

Quantifizierung der Modenwandlung an Rissen in Seilstrukturen mittels Ultraschallwellen

Stefan Bischoff, Helge Sprenger, Lothar Gaul

Institut für Angewandte und Experimentelle Mechanik, Universität Stuttgart

Email: {bischoff, sprenger, gaul}@iam.uni-stuttgart.de

Einleitung

Ultraschallwellen breiten sich in Seilstrukturen in Form geführter Wellen (vgl. Lamb-Wellen in Platten) über weite Distanzen aus, wodurch eine effektive Strukturüberwachung ermöglicht wird. Zur Lokalisierung und Charakterisierung von Fehlstellen ist eine genaue Kenntnis der Ausbreitungs-, Reflexions- und Transmissionseigenschaften der Ultraschallwellen notwendig. Diese lassen sich mittels der Waveguide-FE-Methode ermitteln, indem ein Segment des periodischen Wellenleiters mit einer Periodizitätsbedingung modelliert wird. Als Lösung des zugeordneten Eigenwertproblems erhält man alle in dem Wellenleiter auftretenden Ausbreitungsmoden sowie lokal auftretende, evaneszente Moden.

Die Randelement-Methode (BEM), welche sich infolge der Verringerung der Elementdimension um eine Größenordnung und dem damit verbundenen geringeren Diskretisierungsaufwand als geeignetes numerisches Verfahren erweist, wird in Kombination mit der Finite-Elemente-Methode zur Beschreibung der Wellenausbreitung angewandt. Die Modenwandlung an Unstetigkeiten wie z.B. Rissen oder Kerben lässt sich anschließend durch Reflexions- und Transmissionskoeffizienten beschreiben.

Die Simulationsergebnisse zeigen die entsprechenden Koeffizienten in Abhängigkeit von der Frequenz und ermöglichen eine Auswahl geeigneter Wellenmoden zur effektiven Schadensdetektion. Zudem wird gezeigt, dass neben der Lokalisierung von Fehlstellen mittels Laufzeitmessungen auch Rückschlüsse auf die Rissgeometrie mit Hilfe von Reflexions- und Transmissionskoeffizienten möglich sind.

Wellenausbreitung in Zylinderstrukturen

In zylinderförmigen Strukturen deren Längsausdehnung in x_3 -Richtung den Radius weit übersteigt, treten geführte Wellen mit Verschiebungsfeld

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{u}}(x_1, x_2) \exp(j(kx_3 - \omega t)) \quad (1)$$

und mechanischen Spannungen

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \hat{\boldsymbol{\sigma}}(x_1, x_2) \exp(j(kx_3 - \omega t)) \quad (2)$$

auf. Aus einem diskretisierten Finite-Elemente-Modell des Wellenleiterquerschnitts lassen sich mithilfe einer Periodizitätsbedingung für eine gegebene Kreisfrequenz ω Lösungen $\{k_i, \hat{\mathbf{u}}_i, \hat{\boldsymbol{\sigma}}_i\}$ berechnen, die mögliche Wellen im betrachteten Zylinder charakterisieren [1].

Im betrachteten Fall eines Zylinders treten drei Wellentypen auf: Longitudinal (L)-, Biege (F)- und Torsionsmoden.

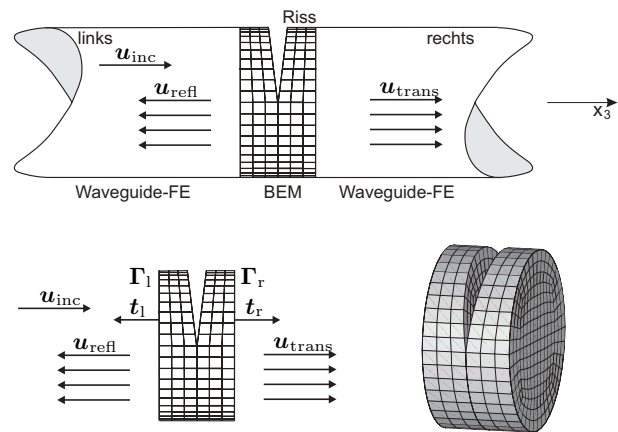


Abbildung 1: Wellenleiter mit Fehlstelle. Im Bereich des Risses wird der Wellenleiter als BEM-Modell diskretisiert sowie Randbedingungen formuliert.

Reflexion an Unstetigkeiten

Trifft eine geführte Welle in einem Wellenleiter auf eine Unstetigkeit, werden im Allgemeinen verschiedene Wellen reflektiert und transmittiert. Die Amplituden der reflektierten und transmittierten Wellen normiert auf die Amplitude der einfallenden Welle ergeben Reflexions- und Transmissionskoeffizienten. Diese hängen von der Geometrie der Unstetigkeit, vom Typ der hinlaufenden Welle und von der Frequenz ab.

Im Allgemeinen setzen sich beliebige Wellenfelder im Wellenleiter aus der Superposition aller zulässigen Wellen zusammen [2]. Wird nun die Reflexion und Transmission einer hinlaufenden Welle \mathbf{u}_{inc} betrachtet, setzen sich die Verschiebungsfelder links der Unstetigkeit (n : Indizes linkslaufender Wellen) und rechts der Unstetigkeit (m : Indizes rechtslaufender Wellen) gemäß Abb. 1 zusammen zu

$$\mathbf{u}^{\Gamma_l} = \mathbf{u}_{inc} + \sum_n \alpha_n \mathbf{u}_n = \mathbf{u}_{inc} + \mathbf{U}_{refl} \boldsymbol{\alpha}, \quad (3)$$

$$\mathbf{u}^{\Gamma_r} = \sum_m \beta_m \mathbf{u}_m = \mathbf{U}_{trans} \boldsymbol{\beta}, \quad (4)$$

während die Spannungsvektoren

$$\mathbf{t}^{\Gamma_l} = \mathbf{t}_{inc} + \sum_n \alpha_n \mathbf{t}_n = \mathbf{t}_{inc} + \mathbf{T}_{refl} \boldsymbol{\alpha}, \quad (5)$$

$$\mathbf{t}^{\Gamma_r} = \sum_m \beta_m \mathbf{t}_m = \mathbf{T}_{trans} \boldsymbol{\beta} \quad (6)$$

lauten. Die Spannungsvektoren \mathbf{t} erhält man aus den Spannungstensoren $\boldsymbol{\sigma}$ durch Multiplikation mit den Normalenvektoren der Schnittflächen, $\mathbf{t}_{\text{links}} = -\boldsymbol{\sigma}\mathbf{e}_{x_3}$, $\mathbf{t}_{\text{rechts}} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{e}_{x_3}$.

Werden sich ausbreitenden Wellen auf die Energie 1 normiert, so entsprechen α und β den gesuchten Reflexions- und Transmissionskoeffizienten.

Um die Modenwandlung zu beschreiben, wird der Wellenleiter im Bereich der Unstetigkeit durch konstante Oberflächenelemente diskretisiert. Wird von einem elastodynamischen Materialverhalten und einer glatten Oberfläche des Modells ausgegangen, kann der an der Oberfläche auftretende Verschiebungs- und Spannungsvektor $\{\mathbf{u}, \mathbf{t}\}$ mit Hilfe der Systemmatrizen $\{\mathbf{H}, \mathbf{G}\}$

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{t} \quad (7)$$

in Relation zueinander gesetzt werden. Die wie oben beschrieben berechneten Verschiebungen und Spannungen der Wellenmoden (Gln. 1, 2) liegen in diskretisierter Form in Koordinaten des FE-Modells des Querschnitts vor. Werden diese nun nach Freiheitsgraden an der linken und rechten Schnittfläche $\{\Gamma_l, \Gamma_r\}$ partitioniert, so führt dies zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^{\Gamma_l} & \mathbf{H}^{\Gamma_r} & \mathbf{H}^{\Gamma_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{\Gamma_l} \\ \mathbf{u}^{\Gamma_r} \\ \mathbf{u}^{\Gamma_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{\Gamma_l} & \mathbf{G}^{\Gamma_r} & \mathbf{G}^{\Gamma_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{t}^{\Gamma_l} \\ \mathbf{t}^{\Gamma_r} \\ \mathbf{t}^{\Gamma_m} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Eine Beziehung zwischen dem Verschiebungs- und Spannungsvektor an der linken und rechten Querschnittsfläche des Wellenleiters wird formuliert, indem Gln. (3), (4) nach $\{\alpha, \beta\}$ umgestellt und anschließend in Gln. (5), (6) eingesetzt wird

$$\mathbf{t}^{\Gamma_l} = \mathbf{T}_{\text{refl}} \mathbf{U}_{\text{refl}}^{-1} (\mathbf{u}^{\Gamma_l} - \mathbf{u}_{\text{inc}}) + \mathbf{t}_{\text{inc}}, \quad (9)$$

$$\mathbf{t}^{\Gamma_r} = \mathbf{T}_{\text{trans}} \mathbf{U}_{\text{trans}}^{-1} \mathbf{u}^{\Gamma_r}. \quad (10)$$

Hinzu kommt die notwendige Randbedingung einer kräftefreien Mantel- und Rissoberfläche $\mathbf{t}^{\Gamma_m} = \mathbf{0}$ zur Lösung des Gleichungssystems. Einsetzen der Randbedingungen in Gln. (7) und Auflösen nach den unbekannt Verschiebungen $\{\mathbf{u}_{\text{refl}}, \mathbf{u}_{\text{trans}}\}$ führt auf ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{b}. \quad (11)$$

Die gesuchten Reflexions- und Transmissionskoeffizienten können nun ausgehend von Gln. (3) bzw. (4) berechnet werden, indem das linear überbestimmte Gleichungssystem mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gelöst wird.

Die Güte der Lösung kann durch eine Energiebilanz evaluiert werden, die Summe der Energie der gestreuten Wellen muss der Energie der hinlaufenden Welle entsprechen.

Ergebnisse

Abb. 2 und 3 zeigen mit dem vorgestellten Verfahren berechnete Reflexions- und Transmissionskoeffizienten für einen Aluminiumzylinder mit Radius 2 mm. Die Ergebnisse wurden mit Hilfe von Experimenten für Anregungsfrequenzen $f = \{100, 150, 200\}$ kHz verifiziert.

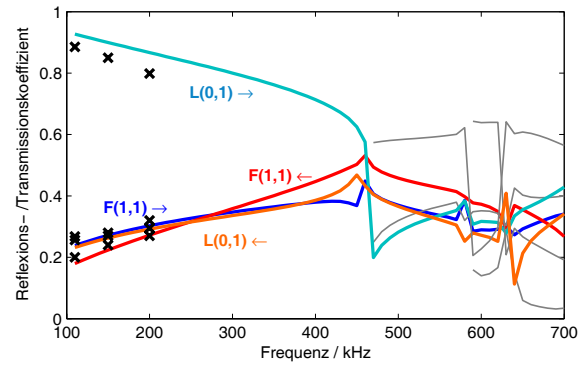


Abbildung 2: Reflexions- und Transmissionskoeffizienten α und β für eine auf einen Riss treffende Longitudinalwelle (L). Risstiefe: 50% des Zylinderradius. Öffnungswinkel: 14°. Es werden jeweils eine Longitudinal (L)- und eine Biegemode (F) transmittiert und reflektiert. Vergleichsergebnisse aus Experimenten sind durch \times markiert.

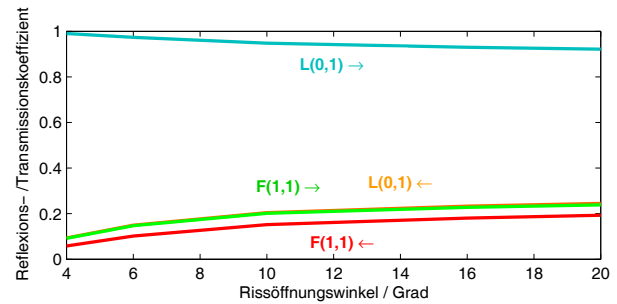


Abbildung 3: Reflexions- und Transmissionskoeffizienten α und β für eine auf einen Riss treffende Longitudinalmode (L) bei Frequenz $f=100$ kHz. Rissöffnungswinkel zwischen 4° und 20°.

Zusammenfassung

Die beschriebene Vorgehensweise ermöglicht eine effiziente Berechnung von Reflexions- und Transmissionskoeffizienten zur Beschreibung von Modenumwandlungsphänomenen in Wellenleitern. Rückschlüsse auf Risse und deren Geometrie lassen sich durch Messung reflektierter Wellen und den daraus resultierenden Reflexionskoeffizienten ziehen.

Literatur

- [1] Mace, B. R.; Duhamel, D.; Brennan M. J., Hinke, L.: Finite element prediction of wave motion in structural waveguides. The Journal of the Acoustical Society of America 117 (2005), 2835–2843
- [2] Auld, B. A.: Acoustic fields and waves in solids, Krieger Publishing Co, 1990
- [3] Cho, Y.; Rose, J.L.: A boundary element solution for a mode conversion study on the edge reflection of Lamb waves. The Journal of the Acoustical Society of America 99 (1996), 2097–2109