

Dosis-Wirkungs-Beziehung:

mathematische Betrachtungen zu verschiedenen Aus- und Bewertungen

Dirk Windelberg¹, Berthold Vogelsang²

¹ Leibniz Universität Hannover, Institut für Algebra, Zahlentheorie und Diskrete Mathematik, D-30167 Hannover, Email: windelberg@math.uni-hannover.de

² Niedersächsisches Ministerium für Umwelt und Klimaschutz, D-30169 Hannover, Email: Berthold.Vogelsang@mu.niedersachsen.de

Vorbetrachtung

Die Lärmwirkungsforschung sucht ebenso wie die Epidemiologie oft nach einer Beziehung zwischen einer „Dosis“ (Lärm (als ein x -Wert) und einer durch diese Dosis verursachten Lästigkeit oder Krankheit als „Wirkung“ (als ein zugehöriger y -Wert), um daraus einen „Grenzpegel“ $p72$ für eine nicht mehr zumutbare Belastung herzuleiten.

Zunächst wird ein Beispiel konstruiert:

- bei 5 Pegeln von 18, 25, 26, 27 und 32 dB(A) als Dosis fühlt sich kein Betroffener in irgendeiner Form belästigt und klagt kein Betroffener über Herz- oder Kreislaufbeschwerden, während
- bei 7 Pegeln von 40, 42, 48, 51, 52, 65 und 60 dB(A) die Wirkung für jeden Betroffenen als „highly annoyed“ („HA“) empfunden wird.

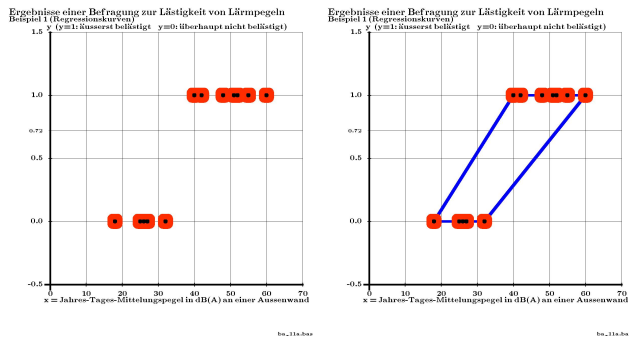


Bild 1: Beispiel einer eindeutigen Zuordnung

Mathematisch wäre jeder Pegel zwischen 32 und 40 dB(A) als Grenzpegel $p72$ zulässig.

Hier wird zunächst die „konvexe Hülle“ um die „Punktwolke“ des linken Bildes gelegt. Diese Hülle beschreibt die gesamte Fläche des Befragung.

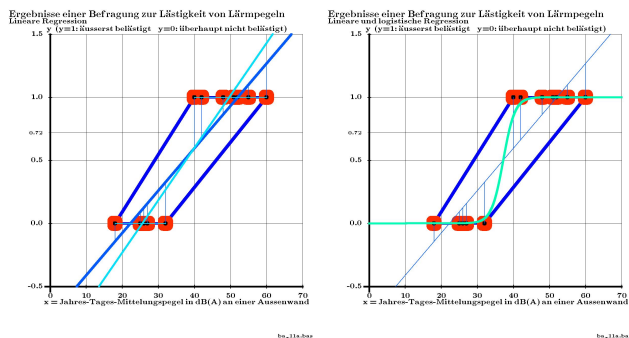


Bild 2: lineare und logistische Regression zu Bild 1
 $p72 = 43.7 \text{ dB(A)}$ $p72 = 38.7 \text{ dB(A)}$
 $mqa = 0.046$ $mqa = 0.0022$

Im Folgenden wird untersucht, ob die hier dargestellte Situation auch durch eine der in der Lärmwirkungsforschung üblicherweise angewandten Kurven „angemessen“ beschrieben werden kann: Als „angemessen“ wird eine Kurve bezeichnet, deren „mittleres Abstandsquadrat mqa in y -Richtung zwischen den Punkten und der Kurve möglichst klein“ ist. Bild 2 zeigt zwei in der Lärmwirkungsforschung „übliche“ Beschreibungen der Punktwolke aus Bild 1 durch Kurven, die sich aus einer linearen oder logistischen Regression ergeben: Es ist beachtenswert, dass bei der linearen Regression der Grenzpegel $p72$ nicht innerhalb des Intervalles $[32, 40]$ liegt.

Neben diesen beiden Kurven gibt es beliebig viele weitere Kurven, deren mittleres Abstandsquadrat mqa „sehr klein“ ist: So kann zu jedem Grenzpegel $p72$ eine Arcustangenskurve konstruiert werden, dass sie jeden Grenzwert in diesem Intervall annehmen:

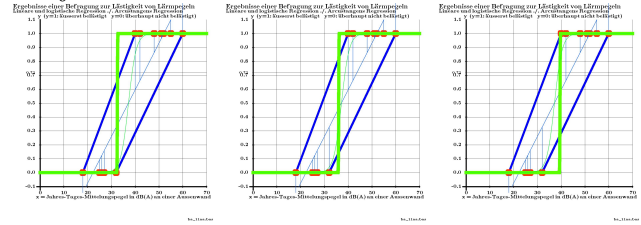


Bild 3: Arcustangens-Kurven zu Bild 1
 $p72 = 32.5$ $p72 = 36$ $p72 = 39.2$
 $mqa = 0.000$ $mqa = 0.000$ $mqa = 0.000$

Eine dieser weiteren Kurven ist die von Miedema bevorzugte Parabel durch den Punkt (42, 0) (Bild 4). Hier läßt sich jedoch nur eine geringe Güte erreichen: $mqa = 0.274$. Spätestens bei dieser Kurve wird deutlich, dass die Bestimmung der Güte durch Abstandsmessung in y -Richtung nicht unbedingt die beste Lösung sein muss.

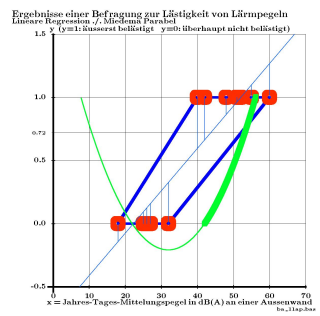


Bild 4: Parabel zu Bild 1
 $p72 = 53.0$, $mqa = 0.274$

Messwerte und ihre Mittelwerte

Die Dosis wird als Mittelung über sämtliche Nacht-Vorbeifahrten eines Jahres zu einer „typischen Nacht“ konstruiert, während die Wirkung meist durch Befragung nach einer oder wenigen Nächten erfasst wird.

Daraus entsteht meist eine „Punktwolke“, wenn verschiedene Menschen zu ihrer (Dosis, Wirkung)-Beziehung gefragt werden.

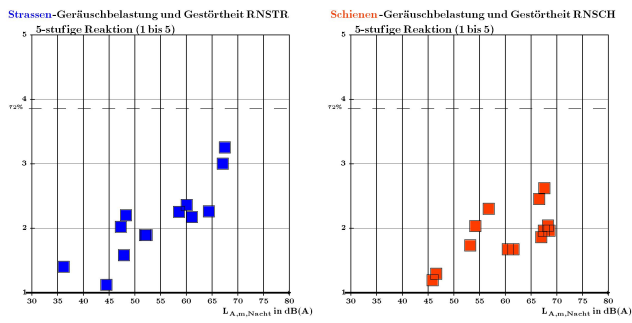


Bild 5: Interdisziplinäre Feldstudie II („IF-Studie“) StraÙe + Schiene, Nacht-Mittelungspegel

Am Beispiel der IF-Studie wird hier untersucht, wie stark die Interpretation von der Auswahl der mathematischen Beschreibung einer Punktwolke von Mittelwerten bzw. Messdaten abhängt. - Hier wird die Wirkung durch Zahlen zwischen 1 und 5 beschrieben und eine Grenze „HA“ („highly annoyed“) durch 72 % (also bei $y = 3.88$) festgelegt - diese Grenze wurde in der Vorbetrachtung durch den Grenzpegel $p72$ angegeben.

Auswertungen der Mittelwerte

Wenn die beiden Punktwolken aus Bild 5 nicht durch ihre Koordinaten, sondern durch in der „Vorbetrachtung“ beschriebene Kurven beschrieben werden sollen, um zu (fast) jeder Dosis die zugehörige Wirkung bestimmen zu können, so ergeben sich sehr unterschiedliche Grenzpegel $p72$. - Gibt es eine „angemessene“ Kurvenbeschreibung, oder ist es unmöglich, eine solche Kurve zur Beschreibung der Mittelwerte zu finden - so dass nur die konvexe Hülle bleibt?

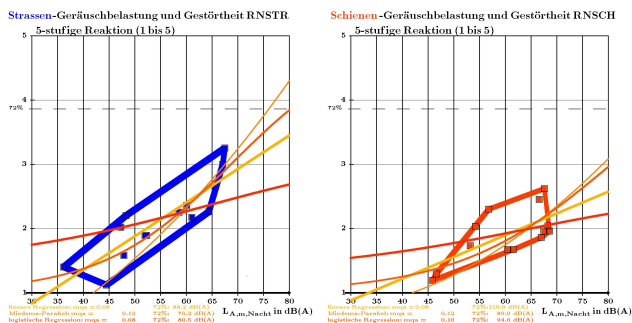


Bild 6: Beschreibungen der Punktwolken aus Bild 5

Aus der konvexen Hülle in Bild 6 ist bereits erkennbar, dass die 13 Punkte beim Straßenverkehrslärm oberhalb von 65 dB(A) sehr weit auseinanderliegen. - Ein „Vertrauensbereich“, der in diesem Bild einen Datensatz von den „wesentlichen 95%“ beschreibt, ist jedoch nicht erkennbar und kann in diesem Bild nicht sinnvoll definiert werden. Es sind in diesem Bild zusätzlich die lineare und die logistische Kurve sowie die Arcustangenskurve eingetragen: Die Dosis HA wird jedoch bei den drei Kurven bei sehr unterschiedlichen Grenzpegeln $p72$ erreicht: z.B. beim Straßenverkehr bei 88.2 dB(A) für die Gerade der linearen Regression, bei 97.0 dB(A) für die logistische Kurve, und oberhalb von 120 dB(A) für die Arcustangenskurve. Hier zeigt

sich, dass bei der logistischen Kurve der Wendepunkt unabhängig von den realen Messdaten bei $y = 3$ liegt, während eine Arcustangens-Regression den Wendepunkt (64.4, 2.36) liefert.

Rekonstruktion der Messdaten

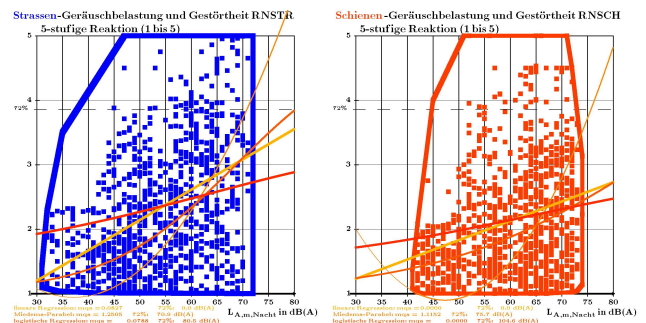


Bild 7: sämtliche Messdaten zu den Mittelwerten aus Bild 5 (mit ihren Beschreibungen)

In Bild 7 wurden die in der IF-Studie angegebenen Informationen genutzt, um die Punktwolke der Messwerte zu rekonstruieren: Kann die konvexe Hülle einen Bereich erkennen lassen, in dem 95% aller Messdaten liegen?

Es ergaben sich folgende Wendepunkte p_W und Grenzpegel $p72$:

Verfahren	p_W		$p72$	
	$dB(A)$	$dB(A)$	$dB(A)$	$dB(A)$
Mess (Bild 6)	StraÙe		Schiene	
linear	-	87.0	-	87.0
Parabel	-	70.9	-	75.5
logistisch	61.8	71.5	85.6	104.6
ATN:Dosis	62.2	>120	64.8	> 120
ATN: Wirk	2.52		2.22	

Tabelle 1: HA bei rekonstruierten Daten

Die logistische Kurve führt bei den Mittelwerten zu $p72 = 97.0 dB(A)$, aber bei den rekonstruierten Messdaten zu $p72 = 71.5 dB(A)$. Allein dieser Unterschied ist so gross, dass es nicht sinnvoll ist, Mittelwerte anstelle der Messdaten zu verwenden. - Durch die Wahl einer Kurve und die Wahl der Zusammenfassung der Messdaten lässt sich daher (fast) jedes Ergebnis für einen Vergleich erzielen.

Vergleich StraÙe - Schiene

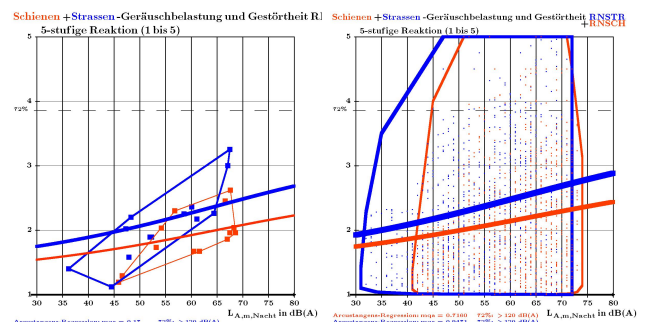


Bild 7: IF-Studie RNSTR ./ RNSCH konvexe Hülle und Arcustangens

Ein Vergleich der logistischen Kurve oder der Messdaten würde je nach Wahl des Auswerteverfahrens zu einem Schienenbonus oder einem Schienenmalus führen.