

Unsicherheitsfaktoren bei der Bestimmung des Streugrades nach der Hallraummethode

Markus Müller-Trapet¹, Michael Vorländer¹

¹ Institut für Technische Akustik, RWTH Aachen, 52066 Aachen, Deutschland, Email: mmt@akustik.rwth-aachen.de

Einleitung

Wie in ISO 17497-1 beschrieben, sind zur Bestimmung des Streugrades im Hallraum vier Messungen von Impulsantworten in unterschiedlichen Konfigurationen nötig, wobei alleine die Anwesenheit und die Drehung des Prüfobjektes variiert werden. Unter Zuhilfenahme von ISO 354 werden dann aus den gemessenen Nachhallzeiten und den zusätzlichen Angaben von Temperatur und relativer Luftfeuchte vier (mittlere) Absorptionsgrade $\bar{\alpha}$ bestimmt, aus denen der Absorptionsgrad des Prüfobjektes α_{sample} und der gesuchte Streugrad des Objektes s berechnet werden. Es muss damit gerechnet werden, dass die messbaren Größen Nachhallzeit, Temperatur und Luftfeuchte nur mit einer endlichen Genauigkeit bestimmt werden können. Besonders im Fall der Nachhallzeit ist eine Schwankung über den örtlichen Messpositionen unvermeidbar. Die Untersuchungen in diesem Paper beschäftigen sich mit der Frage, inwieweit sich diese Unsicherheiten der Eingangsparameter auf das Endergebnis des Streugrades auswirken. Dabei wird mit der Methode der Fehlerfortpflanzung der Einzelbeitrag der Eingangsparameter bestimmt und eine Angabe über die nötige Genauigkeit bei deren Bestimmung gegeben.

Grundlagen

Die vier verschiedenen mittleren Absorptionsgrade $\bar{\alpha}$ werden prinzipiell nach der Sabine'schen Formel ermittelt. In [1] wurde jedoch gezeigt, dass für die Berechnung des Streugrades die Formel von Eyring besser geeignet ist, daher wird für die Untersuchungen in diesem Paper der Absorptionsgrad mit ebendieser berechnet [2]:

$$\bar{\alpha}_i = 1 - e^{-\frac{V}{S} \cdot \left(4m_i - \frac{24 \cdot \log(10)}{c_i \cdot RT_i}\right)}, \quad (1)$$

wobei c die Schallgeschwindigkeit, m der Luftdämpfungsfaktor und RT die Nachhallzeit ist. V und S stehen für das Raumvolumen bzw. die Rauminnenfläche. Aus diesen Absorptionsgraden werden die folgenden Parameter berechnet:

$$\alpha_{\text{sample}} = \frac{S_{\text{room}}}{S_{\text{sample}}} (\bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_1) \quad (2)$$

$$\alpha_{\text{spec}} = \frac{S_{\text{room}}}{S_{\text{sample}}} (\bar{\alpha}_4 - \bar{\alpha}_3) \quad (3)$$

$$s_{\text{baseplate}} = \frac{S_{\text{room}}}{S_{\text{sample}}} (\bar{\alpha}_3 - \bar{\alpha}_1) \quad (4)$$

$$s = 1 - \frac{1 - \alpha_{\text{spec}}}{1 - \alpha_{\text{sample}}}. \quad (5)$$

Wendet man die Methode der Gauß'schen Fehlerrechnung für zufällige Messfehler auf Gl. (5) an, so erhält

man eine Gleichung für die zu erwartende Unsicherheit des Streugrades u_s für eine gegebene Unsicherheit u_x eines Eingangsparameters [3]:

$$u_s = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial s}{\partial \bar{\alpha}_i} \cdot \frac{\partial \bar{\alpha}_i}{\partial x} \cdot u_{x_i} \right)^2}. \quad (6)$$

Die Unsicherheit $u = \sigma/\sqrt{N}$ ist mit der Standardabweichung σ über die Anzahl N der Messungen verbunden.

Vereinfachend, und realistisch zugleich, wird hier für die verschiedenen Messsituationen die gleiche Messunsicherheit angenommen, so dass $u_{x_i} = u_x$. Die Empfindlichkeit gegenüber Schwankungen der Eingangsparameter kann man nun wie folgt definieren:

$$\xi = \sqrt{\sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial s}{\partial \bar{\alpha}_i} \cdot \frac{\partial \bar{\alpha}_i}{\partial x} \right)^2}. \quad (7)$$

Die einzelnen Summenterme werden in [3] als 'sensitivity coefficients' bezeichnet. Aus Platzgründen werden die benötigten Ableitungen des Streugrades nach den Absorptionsgraden und die Ableitung der Absorptionsgrade nach den drei Eingangsparametern hier nicht aufgeführt.

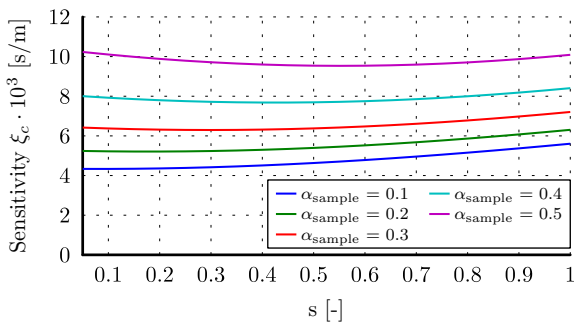
Ergebnisse

Bei ersten Auswertungen stellte sich heraus, dass weder die absoluten Werte von Temperatur und Luftfeuchte noch der Streugrad des Drehtellers einen großen Einfluss auf die Empfindlichkeiten hatten. Da auch gerade diese Parameter im Wertebereich stark eingeschränkt sind, werden für die folgenden Ergebnisse übliche Werte angenommen: die Temperatur wird zu 19°C , die relative Luftfeuchte zu 40% und $s_{\text{baseplate}}$ zu 0,1 angenommen.

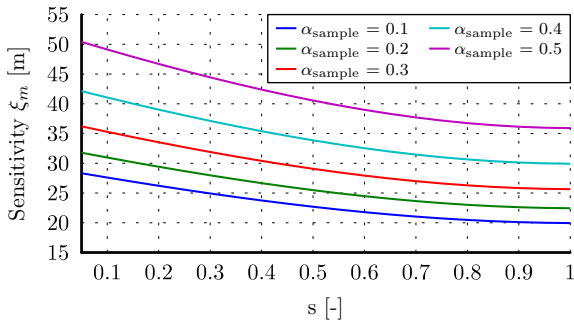
Im Folgenden werden die Empfindlichkeiten nach Gl. 7 in Abhängigkeit der Parameter aus Gl. 2–5 untersucht. Dabei werden für ein gegebenes Werte-Paar aus $[\alpha_s, s_{\text{baseplate}}, s]$ mittels Umstellung von Gl. 2–5 zunächst die Werte von $\bar{\alpha}_i$ und mithilfe von Gl. 1 dann die Werte von RT_i bestimmt, welche für die Berechnung der partiellen Ableitungen benötigt werden.

In Abb. 1 sind die Empfindlichkeiten für Schwankungen der drei Eingangsparameter in Abhängigkeit vom Streugrad für verschiedene Werte des Absorptionsgrades des Samples zu sehen.

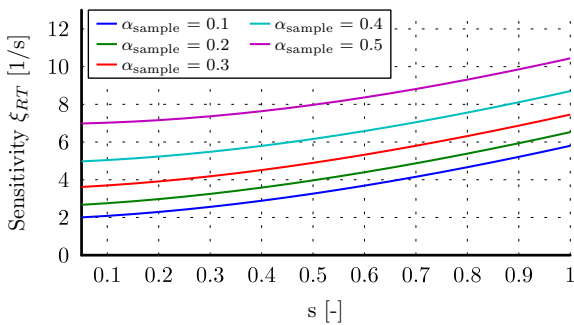
Es ist zu erkennen, dass für jeden der drei Eingangsparameter der Absorptionsgrad des Samples ein wichtiger Faktor ist, da die Anfälligkeit für Fehler proportional zu α_{sample} steigt. Dies unterstützt die Forderung



(a) Eingangparameter Schallgeschwindigkeit c



(b) Eingangparameter Luftabsorptionsfaktor m



(c) Eingangparameter Nachhallzeit RT

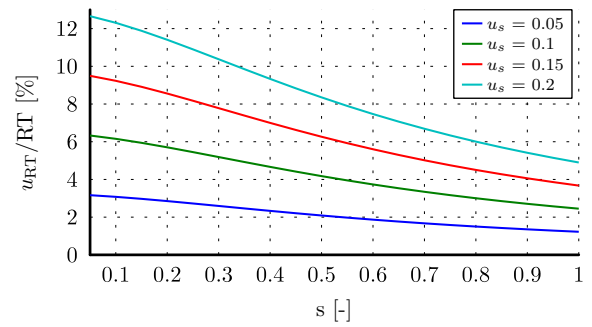
Abbildung 1: Empfindlichkeit des Streugrades gegenüber Schwankungen der Eingangsparameter für verschiedene Absorptionsgrade des Samples

in ISO17497-1 nach einem möglichst geringen Sample-Absorptionsgrad. Weiterhin ist zu sehen, dass besonders für die Nachhallzeit die Empfindlichkeit für Fehler mit dem Streugrad steigt. Für die Schallgeschwindigkeit ist die Empfindlichkeit beinahe konstant und für den Luftabsorptionsfaktor sinkt sie bei höheren Streugraden.

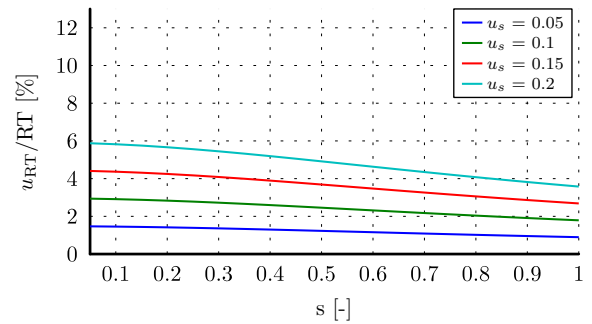
Als Anwendung der bisher dargestellten Ergebnisse kann man den Ansatz nutzen, um eine Grenze für die zulässige Unsicherheit der Eingangsparameter bei einer gegebenen Unsicherheit des Streugrades anzugeben. Dafür kann Gl. 6 mithilfe von Gl. 7 nach u_x umgestellt werden:

$$u_x = \frac{u_s}{\xi}. \quad (8)$$

In Abb. 2 sind beispielhaft für verschiedene Werte der Unsicherheit des Streugrades die dafür maximal zulässigen relativen Unsicherheiten der Nachhallzeit aufgetragen.



(a) $\alpha_{\text{sample}} = 0.1$



(b) $\alpha_{\text{sample}} = 0.4$

Abbildung 2: Zulässige relative Unsicherheit der Nachhallzeit bei gegebener Unsicherheit des Streugrades

Besonders für hohe Absorptionsgrade des Samples ist für eine geringe Unsicherheit eine sehr genaue Kenntnis der Nachhallzeit notwendig. Dabei ist die Unsicherheit in diesem Fall zum Einen durch die Anzahl der räumlichen Messpositionen als auch durch die Abweichung der Nachhallzeit über dem Ort bestimmt. Da letztere für einen gegebenen Raum nicht zu ändern ist [4, 5], bedeutet dies, dass für eine bestimmte Genauigkeitsanforderung eine Anzahl von Messpositionen bestimmt werden muss.

Für die Eingangsparameter Schallgeschwindigkeit und Luftabsorptionsfaktor liegen die Anforderungen an die relative Unsicherheit auf ähnlichem Niveau, jedoch ist die Bestimmung dieser Parameter meist mit weit höherer Genauigkeit möglich, weshalb hier nur auf die Nachhallzeit als den wichtigsten Parameter eingegangen wurde.

Literatur

- [1] Müller-Trapet, M. und Vorländer, M., Einfluss der Sabine'schen Näherungsformel für den Absorptionsgrad auf die Berechnung des Streugrades. DAGA, 2011.
- [2] Kuttruff H., Room Acoustics, Spon press. 2008.
- [3] Guide to the expression of uncertainty in measurement, JCGM, 2008.
- [4] Davy, J. et al., The variance of decay rates in reverberation rooms. Acustica Vol. 43, pp. 12, 1979.
- [5] Guski, M. et al., Positionsbedingte Unsicherheiten raumakustischer Parameter für gerine Modendichten. DAGA, 2012.