

## Einfluss von Geometrievariationen auf die Impedanz von Blasinstrumenten

Johannes Baumgart und Timo Grothe

Institut für Luft- und Raumfahrttechnik, Technische Universität Dresden, 01062 Dresden

E-Mail: johannes.baumgart@tu-dresden.de

### Einleitung

Das menschliche Gehör ist in der Lage kleinste Frequenzmodulation von unter einem Prozent eines Sinustones wahrzunehmen. Bei mehreren gleichzeitig gespielten Tönen ist die Empfindlichkeit noch höher. Der harmonisch gestimmte Dreiklang lässt sich deutlich vom gleichstufig gestimmten unterscheiden, obwohl der Unterschied in den gespielten Grundfrequenzen unter 14 Cent liegt. Der Spieler eines Blasinstrumentes ist in der Lage die gespielte Tonhöhe mithilfe des Ansatzes oder Hilfsgriffen zu korrigieren. Dies ist jedoch nur in begrenztem Umfang möglich. Das Blasinstrument an sich sollte bereits auf der gewünschten Tonhöhe spielen. Dies ist unter anderem durch eine Anpassung des Querschnittsverlaufs realisierbar.

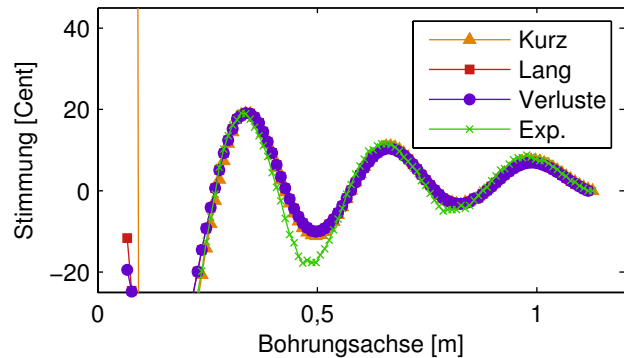
Die Impedanz beschreibt das Verhältnis von Kraft zur Geschwindigkeit über die Frequenz an einem festen Ort in einer Richtung. Beim Fagott sind die Impedanzmaxima entscheidend für die gespielte Tonhöhe. Im folgenden wird untersucht, inwiefern diese sich verändern, wenn lokal der Querschnittsverlauf des Resonators modifiziert wird. Hierzu wird ein Probekörper an verschiedene Positionen im Resonator gebracht. Der Resonator ist kegelstumpfförmig mit Abmessungen ähnlich einem Fagott mit einem Eintrittsradius von 2,1 mm und einen Austrittsradius von 10,1 mm bei einer Länge von 1,159 m (S-Bogen, Flügel und flügelseitiger Stiefel). 827 mm vom Eintritt entfernt befindet sich ein Tonloch mit einem Radius von 2,5 mm und einer Länge von 32 mm. Der eingebrachte Probekörper hat einen Radius von 2,5 mm und eine Länge von 40 mm. Dieser ist zum einen als Vollzylinder ausgeführt (PVC) und zum anderen als dünnwandiges Rohr (Trinkhalm aus Kunststoff) um den Effekt der Volumenänderung gegenüber der Oberflächenvergrößerung zu untersuchen. Alle Experimente und Berechnungen sind mit Luft bei 22 °C durchgeführt.

### Impedanzmessung und -rechnung

Im Experiment wurde der konische Resonator senkrecht montiert und der Probekörper an einem dünnen GFK-Stab befestigt von der größeren Öffnung her eingeschoben. An der kleineren Öffnung war ein Impedanzmesskopf (BIAS, Acoustic Research Team, Wien, Österreich) mithilfe eines Adapters angeschlossen. Aus den Messergebnissen wurde dieser Adapter numerisch eliminiert [5].

Die Berechnung der Impedanz erfolgt mit Hilfe der Transmission-Line-Method [3, 6, 7] unter den Annahmen, dass Quermoden keinen Einfluss haben, keine Turbulenz auftritt und eine vereinfachte Beschreibung des thermischen und dynamischen Verhaltens der Luft möglich ist.

Von den gemessenen und gerechneten Impedanzverläufen interessieren hier die Veränderungen der Resonanzfrequenzen



**Abbildung 1:** Stimmung der 4. Mode des Resonators ( $f = 524,5$  Hz) in Abhängigkeit der Position des Probekörpers gemessen vom Eintritt. Berechnete Stimmung mit kurzer (Kurz) und langer Geometrie (Lang), sowie mit zusätzlichen Verlusten (Verluste). Zum Vergleich experimentelle Daten (Exp.).

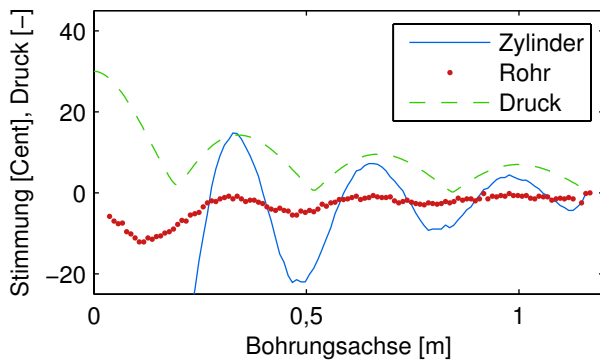
infolge der lokalen Störung. In Abbildung 1 ist die Frequenzabweichung der Impedanzmaxima in Abhängigkeit vom Ort der Störung für die 4. Mode bei 524,5 Hz dargestellt. Die Modellierung des Probekörpers erfolgte durch eine Einschnürung der Bohrung gemäss des Probekörpervolumens. Ein allmählicher Durchmesserübergang wurde kurze konische Übergangselemente mit einer Länge von 17 mm umgesetzt. Für die Einschnürung wurden zwei volumengleiche Varianten unterschiedlicher Länge (*Kurz*:  $3 \times 17$  mm und *Lang*:  $17 + 40 + 17$  mm) gerechnet. In einer dritten Rechnung (*Verluste*) wurden die zusätzlichen Verluste durch die örtlich vergrößerte Oberfläche durch eine entsprechende Skalierung von Viskosität und Wärmeleitfähigkeit berücksichtigt. Alle drei Varianten führen zu sehr vergleichbaren Ergebnissen und stimmen gut mit den experimentellen Beobachtungen überein.

### Vergleich mit Druckverlauf

Der Betrag des Druckverlaufes im Resonator entspricht qualitativ der Stimmung, wie in Abbildung 2 dargestellt ist. Der Einfluss durch das verdrängte Volumen, wie im Experiment durch den Vollzylinder realisiert, ist deutlich größer als durch das Röhrchen mit den gleichen Hauptabmessungen. Somit zeigt sich auch hier, wie in Abbildung 1, als Haupteinfluss die Geometrievariation und nicht die erhöhte Reibung durch die vergrößerte Oberfläche.

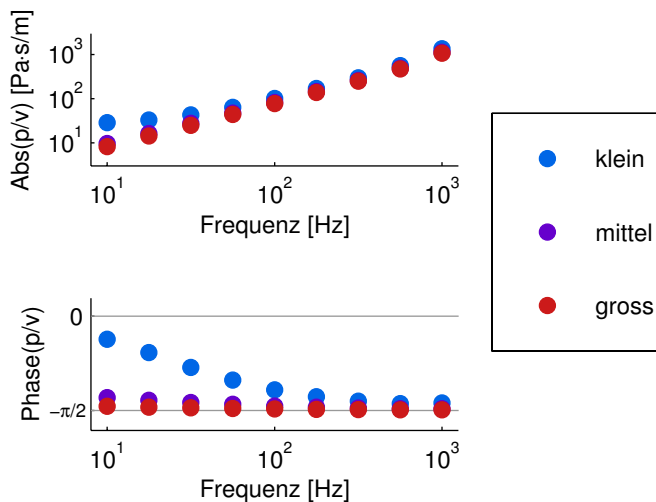
### Räumliches Detailmodell

Um die viskosen Effekte im Bereich des Störkörpers im Detail zu untersuchen, wurde mithilfe eines dreidimensionalen numerischen Modells die Impedanz von einem Zylinder mit einer Länge von 80 mm und einem Radius von 3 mm, 6 mm und 12 mm berechnet, in dessen Mitte der Pro-



**Abbildung 2:** Stimmung der 4. Mode des Resonators ( $f = 524,5$  Hz) in Abhängigkeit der Position des Probekörpers gemessen vom Eintritt. Qualitativer Verlauf des Betrages des Druckes aus der Impedanzrechnung (Druck) und Vergleich der Ergebnisse für Vollzylinder und dünnwandigem Rohr (Rohr) als Probekörper.

bekörper eingebracht ist. Hierzu wurde im Gebiet das viskoakustische Feldproblem mit der Finite-Elemente-Methode gelöst [1]. An den Stirnflächen wurde die analytische Lösung



**Abbildung 3:** Impedanz eines zylindrischen Rohres mit einer Länge von 80 mm und einem Radius von 3 mm (klein), 6 mm (mittel) und 12 mm (gross). Der Probekörper ist ein Vollzylinder mit einem Radius von 2,5 mm und einer Länge von 40 mm und befindet sich in der Mitte. An den beiden Enden ist eine gleichphasige Bewegung vorgegeben.

für eine oszillierende Rohrströmung vorgegeben. Bewegungen sich die beiden Stirnflächen gleichphasig entspricht das Bewegungsfeld der Situation an einem Druckknoten. Dabei dominieren Trägheitskräfte, wie in Abbildung 3 zu sehen ist. Nur bei engen Spalten und niedrigen Frequenzen werden viskose Kräfte dominant und der Phasenwinkel der Impedanz ist nahe Null. Die Amplitude nimmt proportional zur Frequenz zu und charakterisiert so ebenfalls den Haupteinfluss der Trägheitskräfte.

## Zusammenfassung

Die Berechnung der Impedanz und Druckverläufe mit vereinfachten Ansätzen ist adequat, um den Einfluss lokaler Geometrievariationen zu erfassen. Die Darstellung des Druck-

verlaufes hilft Orte zu identifizieren, bei welchen die Resonanzfrequenzen effektiv beeinflusst werden, was bei Intonationskorrekturen an Blasinstrumenten von Bedeutung ist. Bei Verjüngung an einem Druckbauch erhöht sich die zugehörige Frequenz und am Druckknoten verringert sie sich wie von Benade beschrieben [2]. Darüber hinaus zeigen unsere Untersuchungen, dass die viskosen Kräfte hierbei eine untergeordnete Rolle spielen. Nur in sehr engen Spalten werden sie ausreichend groß um die Strömung zu verzögern und die Stimmung zu beeinflussen [4].

## Danksagung

Diese Arbeit entstand im Rahmen des Projekts KF2229603, welches vom Bundeswirtschaftsministerium durch die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF) "Otto von Guericke" e.V. gefördert wird.

## Literatur

- [1] J. Baumgart. *The Hair Bundle: Fluid-Structure Interaction in the Inner Ear*. PhD thesis, Technische Universität Dresden, 2010.
- [2] A. Benade. *Fundamentals of Musical Acoustics*. Dover Publications, Inc., New York, 1990.
- [3] J.P. Dalmont, C. Nederveen, and N. Joly. Radiation impedance of tubes with different flanges: Numerical and experimental investigations. *Journal of Sound and Vibration*, 244(3):505 – 534, 2001.
- [4] H. Helmholtz. Ueber den einfluss der reibung in der luft auf die schallbewegung. *Verhandlungen des naturhistorisch-medizinischen Vereins zu Heidelberg*, 3:16–20, 1863. Reprinted in, *Wissenschaftliche Abhandlungen 1* (1882), pp. 383–387 Barth Leipzig.
- [5] W. Kausel and H. Kühnelt. A practical way to measure intonation quality of woodwind instruments using standard equipment without custom made adapters. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5):3015–3015, 2008.
- [6] Y. Kulik. Transfer matrix of conical waveguides with any geometric parameters for increased precision in computer modeling. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(5):EL179–EL184, 2007.
- [7] C.J. Nederveen, J.K.M. Jansen, and R.R. van Hassel. Correction for woodwind tone-hole calculation. *Acta Acustica united with Acustica*, 84(5):957–966, 1998.