

Impedanzbestimmung für Schallabsorber in rechteckigen Strömungskanälen

Stefan Busse¹, Anita Schulz¹ und Lars Enghardt²

¹ Technische Universität Berlin, Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, CFD'CAA Gruppe, 10623 Berlin, Email: stefan.busse@dlr.de

² Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Antriebstechnik, Abteilung Triebwerksakustik, 10623 Berlin

Einleitung

Dieser Beitrag stellt eine einfache und schnelle Methode vor, um die Impedanz von Schallabsorbern (Linern) in Rechteckkanälen aus experimentell bestimmten Wellenzahlen und Strömungsprofilen zu berechnen [10]. In Anlehnung an die Notation der NASA [6] wird sie als Pridmore-Brown, Shear flow, Runge-Kutta mit PBS-RK abgekürzt. Der Ansatz ist aus einer früheren Studie von Enghardt et al. [2] abgeleitet, die den Einfluss der Strömungsprofile auf die Wellenausbreitung in runden Kanälen mit schallharten Wänden untersuchte. Die Formulierung wurde für einen rechteckigen Kanal übernommen und erweitert [10], um einseitig mit Linern ausgekleidete Bereiche des Kanals zu berücksichtigen. Ziel ist es, die Impedanz der ausgekleideten Wand, die zusätzlich von einer beliebigen Scherströmung überstrichen wird, numerisch zu bestimmen. Ausgangspunkt sind Mikrofonmessungen ebener Wellen, die die Berechnung der komplexen Wellenzahl ermöglichen. In der vorliegenden Arbeit wird die Leistungsfähigkeit der Methode mit NASA Benchmarkdaten [5] analysiert und validiert.

Methode

Im ersten Schritt wird die konvektive Wellengleichung [7, 8] mittels Separationsansatz in ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung transformiert:

$$\frac{d^2 P_Z}{dZ^2} + \frac{2K}{1-MK} \frac{\partial M}{\partial Z} \frac{dP_Z}{dZ} - B^2 \lambda P_Z = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d^2 P_Y}{dY^2} + \frac{2K}{1-MK} \frac{\partial M}{\partial Y} \frac{dP_Y}{dY} + H^2 (k_0^2 ((1-MK)^2 - K^2) + \lambda) P_Y = 0 \quad (2)$$

K ist die komplexe normierte axiale Wellenzahl, definiert als $K = k_x/k_0$, M ist die Machzahl, B die Kanalbreite und H die Kanalhöhe für die Normierung $Y = y/H$. Weiterhin ist P der normierte Schalldruck. Die komplexe Wellenzahl k_x für den Linerabschnitt kann aus dem Transmissionsfaktor t , ermittelt durch Mikrofonmessungen am Prüfstand [1], und der aktiven Linerlänge L bestimmt werden:

$$\Re\{k_x\} = \frac{-\arctan\left(\frac{\Im\{t\}}{\Re\{t\}}\right)}{L} \quad \text{und} \quad \Im\{k_x\} = \frac{\ln(|t|)}{L} \quad (3)$$

Soweit Inhomogenitäten des Schallfeldes oder der schallabsorbierenden Auskleidung entlang der z -Achse vernachlässigt werden können, ist das Modell eines zweidi-

mensionalen Kanals nach Mungur und Gladwell [7] anwendbar. Die z -Abhängigkeit des Schallfeldes verschwindet und ergibt $P_Z = \text{const.}$ Der Schalldruck und das Strömungsprofil sind in diesem Fall nur von der y -Koordinate abhängig und definieren: $P = P_Y$ und $M = M(y)$. Zusätzlich werden unendlich ausgedehnte Wände in x -Richtung angenommen, um Übergangseffekte vom Liner zur schallharten Wand auszuschließen. Einsetzen in das Gleichungssystem Gl. 1 und 2 führt zur Lösungsbedingung $\lambda=0$. Das System vereinfacht sich zur PRIDMORE-BROWN-GLEICHUNG [8, 6]:

$$\frac{d^2 P}{dY^2} + \frac{2K}{1-MK} \frac{dM}{dY} \frac{dP}{dY} + H^2 k_0^2 ((1-MK)^2 - K^2) P = 0 \quad (4)$$

Das 2D-Kanalmodell mit unendlich ausgedehnten Wänden ergibt durch die Randbedingungen für die gegenüber dem Liner vorhandene schallharte Wand folgendes Anfangswertproblem (Abb. 1):

$$P(0) = 1 \quad \text{und} \quad \left. \frac{dP}{dY} \right|_{Y=0} = 0 \quad (5)$$

Das Verfahren löst das Problem durch Integration (RUNGE-KUTTA, vierter Ordnung), beginnend an der schallharten Wand (Abb. 1, $Y = 0$), und setzt diese entlang der Kanalhöhe bis zur absorbierenden Wand ($Y = 1$) fort. Dabei werden simultan die Druckwerte $P(Y)$ und deren erste Ableitung $\frac{dP}{dY}$ bestimmt. Aufgrund der komplexwertigen Impedanz der schallabsorbierenden Wand müssen auch die Eingangsgrößen Wellenzahl K und die Lösungen für den Schalldruck sowie dessen Ableitung in Gl. 5 komplexe Zahlen sein [7]. Die gesuchten Randwerte sind Schalldruck $P(1)$ und dessen erste Ableitung $\frac{dP}{dY}$ für $Y = 1$. Schließlich kann mittels Substitution in folgender Gleichung, die auf der INGARD-MYERS-Randbedingung [3, 9] basiert, die normierte Impedanz ζ bestimmt werden [6]:

$$\zeta = \frac{Z(1)}{\rho c} = -ik_0 H (1 - M(1)K)^2 \cdot \left. \frac{P(1)}{\frac{dP}{dY}} \right|_{Y=1} \quad (6)$$

Validierung

Die vorgestellte Methode wurde mit Benchmarkdaten von Jones et al. [5] validiert. Dazu wurden die Pegel- und Phasenverläufe zur Berechnung des Real- und Imaginärteils der komplexen Wellenzahl herangezogen [4, 10]:

$$k_x = \frac{d\phi}{dx} + \frac{i}{20 \log_{10}(e)} \frac{dSPL(x)}{dx} \quad (7)$$

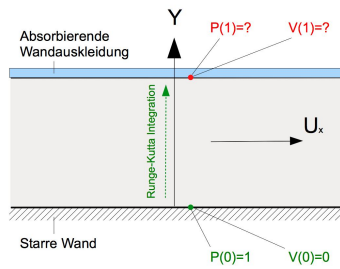


Abbildung 1: Schema des Kanalmodells und dessen Randbedingungen für die RUNGE-KUTTA-Integration.

Die Wellenzahl Daten als Funktion der Frequenz werden via b-spline Interpolation geglättet, um unphysikalische Unstetigkeiten zu unterdrücken. Bei Verarbeitung der Daten wurde ein Blockprofil angenommen, da dies auch bei den Berechnungen von Jones [5] Anwendung findet. Einige Ergebnisse werden in Abb. 2 vorgestellt. Für den Fall ohne Überströmung ($M = 0$, Abb. 2(a)/2(b)) liegen die Impedanzkurven nahezu übereinander. Bei höheren Machzahlen ist ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung zu finden (Abb. 2(c) - 2(f)) und auch die Resonanzfrequenzen (Minimum der Resistanz/erste Nullstelle der Reaktanz) werden gut getroffen. Gleiches gilt für die Anti-Resonanz, also das Maximum der Resistanz.

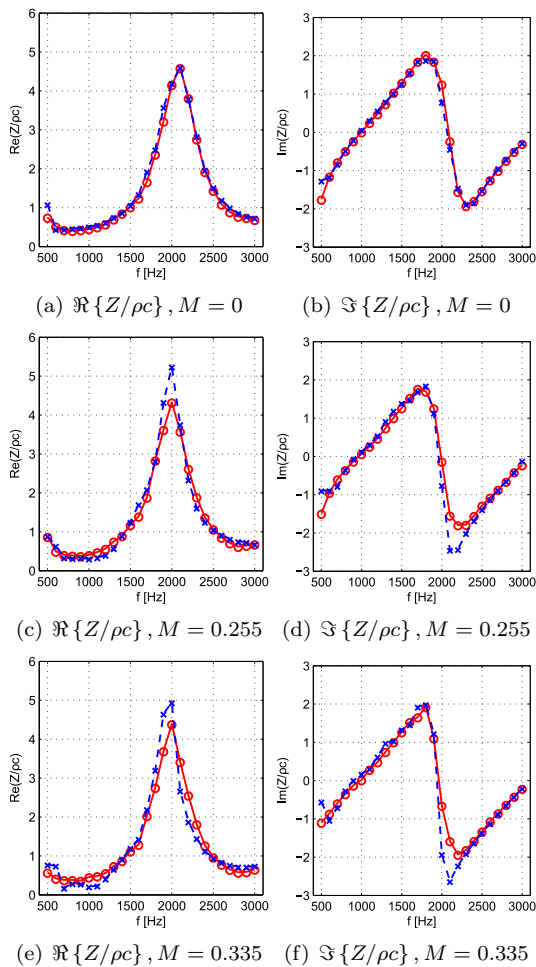


Abbildung 2: Validierung mit Benchmarkdaten [5], \circ - \circ PBS-RK, $- * - *$ NASA Q3D-FEM.

Zusammenfassung

Die vorgestellte Methode erlaubt es, auf einfachem Wege die Impedanz von Absorberabschnitten in rechteckigen Strömungskanälen zu bestimmen. Sie wurde mit Benchmarkdaten validiert. Es ist weiterhin möglich, beliebige Strömungsprofile zu überlagern und den Einfluss von Machzahl und Grenzschicht auf die Dämpfung zu quantifizieren [10].

Danksagung

Diese Arbeit wurde durch die DFG im Projekt UNLIMITED (TH288/35-1) gefördert. Die Validierungsdaten wurden über Christoph Richter und Junis Abdel Hay von Michael Jones (NASA) zur Verfügung gestellt.

Literatur

- [1] Busse, S.; Richter, C.; Heuwinkel, C.; Enghardt, L.; Röhle, I.; Michel, U.; Thiele, F.; Ferrante, P. and Scofano, A.: Impedance Deduction Based on Insertion Loss Measurements of Liners under Grazing Flow Conditions. In: 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf., AIAA 2008-3014, Vancouver, Mai 2008.
- [2] Enghardt, L.; Tapken, U.; Kornow, O.; Kennepohl, F.: Acoustic Mode Decomposition of Compressor Noise under Consideration of Radial Flow Profiles. In: 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf., AIAA 2005-2833, Monterey, Mai 2005.
- [3] Ingard, U.: Influence of fluid motion past a plane boundary on sound reflection, absorption, and transmission. JASA (31) 1959, S. 1035-1036.
- [4] Jones, M. G.; Watson, W. R.; Tracy, M. B.; Parrott, T. L.: Comparison of two waveguide methods for educing liner impedance in grazing flow. AIAA Journal, (2) 2004, S. 232-240.
- [5] Jones, M. G.; Watson, W. R.; Parrott, T. L.: Benchmark Data for Evaluation of Aeroacoustic Propagation Codes with Grazing Flow. In: 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf., AIAA 2005-2853, Monterey, Mai 2005.
- [6] Jones, M.; Watson, W.; Nark, D.: Effects of Flow Profile on Educued Acoustic Liner Impedance. In: 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf., AIAA 2010-3763, Stockholm, Juni 2010.
- [7] Mungur, P.; Gladwell, G. M. L.: Acoustic wave propagation in a sheared fluid contained in a duct. JSV (9) 1969, S. 28-48.
- [8] Pridmore-Brown, D. C.: Sound Propagation in a Fluid Flowing through an Attenuating Duct. JASA, (30) 1958, S. 670-670.
- [9] Myers, M. K.: On the acoustic boundary condition in the presence of flow. JSV, (71) 1980, S. 429-434.
- [10] Schulz, A.: Einfluss des Strömungsprofils auf die Impedanzbestimmung von akustisch dämpfenden Wandauskleidungen, Diplomarbeit, TU Berlin, 2011.