

Berücksichtigung der Quellenrichtcharakteristik bei der *in-situ* Messung von Absorptionsgraden

Markus Müller-Trapet¹, Michael Vorländer¹

¹ Institut für Technische Akustik, RWTH Aachen, Kopernikusstr. 5, 52074 Aachen, Deutschland
Email: mmt@akustik.rwth-aachen.de

Einleitung

In Studien zur *in-situ* Messung von Absorptionsgraden, z.B. im Rahmen des QUIESST-Projektes [1], wurde die Richtcharakteristik des Messlautsprechers als wichtige Fehlerquelle bestimmt. Dieser Fehler entstammt der Berechnung des Reflexionsfaktors unter der Annahme von Punktschallquellen (und -empfängern), was in der Praxis natürlich nicht gegeben ist. Das Phänomen tritt immer dann auf, wenn Messungen bei winkligem Schalleinfall und/oder mit mehreren Mikrofonen gleichzeitig durchgeführt werden. In Abbildung 1 ist für solche Fälle der generelle Aufbau gezeigt.

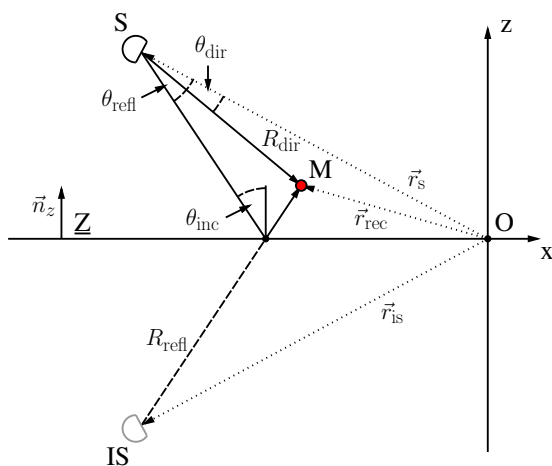


Abbildung 1: Allgemeiner geometrischer Aufbau bei Messungen des Reflexions- bzw. Absorptionsfaktors über einer unendlich ausgedehnten Ebene mit komplexer Impedanz \underline{Z} , mit Quelle S, Spiegelquelle IS und Empfänger M

Für die Berechnung mit Reflexionen von ebenen Wellen kann dann der Schalldruck am Mikrofon p_{ges} mithilfe des komplexen Reflexionsfaktors \underline{R} wie folgt beschrieben werden:

$$p_{\text{ges}} = p_{\text{dir}} + \underline{R} \cdot p_{\text{refl}}, \quad (1)$$

wobei p_{dir} und p_{refl} die Signale des Direktschalls bzw. des reflektierten Schalls beschreiben. Unter der Annahme von Kugelquellen kann der Reflexionsfaktor vereinfachend wie folgt bestimmt werden:

$$\underline{R} = \frac{R_{\text{refl}}}{R_{\text{dir}}} \cdot \left(\frac{p_{\text{ges}}}{p_{\text{dir}}} - 1 \right) \cdot e^{jk(R_{\text{refl}} - R_{\text{dir}})}. \quad (2)$$

Strahlt die Quelle nicht omnidirektional ab, ist diese vereinfachte Berechnung nicht gültig, da wie in Abbildung 1 zu sehen die Winkel zwischen Lautsprecherhauptachse

und Mikrofon (θ_{dir}) bzw. Reflexionspunkt (θ_{refl}) im Allgemeinen unterschiedlich sind. Dadurch entsteht bei der Kompensation des reflektierten Anteils in Gleichung 2 ein systematischer Fehler.

In dieser Arbeit wird daher ein Vorgehen beschrieben, wie die Richtcharakteristik der Quelle in solchen Berechnungen mit geringem mathematischen Aufwand berücksichtigt werden kann. Hierbei werden Anordnungen von Punktschallquellen verwendet, um die Anwendbarkeit bei Modellen, die mit ebensolchen Quellen rechnen, zu gewährleisten.

Synthese von Richtcharakteristiken

Für eine mathematisch einfache Synthese einer richtenden Quelle wird diese durch eine Anordnung von Punktschallquellen mit unterschiedlichen frequenzabhängigen Gewichten repräsentiert. Das Vorgehen ist dabei wie folgt [2]:

1. Messen der realen Quellrichtcharakteristik an M Mikrofonpositionen
2. Festlegen von Anzahl N und Position der Ersatzmonopole
3. Bestimmen der frequenzabhängigen Gewichte für die Ersatzmonopole

Um die Gewichte der Ersatzquellen zu bestimmen wird pro Frequenz folgende Matrix aufgestellt, die die Freifeldübertragungsfunktion zwischen den Quellorten und den Mikrofonpositionen beschreibt:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4\pi r_{1,1}} e^{-jkr_{1,1}} & \dots & \frac{1}{4\pi r_{N,1}} e^{-jkr_{N,1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{4\pi r_{1,M}} e^{-jkr_{1,M}} & \dots & \frac{1}{4\pi r_{N,M}} e^{-jkr_{N,M}} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Es ist leicht ersichtlich, dass die Multiplikation der Matrix in Gleichung 3 mit dem Vektor von Quellgewichten \mathbf{q} zum Schalldruckvektor \mathbf{p} führt:

$$\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{q} \quad (4)$$

Durch Invertierung der Matrix \mathbf{G} können so aus dem gemessenen Schalldruck \mathbf{p} die Gewichte \mathbf{q} bestimmt werden, was hier mit Tikhonov-Regularisierung durchgeführt wurde:

$$\hat{\mathbf{q}} = \left(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{p}. \quad (5)$$

Analytische Berechnungen

Mit der vorgestellten Methode der Monopolzerlegung kann nun zum Beispiel der Einfluss der Vernachlässigung der Richtcharakteristik bei der Messung des Absorptionsgrades untersucht werden. Beispielhaft wurden dazu breitbandige Impulsantworten einer richtenden Quelle, die 1.2 m über einer Impedanzebene mit frequenzkonstanter Impedanz platziert wurde, berechnet. Die Mikrofone waren dabei auf einer Fläche von $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ auf einer Höhe von 0.1 m über dem Boden angeordnet. Zur Bestimmung des Reflexionsfaktors, mit dem der Absorptionsgrad berechnet wurde, wurde Gleichung 2 – also ohne Berücksichtigung der Richtcharakteristik – benutzt. Das Ergebnis des winkelabhängigen Absorptionsgrades ist in Abbildung 2 für verschiedene Frequenzen dargestellt.

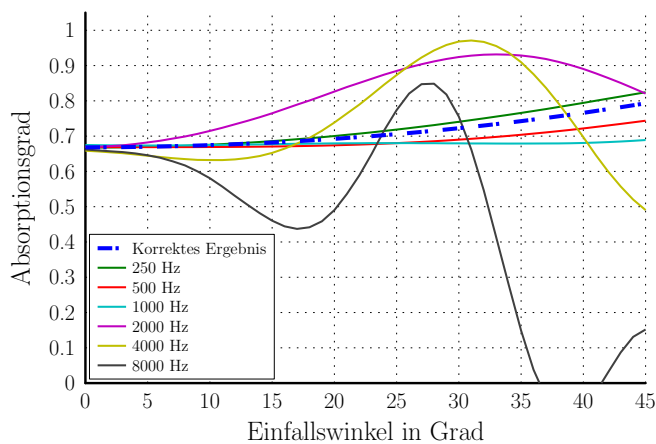


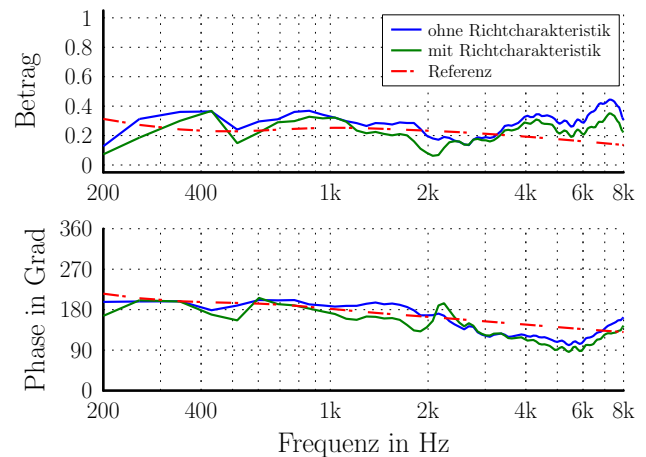
Abbildung 2: Absorptionsgrad als Funktion des Schalleinfallswinkels für verschiedene Frequenzen

Zunächst kann man die Erwartung der korrekten Ergebnisse für normalen Schalleinfall, bei dem sich die Richtwirkung der Quelle nicht bemerkbar macht, bestätigen. Mit steigendem Einfallswinkel zeigen sich immer größere Abweichungen zum korrekten Ergebnis. Für tiefe Frequenzen, bei denen die Richtwirkung der Quelle gering ist, sind diese Abweichungen marginal, ab etwa 1000 Hz aber werden die Abweichungen sehr groß.

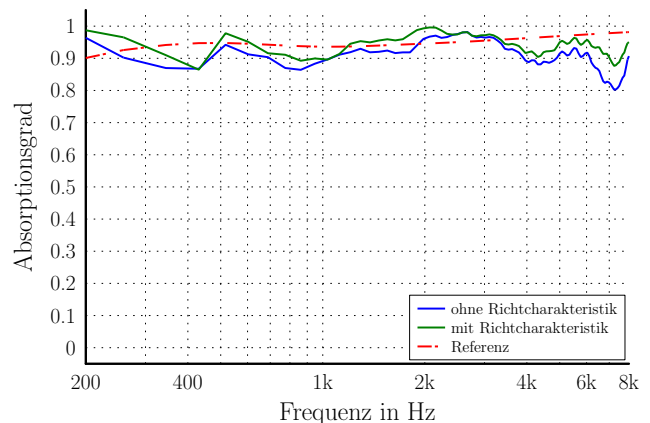
Es zeigt sich, dass die Richtwirkung des Messlautsprechers einen erheblichen Einfluss auf das Ergebnis von Absorptionsgradmessungen haben kann, wobei der Einfluss umso größer ist, je größer der Winkel zwischen Empfänger und Hauptachse des Lautsprechers ist.

Messungen mit einem Mikrofonarray

Zur Verifikation des Verfahrens wurden Reflexionsgradmessungen eines porösen Absorbers mit einem Mikrofonarray [3] jeweils mit und ohne Richtcharakteristik ausgewertet. Der komplexe Reflexionsfaktor und der Absorptionsgrad für einen Schalleinfallswinkel von 65 Grad sind in Abbildung 3 in Abhängigkeit von der Frequenz gezeigt. Zusätzlich sind analytische Daten nach dem Modell von Komatsu [4] als Referenz abgebildet.



(a) komplexer Reflexionsfaktor



(b) Absorptionsgrad

Abbildung 3: Analytische Daten und Messergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der Quellenrichtcharakteristik

In dem hier gezeigten Beispiel ist nur ein sehr schwacher Einfluss der Lautsprecherrichtcharakteristik zu erkennen, wobei bei hohen Frequenzen eine leichte Verbesserung im Vergleich zur Referenz erzielt wird. Dieser geringe Einfluss ist vor allem durch den recht kleinen Raumwinkel zu begründen, der zwischen Quelle, Absorber und Empfängern gespannt wird. Bei Quellpositionen, die näher an den Empfängern bzw. am Messobjekt liegen, wird der Einfluss größer sein.

Literatur

- [1] Gottfried K. Behler et al., Mehrkanalmessungen an Lärmschutzwänden im Rahmen des EU-Projekts QUIESST. In *Fortschritte der Akustik – DAGA 2012*.
- [2] J. Escolano et al., Directive sources in acoustic discrete-time domain simulations based on directivity diagrams. *JASA*, 121(6):EL256–EL262, 2007.
- [3] M. Müller-Trapet und M. Vorländer, In situ measurements of surface reflection properties. ISRA 2013.
- [4] T. Komatsu, Improvement of the Delany-Bazley and Miki models for fibrous sound-absorbing materials. *Acoustical Science and Technology*, 29(2):121–129, 2008.