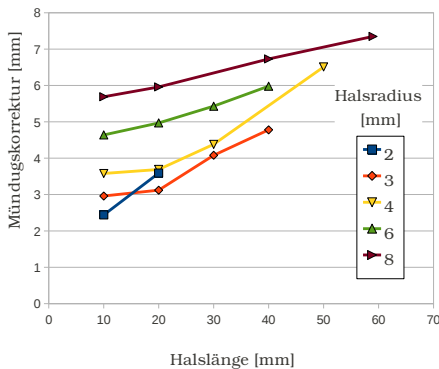


Abbildung 4: Zusammenhang zwischen Halslänge  $l_H$  und aus den Messungen errechnetem  $\Delta l_{H,m}$

### Herleitung der Näherungsformel

Nimmt man für  $\Delta l_H$  einen linearen Verlauf über  $r_H$  an, der ebenso in allen bisher bekannten Berechnungsmethoden zu finden ist, ergibt sich die Steigung der Geraden mit 0,54 hier etwas niedriger. Allein aus Abb. 3 lässt sich aber schon erkennen, dass  $\Delta l_H$  auch von  $l_H$  abhängig ist, da die Geraden für verschiedene Halslängen nicht aufeinander liegen. Wie aus Abb. 4 ersichtlich ist, steigen sie exponentiell mit  $l_H$ . Die Konstante im exponentiellen Faktor wurde nun so gewählt, dass die Abweichungen  $E$

von den gemessenen zu den mit der neuen Gl. (4) für die Mündungskorrektur berechneten Resonanzfrequenzen minimal werden. Aus den beiden additiven Termen, die jeweils den Einfluss von Halsradius  $r_H$  und Halslänge  $l_H$  beschreiben, lässt sich somit mit Gl. (4) eine korrigierte Mündungskorrektur  $\Delta l_{H,neu}$  angeben.  $r_H$  und  $l_H$  sind in mm einzugeben.

$$\Delta l_{H,neu} \approx 0,54r_H + e^{\frac{l_H}{36}} \tag{4}$$

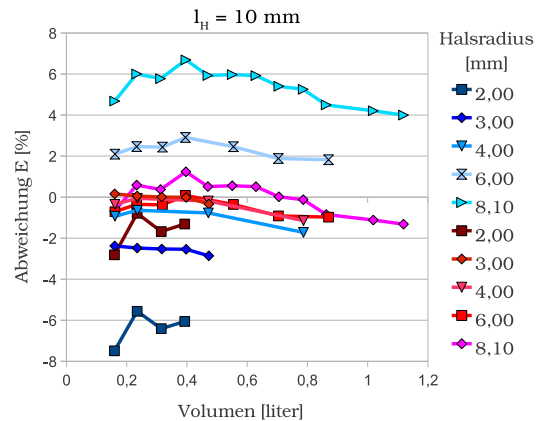


Abbildung 5: Abweichung  $E$  der gemessenen von der berechneten Resonanzfrequenz für  $l_H = 10$  mm, blaue Kurven: übliche Mündungskorrektur  $\Delta l_H$  nach Gl. (2), rote Kurven: korrigierte  $\Delta l_{H,neu}$  nach Gl. (4)

### Conclusio

Abb. 5 zeigt den Genauigkeitserfolg durch Vergleich der roten Kurven ( $f_H$  mit  $\Delta l_{H,neu}$  berechnet) mit den blauen Kurven ( $f_H$  mit  $\Delta l_H$  berechnet). Die Schwankungsbreite der Abweichung  $E$  vermindert sich durch Anwendung der in Gl. (4) vorgeschlagenen modifizierten Formel für die Mündungskorrektur von ca. 13 % auf etwa 4 %.

### Literatur

- [1] Cremer, Lothar und Müller, Helmut: *Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik*, Band 1. Stuttgart 1978, 2. Auflage.
- [2] Görne, Thomas: *Tontechnik*. München 2008, 2. Auflage.
- [3] Brunnader, Rudolf: Diplomarbeit: *Aufbau und Programmierung der 2p Messmethode im Impedanzrohr für die Messung akustischer Materialparameter*. Institut für Nachrichtentechnik und Wellenausbreitung, TU Graz 2002.
- [4] Truppe, Wolfgang und Kappler, Felix: Diplomarbeit: *Messsystem für akustische Zweitore*. Institut für Breitbandkommunikation, TU Graz 2008.
- [5] Braun, Sebastian: Bachelorseminararbeit: *Helmholtzresonatoren*. Institut für Breitbandkommunikation, TU Graz 2009.