

Sensitivitätsanalyse an einem aktiv geregelten Rahmen-Platte-Prüfstand

Sebastian Buckert, Joachim Bös, Holger Hanselka

Fachgebiet Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik SzM, Technische Universität Darmstadt,
64289 Darmstadt, E-Mail: buckert@szm.tu-darmstadt.de

Einleitung

Mit Hilfe der Sensitivitätsanalyse untersucht man die Einflüsse von Parametern auf das Systemverhalten. Dabei werden die Parameter identifiziert, auf deren Änderung das System besonders sensibel reagiert. Das Hauptaugenmerk der vorgestellten Untersuchung liegt auf der Quantifizierung der Parametereinflüsse auf die Berechnung der Strukturintensität (STI) und auf den aus der STI berechneten Leistungsfluss. Durch Integration wird aus der STI die Leistung berechnet, die ein Aktor (Piezopatch, Shaker, ...) der Struktur zu- oder abführt [1].

Methoden der Sensitivitätsanalyse

Der Haupteffekt (Sensitivitätswert erster Ordnung) kann wie folgt ausgedrückt werden

$$S_i = \frac{V_{X_i}(E_{X \sim i}(Y | X_i))}{V(Y)} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{\text{tot}}^2} \cdot 100\% . \quad (1)$$

Dabei stellt der Ausdruck $V_{X_i}(E_{X \sim i}(Y | X_i))$ die Varianz V des Mittelwertes (Erwartungswertes E) bei festem X_i dar. Der Sensitivitätswert erster Ordnung liegt zwischen 0 und 1 und beschreibt den Einfluss des Parameters X_i auf die Ausgangsgröße. Der Einfluss des Parameters X_i ist umso größer, je näher S_i am Wert 1 liegt. Für nicht additive Modelle ist die Summe der Sensitivitätswerte erster Ordnung kleiner eins [2]. Hieraus können Rückschlüsse auf die Linearität des Systems bezüglich der Zielgrößen gezogen werden. Ein Grenzwertverhalten der Summe gegen Null deutet auf ein nichtlineares Systemverhalten hin, ein Verhalten gegen Eins deutet hingegen auf ein lineares System hin.

Mit Hilfe von Sensitivitätswerten höherer Ordnung können Interaktionen zwischen zwei oder mehreren Faktoren X_i beschrieben werden, die sich nicht aus der Superposition der Einzeleffekte ergeben. Durch eine Summation aller Sensitivitätswerte kann ein Modell und damit die Varianz der Zielgröße Y vollständig beschrieben werden [2]

$$\sum_i S_i + \sum_i \sum_{i>j} S_{ij} + \sum_i \sum_{i>j>l} S_{ijl} + \dots + S_{1,2,3,\dots,k} = 1 . \quad (2)$$

Im Unterschied zum Haupteffekt beschreibt der Totaleffekt den Einfluss eines Parameters auf die Ausgangsvarianz unter Berücksichtigung der Wechselwirkungseffekte. Da die Summe aller Sensitivitätsterme gleich eins ist (Gleichung (2)), berechnet sich der Totaleffekt des Parameters X_i durch Konstanthalten dieses Parameters $X_{\sim i}$ zu

$$S_{Ti} = 1 - \frac{V(E(Y | X_{\sim i}))}{V(Y)} . \quad (3)$$

Die Berücksichtigung von Wechselwirkungseffekten ist vor allem bei nichtlinearen Systemen relevant, da hier diese Effekte maßgeblich sein können.

Die Monte-Carlo-Simulation

Die Monte-Carlo-Simulation ist ein Verfahren zur Berechnung varianzbasierter Sensitivitätsmaße, das auf einer zufälligen Stichprobenauswahl aufbaut. Mit einem Quasizufallszahlengenerator (z.B. Sobol-Sequenzen) wird ein Parameterraum aufgespannt und mit diesem Parametersatz eine Simulation gestartet. Je nach Komplexität des Modells müssen mehrere tausend Simulationen durchgeführt werden, bis eine Konvergenz der Sensitivitätswerte erreicht ist. Mit den in dieser Untersuchung verwendeten Modellen sind bis zu 50 000 Simulationen notwendig. Die Auswertung der Simulationsergebnisse erfolgt anhand der im vorherigen Abschnitt vorgestellten Methoden der Sensitivitätsanalyse. Die benötigte Rechenzeit zur Erstellung der Zufallszahlen und zur abschließenden Berechnung der Sensitivitätsmaße ist meist gering im Vergleich zur Rechenzeit, die für die Simulationen benötigt wird. Dennoch beeinflusst die Auswahl der Zufallszahlen maßgeblich das Konvergenzverhalten der betrachteten Sensitivitätsmaße.

In dieser Untersuchung wird der Fehler ε der Leistungsbeziehung mittels Integration aus der STI als Zielgröße definiert

$$\varepsilon_{\text{STI}} = ((P_{\text{zu}} - P_{\text{STI}}) / P_{\text{zu}}) \cdot 100\% . \quad (4)$$

Die mittels Integral aus der Intensität I , der Plattendicke h und dem Normalenvektor \vec{n} berechnete Leistung ergibt sich zu $P_{\text{STI}} = \int I \cdot \vec{n} \cdot h \, ds$. Für einen Shaker berechnet sich die zugeführte Leistung zu $P_{\text{zu}} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ F \cdot v^* \}$ mit der Kraft F und der konjugiert komplexen Geschwindigkeit v^* .

Die in dieser Untersuchung variierten Parameter sind: Frequenz f , Integralabstand d , Dämpfung D , Kraft F , Diskretisierungsdichte N , Plattendicke h .

Berechnung der Effektgrößen

Vor der Berechnung der Effektgrößen wird der Fehler des numerischen STI-Berechnungsverfahrens, welches auch zur Berechnung der STI aus Messdaten verwendet wird, in Bezug auf die analytische Lösung der STI untersucht.

Abbildung 1 zeigt den relativen Fehler in Abhängigkeit von der Diskretisierung. Erwartungsgemäß werden der mittlere Fehler und die Streuung mit dichterem Vernetzung kleiner. Für die Sensitivitätsanalyse mit den oben aufgezählten Parametern wird die Platte (850 mm × 550 mm × 1,5 mm) mit 80 × 40 = 3200 Punkten diskretisiert, da so der Fehler des

STI-Berechnungsverfahren bei akzeptabler Rechenzeit zwischen 0 und 15 % liegt und bei feinerer Diskretisierung nicht mehr wesentlich abnimmt (siehe Abbildung 1).

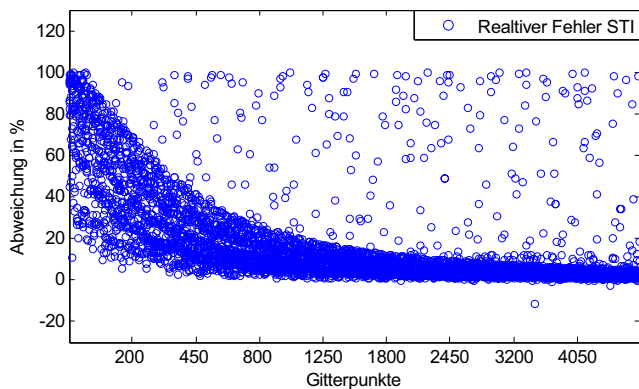


Abbildung 1: Relativer Fehler des STI-Berechnungsverfahrens in Abhängigkeit von der Vernetzungsdichte

In Tabelle 1 sind der Totaleffekt nach Jansen S_T [2] und der Haupteffekt S der Parameter aufgelistet.

Tabelle 1: Parameter und Effektgrößen

	f	d	D	F	N	h
S	0,0025	0,0011	0,0000	0,0047	0,0003	-0,0025
S_T	0,6612	0,4614	0,7978	2,3619	0,7064	2,5086

Die sehr kleinen Werte der Haupteffekte lassen auf ein sehr stark nichtlineares Verhalten bezüglich der Zielgröße schließen. Aus den Haupt- und Totaleffekten wird deutlich, dass neben der Frequenz f und der Anzahl der Gitterpunkte N auch der Abstand des Integrals d von der Anregungsstelle eine wichtige Rolle spielt. Auch die Anregungskraft F , die Materialdämpfung D und die Plattendicke h haben einen großen Einfluss auf die Zielgröße, können aber bei realen Objekten meist nicht beeinflusst werden.

Im Folgenden wird daher exemplarisch der Einfluss des Integralabstandes von der Anregungsstelle auf den Fehler der STI-Berechnung untersucht, da der Integralabstand in der Leistungsberechnung sehr leicht beeinflusst werden kann und die Genauigkeit der numerischen Integration maßgeblich beeinflusst.

Einfluss des Integralabstandes

Abbildung 2 zeigt den Fehler der Leistungsberechnung mittels Integration aus der STI nach Gleichung (4). Die STI zur Bestimmung des Integrals wurde sowohl analytisch als auch mit einem numerischen Verfahren für den Frequenzbereich von 0 Hz bis 500 Hz berechnet. Die Leistung wurde mit Integralabständen zwischen 0,02 m und 0,16 m berechnet.

Aus Abbildung 2 wird deutlich, dass das numerische Verfahren nicht wesentlich vom Ergebnis der analytischen Rechnung abweicht. Beide Verfahren zeigen eine nahezu identische Streuung. Beide Verteilungen haben die geringste mittlere Abweichung bei einem Abstand der Integrationsfläche vom Anregungspunkt von etwa 0,05 m. Zu geringeren Abständen hin nimmt der Fehler aufgrund einer geringeren Anzahl an Elementen, die zur Approximation des Integ-

rals verwendet werden, zu. Bei größer werdenden Abständen steigt der mittlere Fehler leicht an, da die Dissipation und die Überlagerung mit Wirbeln den mittels Integral berechneten Leistungswert beeinflussen. Das numerische Verfahren kann aufgrund der guten Übereinstimmung mit der analytischen Lösung als Näherung für die Berechnung der STI aus gemessenen Werten verwendet werden.

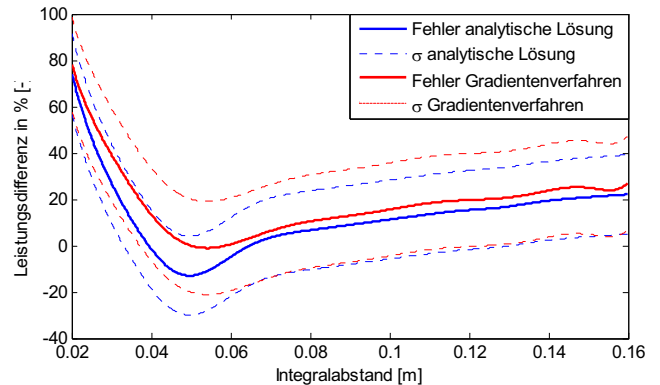


Abbildung 2: Fehler bei der Leistungsberechnung in Abhängigkeit vom Integralradius (Simulation)

Am Prüfstand wurde die STI für mehrere Frequenzen numerisch aus Messdaten berechnet. Der Fehler nach Gleichung (4) wurde aus den Messergebnissen für unterschiedliche Integralabstände berechnet und ist in Abbildung 3 dargestellt.

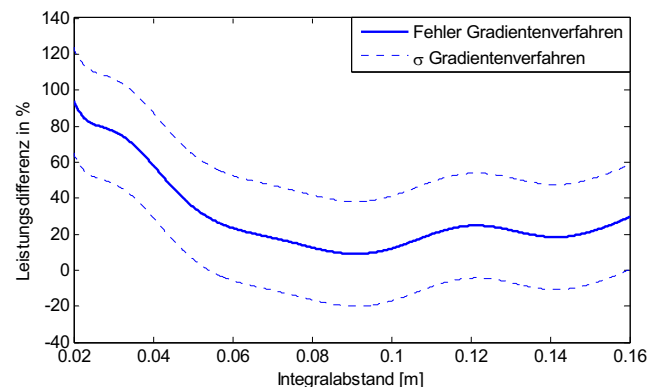


Abbildung 3: Fehler bei der Leistungsberechnung in Abhängigkeit vom Integralabstand (Messung)

Durch einen Vergleich von Abbildung 2 und Abbildung 3 wird deutlich, dass die Simulations- und Messergebnisse qualitativ ähnliche Verläufe haben. Auch in der Messung gibt es einen minimalen Fehler bei der Leistungsberechnung, der allerdings bei einem größeren Integralabstand von etwa 0,09 m vorliegt.

Mittels Sensitivitätsanalyse konnte der Integralabstand als wichtige Einflussgröße für die Leistungsberechnung aus STI-Daten identifiziert werden. Für das Aufstellen einer Energiebilanz bei aktiven Systemen kann so der Fehler bei der Leistungsberechnung minimiert werden.

Literatur

[1] Buckert, S. Energiefluss in dünnwandigen Strukturen, 36. Jahrestagung für Akustik DAGA 2010
 [2] Saltelli, A., et al., Global Sensitivity Analysis, John Wiley & Son, Chichester, UK 2008