

Strukturdynamisches und akustisches Modell für das Eisenbahngleis

C. Marter¹, C. Klotz², M. Beitelschmidt², M. Ochmann³

¹ Diplomand TU-Dresden marter.carsten@web.de

² TU-Dresden, Professur für Fahrzeugmodellierung und -Simulation

³ Beuth Hochschule für Technik Projektgruppe Computational Acoustics

Einleitung

Für verschieden Anwendungen sind unterschiedliche Modelle des Eisenbahngleises erforderlich. Das vorgestellte Modell arbeitet im Frequenzbereich und hat als Ergebnisse die Eingangsnachgiebigkeit (Rezeptanz) im Kontakt zwischen Rad und Schiene und die Schallabstrahlung derselben. Dabei werden Schiene und Schwellen als dreidimensionale Strukturen mittels finiter Elemente modelliert und die Unendlichkeit der Schiene erfasst. Es soll der Gleisanteil des Rollgeräuschs simuliert werden.

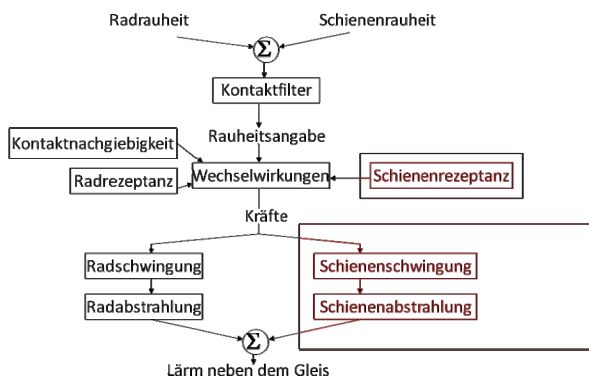


Abbildung 1: Rollgeräuschberechnung nach [1], mit dem hier behandeltem Bereich rot eingefasst.

Dazu wird die Transfermatrizenmethode verwendet, die eine Beschreibung der Struktur durch einen sich periodisch wiederholenden Abschnitt ermöglicht. Auf die dabei auftretenden numerischen Probleme und deren Behandlung wird ebenfalls eingegangen.

Als Nachlaufrechnung wird die Schallemission der Schiene mit der Randelemente Methode simuliert.

Erstellen des FE-Modells

- Systemmatrizen für einen Abschnitt

Berechnung mit MATLAB

- Frequenzgang der Rezeptanz
- Ergebnisse der Oberflächenschnelle

BEM

- Berechnen des akustischen Feldes

Abbildung 2: Verdeutlichung des Ablaufs der Simulation.

Als Modell für das Gleis werden Schwellen und Schiene mit finiten Elementen beschrieben. Der Untergrund wird als starr

angesehen und die Kopplung zwischen Schiene und Schwelle sowie zwischen Schwelle und Untergrund werden als lineare Feder-Dämpfer-Elemente für alle sechs Freiheitsgrade approximiert. Aus Symmetriegründen reicht die Betrachtung des halben Gleises.

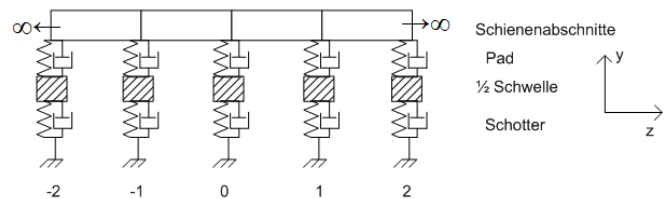


Abbildung 3: Darstellung der einzelnen Modellabschnitte.

Strukturdynamik

Ausgangspunkt ist die dynamische Steifigkeitsmatrix eines sich periodisch wiederholenden Abschnitts (siehe Abb 3).

Kondensation auf die Ränder

Aus einem Fe-Programm wird für einen Abschnitt die dynamische Steifigkeitsmatrix S_{dyn} gewonnen. Sie setzt sich aus der Steifigkeitsmatrix K , der Massenmatrix M und der Dämpfungsmatrix D zusammen und gilt für eine Kreisfrequenz ω . Die imaginäre Einheit ist i .

$$S_{dyn} = [K + \omega i D - \omega^2 M] \quad (1)$$

Nach einer Unterteilung in Mittenknoten mit Index M und Anschlussknoten mit Index A , kann das Elastizitätsgesetz

$$\begin{bmatrix} S_{AA} & S_{AM} \\ S_{MA} & S_{MM} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

mit der Kondensationsbeziehung

$$\begin{pmatrix} u_A \\ u_M \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ -S_{MM}^{-1} S_{MA} \end{bmatrix} (u_A) \quad (3)$$

als reduziertes Gleichungssystem mit Index D geschrieben werden. Es erfolgt eine Unterteilung in rechte Randknoten Index R und linke Randknoten L .

$$\begin{bmatrix} S_{D,LL} & S_{D,LR} \\ S_{D,RL} & S_{D,RR} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ u_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_L \\ f_R \end{pmatrix} \quad (4)$$

Transfermatrix

Die Transfermatrix stellt eine Beziehung zwischen der Kraft und Verschiebungsgrößen am linken zum rechten Rand dar. Dazu wird (4) umgestellt.

$$\begin{bmatrix} S_{D,LR}^{-1} S_{D,LL} & S_{D,LR}^{-1} \\ S_{D,RL} - S_{D,RR} S_{D,LR}^{-1} S_{D,LL} & S_{D,RR} S_{D,LR}^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ f_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_R \\ f_R \end{pmatrix} \quad (5)$$

Nach [2] wird eine Modalzerlegung der Matrix aus (5) vorgenommen. Mit der Modalmatrix Φ wird (5) transformiert.

$$q_R = \Lambda q_L \quad (6)$$

Wobei q die Amplituden der einzelnen Modalkomponenten sind und Λ die Diagonalmatrix der Eigenwerte ist. Die Eigenwerte haben die Eigenschaft in Paaren aufzutreten. Zu jedem Eigenwert gibt es einen Partner, der betragsmäßig den Kehrwert bildet. Überlegt man nun eine Übertragung in die Unendlichkeit nach rechts, also $q_R = \Lambda^\infty q_L$ dürfen nur Eigenwerte mit dem Betrag kleiner eins übertragen werden, um ein Abklingen zu gewährleisten. Für die Übertragung nach links ergibt sich für Λ^{-1} Analoges. Daraus ergeben sich zwei reduzierte Gleichungssysteme für die Übertragung nach links und rechts. Die Verbindung der beiden Gleichungssysteme erfolgt durch Betrachtung der Kräftebilanz und der Kontinuitätsbeziehung am Kontaktquerschnitt.

$$\begin{bmatrix} -\Phi_L & \Phi_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_L \\ q_R \end{bmatrix} = p \quad (7)$$

Dabei ist die Kraftkomponente von p gleich dem eingeleiteten Kraftvektor und die Verschiebungskomponente gleich null. Durch Lösung des Gleichungssystems (7) für jede Frequenz mit einer Einheitskraft für p erhält man nach der Rücktransformation das Schwingverhalten des Gleises.

Als problematisch erweist sich das Eigenwertproblem für (5). Neben dem Auftreten der Inversen einer Submatrix ist die Eigenschaft der Eigenwertpaare für eine schlechte Kondition der Matrix verantwortlich. Bei einem größten Eigenwert von $\lambda_{max} = 10^{15}$ ist der kleinste 10^{-15} und damit die Kondition 10^{30} . Eine Lösung von (5) die auf der Darstellung nur durch Verschiebungen beruht und durch transponieren und Addition ein Eigenwertproblem der Form

$$\begin{bmatrix} S_{LR} - S_{RI} & -S_{LL} - S_{RR} \\ S_{LL} + S_{RR} & S_{LR} - S_{RL} \end{bmatrix} w^* = \mu \begin{bmatrix} 0 & S_{LR} \\ -S_{RL} & 0 \end{bmatrix} w^* \quad (8)$$

erzeugt, wird in [3] angegeben. Dabei ist $\mu = \lambda + 1/\lambda$. Damit ist die Kondition des Eigenwertproblems dramatisch verbessert und die Eigenwerte und $-$ Vektoren können aus den μ und w^* gewonnen werden.

Akustisches Berechnung

Nachdem (7) unter Zuhilfenahme von (8) gelöst ist ergibt sich die Verschiebung u z.B. aus

$$\begin{pmatrix} u_L \\ f_L \end{pmatrix} = q_L \Phi_L \quad (9)$$

Mit (5) können die Verschiebungen für jeden Abschnittsrand berechnet werden und mit (3) auch die Verschiebungen im Inneren jeden Abschnitts. Als Randbedingungen wird die zeitliche Ableitung der Verschiebungen für einen Abschnitt an ein BEM Programm übergeben. Für den Abschnitt an dem die Kraft angreift, wird das Problem wie oben beschrieben gelöst. Für weiter entfernte Abschnitte reicht die Betrachtung der Modalkomponenten, die eine relevante Fortpflanzung aufweisen. Die Fortsetzungskonstanten sind

die Eigenwerte und entsprechen den Track Decay rates der einzelnen Wellenformen. Es ergibt sich die Schnelle für einen Abschnitt n Abschnitte von der Erregungsstelle entfernt für eine modale Verschiebungskomponente ϕ_j :

$$u_{n,j} = T q_j \lambda_j^n \begin{bmatrix} \phi_j \\ \lambda_j \phi_j \end{bmatrix} \quad (10)$$

Die Matrix T leistet nach (3) die Rückkondensation.

Ergebnisse

Abb. 4 zeigt den vertikalen Rezeptanzgang. Die ersten beiden Maxima treten auch bei kontinuierlichen Gleismodellen auf. Die Antiresonanz zwischen dem zweiten und dritten Maximum ist ein Resultat der elastischen Modellierung der Schwellen. Die dritte Resonanz ist eine Folge der pinned-pinned Mode, die nur bei diskreter Lagerung auftritt.

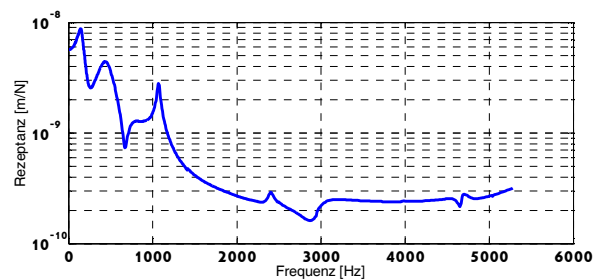


Abbildung 4: Rezeptanzgang bei vertikaler Anregung.

In Abb. 5 ist die Schallleistung eines Schienenstrangs für die vertikale Anregung angegeben. Das Maximum resultiert aus der pinned-pinned Mode.

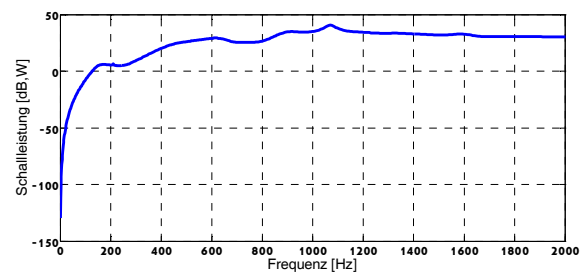


Abbildung 5: Schallleistung bei vertikaler Anregung.

Literatur

- [1] Thompson, D.J.: Wheel-Rail Noise generation part I-V. Journal of Sound and Vibration 161(3), 421-446, 1993
- [2] Ripke, B.: Hochfrequente Gleismodellierung und Simulation der Fahrzeug-Gleis-Dynamik unter Verwendung einer nichtlinearen Kontaktmechanik. VDI-Fortschrittsberichte Reihe 11 Nr. 155, 1995
- [3] Zong, W.; Williams, F.: ON THE DIRECT SOLUTION OF WAVE PROPAGATION FOR REPETITIVE STRUCTURES. Journal of Sound and Vibration 181(3), 485-501, 1995