

Resonanzen und Dämpfungseigenschaften offener Hohlräume

Stefanie Retka¹

¹ Institut für Technische Mechanik, TU Clausthal, 38678 CLZ, Deutschland, Email: stefanie.retka@tu-clausthal.de

Einleitung

Der erste Mode eines Fluids in einem geschlossenem Raum entspricht der Starrkörperbewegung. Erzeugt man nun ein winziges Loch in einer der Wände hat dies einen signifikanten Einfluss auf diesen Mode, welcher von Null sprunghaft ansteigt. Dieser Anstieg ist auch von der Wanddicke des Raumes abhängig. Der genaue Einfluss einer zunehmenden Lochgröße sowie einer veränderlichen Wanddicke auf diese Eigenfrequenz und die Dämpfungseigenschaften des Modes werden präsentiert. Zusätzlich wird der Vergleich zum Helmholtzresonator aufgezeigt und die Schalleistung des Systems sowie der Dämpfungsgrad ermittelt.

Modellaufbau

Für das Modell des Hohlkörpers wird ein dreidimensionaler Körper ohne Symmetrieeigenschaften gewählt, um doppelte Eigenfrequenzen zu vermeiden. An einer Seite des Körpers befindet sich eine kleine kreisförmige Öffnung, siehe Abbildung 1. Sowohl der Radius der

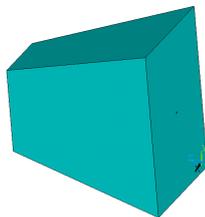


Abbildung 1: Hohlkörper mit Loch.

Öffnung als auch die Wanddicke des Körpers können variiert werden.

FE Formulierung und Diskretisierung

Das hier betrachtete Randwertproblem setzt sich aus der Helmholtzgleichung, der Neumann-Randbedingung am Innenrand sowie der Sommerfeld-Abstrahlbedingung zur Berücksichtigung der Abstrahlung in den Außenraum zusammen. Über die Neumann-Randbedingung wird die der Öffnung gegenüberliegende Seite zu Schwingungen angeregt, während alle verbleibenden Wände als schallhart angesehen werden. Die Sommerfeld-Bedingung garantiert, dass nur nach außen propagierende Wellen im Fernfeld des Körpers existieren [1]. Diese Formulierung führt auf ein quadratisches Eigenwertproblem mit Massen- (\mathbf{M}), Dämpfungs- (\mathbf{D}) und Steifigkeitsmatrix (\mathbf{K}) und kann geschrieben werden als

$$(\mathbf{K} - ik\mathbf{D} - k^2\mathbf{M})\mathbf{p} = \mathbf{b}. \quad (1)$$

Dabei enthalten die Vektoren \mathbf{p} und \mathbf{b} den Druck in den einzelnen Knoten bzw. die Randbedingungen, i ist die

imaginäre Zahl und k die Wellenzahl.

Der Innenraum und das Nahfeld des Körpers werden mit finiten Elementen vernetzt. Hierzu werden Lagrange-Tetraeder-Elemente zweiter Ordnung verwendet. An die finiten Elemente werden infinite Elemente zur Abbildung des Fernfeldes angeschlossen. Als infinite Elemente werden komplex-konjugierte Astley-Leis Elemente gewählt [2, 3]. Abbildung 2 zeigt das mit finiten Elementen vernetzte Modell. Der Hohlkörper selbst stellt dabei den Außenraum dar, während die Luft im Inneren und im Nahfeld um den Körper mit finiten Elementen abgebildet wird.

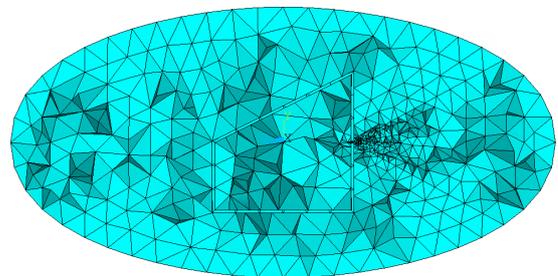


Abbildung 2: FE Modell.

Ergebnisse

Im ersten Teil der Untersuchungen wird der Einfluss der Wanddicke und des Öffnungsradius auf die erste Eigenfrequenz untersucht. Abbildung 3 zeigt den Frequenzverlauf. Während bei einem geschlossenem Hohlkörper

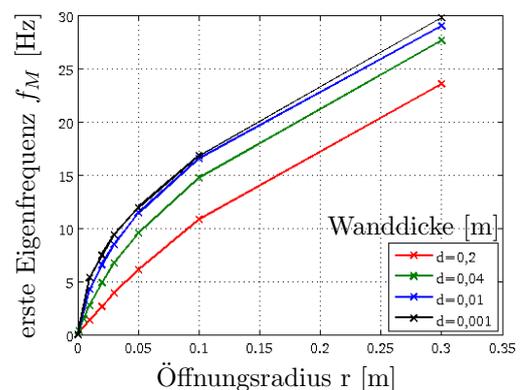


Abbildung 3: Anstieg der Eigenfrequenz in Abhängigkeit von r und d .

die erste Eigenfrequenz der Starrkörperbewegung, $f_M = 0 \text{ Hz}$, entspricht, steigt diese Eigenfrequenz bereits bei einem sehr geringen Öffnungsradius sprunghaft an. Je größer der Radius wird, desto geringer wird der Anstieg der Kurve. Die Untersuchung von vier verschiedenen

Wanddicken zeigt, dass die Eigenfrequenz größer wird, je dünner die Wand ist.

Zusätzlich zur numerischen Modalanalyse wird die Eigenfrequenz des Helmholtz-Resonators analytisch ermittelt

$$f_R = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{V_0(L + 2\Delta L)}}, \quad (2)$$

mit c als Schallgeschwindigkeit, S_0 als Querschnitt des Resonatorhalses, V_0 als eingeschlossenes Volumen, L als Länge des Resonatorhalses und ΔL als Mündungskorrektur. In Tabelle 1 sind einzelne Eigenfrequenzen, einerseits ermittelt über die numerische Modalanalyse (f_M) und andererseits ermittelt über die Helmholtz-Resonatorberechnung (f_R) gegenübergestellt. Aus der Tabelle kann entnommen werden, dass eine gute

Tabelle 1: Vergleich der Eigenfrequenzen aus Modalanalyse und Resonatorberechnung.

$r =$	$d = 0,001$		$d = 0,04$		$d = 0,2$	
	f_M	f_R	f_M	f_R	f_M	f_R
0,01	5,32	6,67	2,75	2,87	1,36	1,38
0,05	11,93	15,65	9,50	11,15	6,07	6,42
0,3	29,77	38,73	27,62	35,88	23,52	28,54

Übereinstimmung bei kleinem Öffnungsradius erreicht werden kann, während die Eigenfrequenzen bei steigendem Öffnungsradius immer stärker voneinander abweichen.

Tabelle 2 zeigt die Dämpfungseigenschaften bei kleinster und größter Wanddicke für drei verschiedene Öffnungsradien. Anhand der Tabelle ist erkennbar, dass

Tabelle 2: Dämpfung δ bei kleinster und größter untersuchter Wanddicke.

	$d = 0,001$	$d = 0,2$
$r = 0,05$	0,0082	0,0007
$r = 0,1$	0,0290	0,0057
$r = 0,3$	0,2355	0,1077

die Dämpfung bei größer werdendem Radius ansteigt. Weiterhin ist der Einfluss der Dämpfung bei einer dünneren Wand stärker ausgeprägt.

In einem letzten Schritt wird der Dämpfungsgrad über zwei verschiedene Varianten ermittelt und anschließend verglichen. Einerseits lässt sich der Dämpfungsgrad aus der Modalanalyse

$$D_M = \frac{\delta}{\sqrt{\omega^2 + \delta^2}} \quad \text{mit} \quad \omega = 2\pi f_M \quad (3)$$

und andererseits aus der Halbwertsbreite

$$D_H = \frac{f_2 - f_1}{2f_0} \quad (4)$$

bestimmen. Die Halbwertsbreite wird aus der Resonanzkurve [4] ermittelt. Tabelle 3 stellt diese Ergebnisse gegenüber. Diese Tabelle zeigt jedoch eine schlechte Übereinstimmung beider Berechnungsvarianten.

Tabelle 3: Dämpfungsgrad aus Modalanalyse (D_M) und Halbwertsbreite (D_H).

	$d = 0,001$		$d = 0,2$	
	D_M	D_H	D_M	D_H
$r = 0,1$	0,0017	0,0035	5,3e-4	1,9e-3
$r = 0,3$	0,0079	0,0133	0,0046	0,0070

Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Artikel wird die Lösung des quadratischen, komplexen und unsymmetrischen Eigenwertproblems sowie der Schalleistung im Außenraum mit dem Schwerpunkt auf die Betrachtung der Eigenfrequenzen und des Dämpfungsverhaltens präsentiert. Hierzu wird ein Hohlkörper mit Loch als Modell verwendet, bei welchem sowohl die Wanddicke als auch der Öffnungsradius des Lochs variiert werden.

Dabei wurde der erwartete, steile Anstieg der Eigenfrequenzen bei Existenz einer Öffnung im Vergleich zum geschlossenen Körper nachgewiesen. Eine geringere Wanddicke führt dabei zu einer größeren Eigenfrequenz. Die Näherungslösung des Helmholtz-Resonators für die analytische Berechnung der ersten Eigenfrequenz ist dabei jedoch nur bei geringem Öffnungsradius anwendbar. Vergrößert sich die Öffnung, weichen numerische und analytische Lösung deutlich voneinander ab. Auch der Anstieg der Dämpfung bei geringerer Wanddicke und steigendem Öffnungsradius wurde nachgewiesen.

Lediglich die Berechnung des Dämpfungsgrades über Modalanalyse und Halbwertsbreite führte zu keinen zufriedenstellenden Ergebnissen. Der Dämpfungsgrad aus der Halbwertsbreite ist hierbei stets circa doppelt so groß. Daher sind weiterführende Untersuchungen in diesem Bereich erforderlich.

Es wurden bereits erste Berechnungen der Schalleistung durchgeführt. Dabei konnte ein deutlicher Anstieg der Schalleistung im Bereich der einzelnen Eigenfrequenzen beobachtet werden. Auch in diesem Bereich werden weitere Untersuchungen folgen.

Literatur

- [1] S. Fuß (Retka), S. C. Hawkins und S. Marburg: An eigenvalue search algorithm for the modal analysis of a resonator in free space. *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 19(1), S. 95–109 (2011)
- [2] R. J. Astley: Infinite elements for wave problems: A review of current formulations and an assessment of accuracy. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 49, S. 951–976 (2000)
- [3] D. S. Burnett und R. L. Holford: An ellipsoidal acoustic infinite element. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 164, S. 49–76 (1998)
- [4] H. Dresig und F. Holzweißig: *Maschinendynamik*, 11. Auflage, Springer Vieweg (2012)