

Untersuchungen zum Einsatz eines OpenFOAM®-EIF-basierten Strömungsakustik-Lösers

Thorben Schröder¹, Thilo Michels², Otto von Estorff¹

¹ TU Hamburg-Harburg, Institut für Modellierung und Berechnung, 21073 Hamburg, E-Mail: mub@tuhh.de
² Novicos GmbH, 21073 Hamburg, E-Mail: mail@novicos.de

Einleitung

Basierend auf dem für die Strömungssimulation bewährten Open-Source-Paket OpenFOAM [11] wird ein Strömungsakustik-Löser entwickelt. Dabei wird der „Expansion about Incompressible Flow“ (EIF) - Ansatz [1] mit Modifikationen aus [2] verwendet. Die EIF-Gleichungen beruhen auf einem Störungsansatz um eine inkompressible Strömungssimulation. Die Akustik kann damit im Nachlauf als kompressible, isentrope Fluktuation um die instationären Strömungsgrößen berechnet werden. Die Implementierung in OpenFOAM und die damit verbundene Formulierung mit finiten Volumen verspricht eine einfache Anwendbarkeit bei unstrukturierten Netzen. Weiterhin kann die umfangreiche numerische Infrastruktur von OpenFOAM genutzt werden, wodurch eine effiziente Modellentwicklung möglich ist.

Für erste Untersuchungen des neuen Lösers wird eine theoretische, zweidimensionale Zylinderumströmung betrachtet für die eine semianalytische Lösung des Effektivwertes des Schalldruckes berechenbar ist. Es wird ausschließlich das mit der Strouhal-Frequenz emittierte, dipolartige Feld betrachtet. Dabei werden die Parameter der analytischen Lösung direkt aus der CFD-Simulation entnommen, um dabei allein die Genauigkeit der Akustikberechnung bewerten zu können.

Ansätze höherer Ordnung sind in Finiten Volumen problematisch. Hier werden daher Schemata mittlerer Ordnung eingesetzt, welche bereits in OpenFOAM implementiert sind. Es wird der Einfluss der Netzauflösung untersucht.

Der EIF-Ansatz

Der „Expansion about Incompressible Flow“ (EIF) - Ansatz nach [1] wird in der von [2] vorgestellten Modifikation verwendet. Es handelt sich hierbei um einen Störungsansatz, welcher die Zustandsgrößen Druck p , Geschwindigkeit u und Dichte ρ für den Fall kleiner Mach-Zahlen in inkompressible Strömungsanteile und kompressible (akustische) Störungen aufteilt. Die Gleichungen

$$p = P + p' \quad (1)$$

$$u = U + u' \quad (2)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho' \quad (3)$$

definieren diese Trennung. P , U und ρ_0 sind darin die inkompressiblen Strömungsgrößen und p' , u' und ρ' stellen die kompressiblen Störungen dar. Der Trennungsansatz wird in die vollständigen kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen eingesetzt, welche das gesamte Problem inklusive Strömung und Akustik beschreiben.

Auf diese Weise entstehen zwei Systeme partieller DGLn. Für den Strömungsanteil sind dies die allgemein bekannten inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen und für die akustischen Störungsgrößen ergeben sich die Gleichungen

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \text{div}(f) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} \text{div}(f_i \cdot (U_j + u'_j) + \rho_0 U_i u'_j) + \text{grad}(p') = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - c^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial t} \quad (6)$$

$$f_i = \rho_0 u'_i + \rho' U_i \quad (7)$$

mit der Schallgeschwindigkeit c . Unter der Annahme, dass die akustischen Schwankungen von kleiner Größenordnung sind, kann die Akustiksimulation als Nachlaufrechnung durchgeführt werden, da keine Rückwirkung auf die Strömung berücksichtigt werden muss.

Zur Vervollständigung des akustischen Gleichungssystems wird eine Form der Energiegleichung benötigt. Shen und Sørensen [2] nutzen die Annahme, dass sich das gestörte (akustische) Feld isentrop verhält. Damit vereinfacht sich die Energiegleichung zu Gleichung (6). Weiterhin können mit dieser Annahme alle viskosen Terme in den akustischen Gleichungen vernachlässigt werden.

Aus einer im Vorfeld generierten inkompressiblen Strömungssimulation wird mittels der Gleichungen (4)-(7) ein Akustikfeld berechnet. Dazu werden die Gleichungen in der OpenFOAM-Umgebung mit finiten Volumen diskretisiert und gelöst.

Die zweidimensionale Zylinderumströmung

Der vorgestellte Löser wird anhand der Schallabstrahlung eines umströmten Zylinders getestet. Durch die Einfachheit dieses Feldes ist die Analyse der Ergebnisse besonders gut möglich.

Bei der Queranströmung eines Zylinders entsteht ein großskalig instationäres Strömungsfeld, welches durch eine periodische Wirbelablösung mit der sogenannten Strouhal-Frequenz charakterisiert ist und eine Schallemission hervorruft. Es wird hier eine Zylinderumströmung bei $Re = 40.000$ betrachtet. Dieser Wert wurde gewählt, um bezüglich Quellgebietsgröße und Schalldruckamplitude einen technisch relevanten Fall abzudecken. Für korrekte Strömungsergebnisse wäre bei dieser Reynoldszahl eine Berücksichtigung dreidimensionaler Effekte nötig [3]. In dieser

Arbeit wird bewusst keine Vergleichbarkeit zur Realität angestrebt, da zunächst nur gezeigt werden soll, wie zuverlässig der vorgestellte Strömungsakustik-Löser aus einer gegebenen Strömungssimulation die korrekte Schallabstrahlung berechnet. Die Fehler, welche bereits bei der Strömungssimulation entstehen, werden somit weitgehend ausgeblendet.

Schallabstrahlung der Zylinderumströmung

Der von der Zylinderumströmung emittierte Schall wird durch ein dipolartiges Feld dominiert, das durch die Interaktion mit der Zylinderwand entsteht und bei der Strouhal-Frequenz emittiert wird. Turbulente Quellen im Nachlauf sind im präsentierten Fall vernachlässigbar. Abbildung 1 zeigt das erzeugte Schallfeld qualitativ.

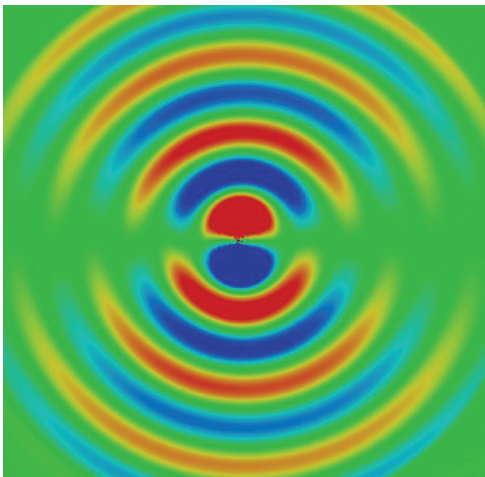


Abbildung 1: Qualitatives Feld der Störungsgröße p' bei Zylinderanströmung von links. Hohe Drücke sind rot und niedrige Drücke blau dargestellt.

Mit der auf den Zylinder wirkenden periodisch schwankenden Auftriebskraft kann eine dipolartige Schallabstrahlung bei der Strouhal-Frequenz assoziiert werden. Der Effektivwert des Auftriebskoeffizienten wird mit $C_{L,rms}$ bezeichnet und kann zur Berechnung des effektiven Schalldrucks im Nah- und Fernfeld genutzt werden.

Es wird hier die Schallabstrahlung eines theoretisch unendlich langen umströmten Zylinders betrachtet. In der Realität ist die Wirbelablösung entlang des Zylinders nicht in Phase [3]. Die hier betrachteten Ergebnisse sind also sicher nicht auf die Realität übertragbar. Sie werden nur zur Demonstration der Funktionsfähigkeit des Akustik-Lösers genutzt.

Basierend auf [4] und [5] lässt sich (falls $l \ll r$) der senkrecht zur Anströmung bei der Strouhal-Frequenz emittierte Schall eines umströmten Zylinders wie folgt darstellen [6]:

$$p_{a,rms} = \alpha_{nf} \frac{C_{L,rms}^2 \rho^2 U^6 St^2 l^2}{16 r^2 c^2} \quad (8)$$

Dabei ist α_{nf} ein Nahfeldfaktor der Form

$$\alpha_{nf} = \sqrt{1 + \left(\frac{cd}{2\pi r St U}\right)^2} \quad (9)$$

St ist die Strouhal-Zahl, l die Länge, d der Durchmesser des Zylinders und r der Abstand vom Zylinder. Gleichung (8)

liegt dabei die Annahme zugrunde, dass die Strömung entlang des Zylinders in Phase ist. Diese Annahme ist zwar in der Realität meist nicht erfüllt, stellt jedoch für den 2D-Fall kein Problem dar. Weiterhin sind Randeffekte vernachlässigt.

Nun kann durch Integration fiktiver Schallquellen über infinitesimale Teilzylinder in Zylinderachsenrichtung der Übergang zu einer zweidimensionalen Abstrahlung vollzogen werden. Es wird damit dann die Schallemission eines theoretisch unendlich langen umströmten Zylinders betrachtet, dessen Strömungsfeld entlang der Zylinderachse perfekt in Phase ist. Es entsteht das Feld einer 2D Dipol-Quelle. Dieser Fall ist zwar nicht realistisch, eignet sich jedoch aufgrund der vorhandenen analytischen Lösung gut für den Vergleich mit Simulationen.

Aus den Ergebnissen der Strömungssimulation lässt sich $C_{L,rms}$ leicht berechnen. Da alle weiteren Größen aus Gleichung (8) bekannt sind, kann eine semianalytische Lösung generiert werden, welche auf den Daten der Strömungssimulation basiert. Der Effektivwert des Schalldrucks kann im Folgeschritt als Funktion des Abstandes zum Zylinder dargestellt und mit den Simulationsergebnissen verglichen werden.

Umsetzung in OpenFOAM

Die Lösung sowohl des Strömungsproblems als auch der Akustik erfolgen in OpenFOAM. Für die Strömung wird der Standard-Solver pimpleFoam verwendet, während die Akustik in einem hier neu entwickelten Solver gelöst wird. Dieser ist in der OpenFOAM-Umgebung eingebettet und verwendet die vorhandenen Strukturen inklusive der Formulierung in finiten Volumen. Für die örtliche Diskretisierung stehen die Standardschemata von OpenFOAM zur Verfügung.

Für eine effiziente Ausbreitungsrechnung der akustischen Wellen wird oft auf Diskretisierungen höherer Ordnung zurückgegriffen. Der hier vorgestellte Ansatz verzichtet darauf. Schemata höherer Ordnung, welche auch auf unstrukturierten Gittern Ihre Qualität erhalten, sind in finiten Volumen nicht trivial erzeugbar und können verschiedene Probleme mit sich bringen (siehe z.B. [7] S.72-81). Sie werden daher zunächst nicht betrachtet.

Die Zeitintegration der Störungsgleichungen erfolgt mittels eines auf akustische Problemstellungen optimierten expliziten 4-stufigen Runge-Kutta Verfahrens [8]. Zur Stabilisierung der Zeitintegration und zur Unterdrückung unphysikalischer Gitterschwingungen, welche als Lösung der diskretisierten Gleichungen auftreten (sogenannte „spurious waves“, [9]), wird in jedem Zeitschritt eine örtliche Tiefpassfilterung durchgeführt. Hierfür wird ein Filter niedriger Ordnung verwendet, welches in OpenFOAM als LES-Filter implementiert ist. Explizit kommt das so benannte „laplaceFilter“ zum Einsatz. Dieses Filter ist nicht für den Gebrauch in der Strömungsakustik optimiert und es kann daher mit zusätzlicher Dissipation insbesondere bei groben Netzen gerechnet werden. Optimierungen sind für die Zukunft geplant.

Am Außenrand des Berechnungsgebietes wird als nichtreflektierende Randbedingung eine explizit dämpfende Rand-

schicht verwendet [10]. Da das Berechnungsgebiet kreisförmig ist, treffen die Wellen grundsätzlich in sehr steilem Winkel auf die Berandung, weshalb die nichtreflektierende Randbedingung in diesem Beispiel ohne weitere Optimierung sehr effizient funktioniert.

Ergebnisse

Zunächst kann anhand von Abbildung 1 festgestellt werden, dass das berechnete Schallfeld qualitativ korrekt den Dipolcharakter der theoretischen Lösung inklusive der Abstrahlrichtung wiedergibt. Es kann durch weitere Betrachtungen leicht gezeigt werden, dass die Frequenz der Schallabstrahlung exakt getroffen wird.

Für eine quantitative Bewertung der Simulationsergebnisse wird einerseits der Effektivwert des Schalldruckes über den Abstand zum Zylinder senkrecht zur Anströmung aufgetragen und mit dem theoretischen Wert verglichen und andererseits die Dispersionsbeziehung analysiert. So können Aussagen darüber getroffen werden, wie groß das Maß der numerischen Dissipation ist und darüber, inwieweit die Dispersionsrelation erhalten wird. Sowohl die Dissipation als auch die Dispersionsrelation sind bei der Verwendung von finiten Volumen und Ansätzen nur mittlerer Ordnung als mögliche Schwächen zu nennen.

Es kommen drei verschiedene radial äquidistant aufgebaute Netze verschiedener Feinheit zum Einsatz. Die Netze werden anhand der Zahl der Zellen pro Wellenlänge (engl. „Points Per Wavelength“ - PPW) im Ausbreitungsgebiet unterschieden. Folgende Diskretisierungsfineinheiten werden betrachtet (Wellenlänge des Schalls $\lambda = 3,83\text{m}$):

- Netz 1: 8,4 PPW
- Netz 2: 12,6 PPW
- Netz 3: 16,8 PPW

In Abbildung 2 wird zunächst gezeigt, dass sowohl die Amplitude als auch der räumliche Verlauf des berechneten Schalldrucks mit der analytisch auf Basis der CFD-Simulation berechneten Lösung übereinstimmen. Abweichungen sind nur bei dem größten Gitter sichtbar. Weitere Tests zeigten, dass diese in erster Linie durch die örtliche Filterung niedriger Ordnung zustande kommen.

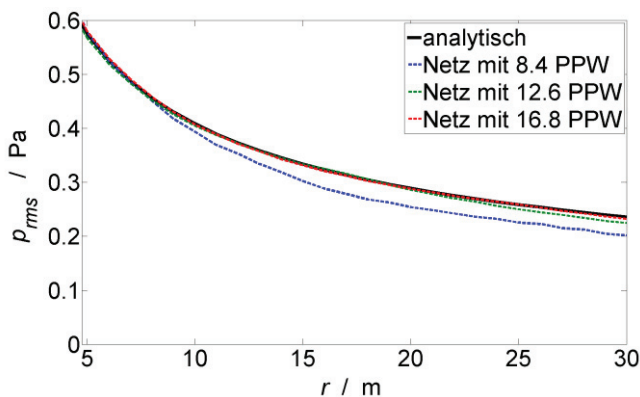


Abbildung 2: Effektivwert des Schalldruckes bei der Strouhal-Frequenz über den Abstand zum Zylinder senkrecht zur Anströmrichtung. Vergleich verschiedener Netze mit der semianalytischen Lösung. Schemata nach Variante A aus Tabelle 1.

Für eine weitere Evaluation der numerischen Eigenschaften des Löser wird der Fehler, welcher in der Dispersionsrelation entsteht, betrachtet. Es wird zunächst untersucht, inwieweit die in OpenFOAM bereits implementierten Schemata mittlerer Ordnung bei dem behandelten Problem zu brauchbaren Ergebnissen führen. Dazu werden die in Tabelle (1) dargestellten Diskretisierungsschemata für den Gradienten und die Divergenz betrachtet. Die Interpolation wird aus Stabilitätsgründen in beiden Fällen mit dem Schema „cubic“ durchgeführt.

Tabelle 1: Verwendete Diskretisierungsschemata

Variante	Diskretisierung		
	Divergenz	Gradient	Interpolation
A	Gauss linear	Gauss linear	cubic
B	Gauss cubic	Gauss cubic	cubic

Abbildung 3 zeigt den Dispersionsfehler ε für verschiedene Netzauflösungen und Diskretisierungsschemata. Er ist definiert durch

$$\varepsilon = \frac{|\hat{k} - k|}{k} \quad (10)$$

Dabei ist \hat{k} die numerische Wellenzahl und k die theoretische bzw. korrekte Wellenzahl. Deutlich erkennbar ist in beiden Fällen die Konvergenz hin zur korrekten Dispersionsbeziehung. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit bzw. die Wellenzahl wird also vom Löser prinzipiell korrekt wiedergegeben. Es ist jedoch ein Unterschied zwischen den Diskretisierungsschemata sichtbar. Eine Erhöhung auf die „cubic“-Schemata erscheint lohnenswert. Die Konvergenzordnungen für ε können zu $p_A \approx 3.15$ bzw. $p_B \approx 3.32$ abgeschätzt werden.

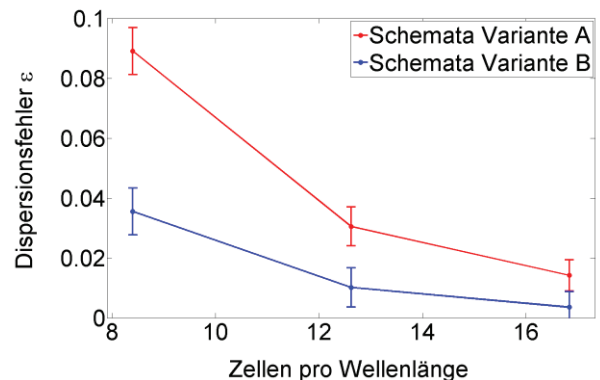


Abbildung 3: Dispersionsfehler bei zwei verschiedenen Sätzen von Diskretisierungsschemata als Funktion der Netzfeinheit.

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde eine Untersuchung zum Einsatz eines auf OpenFOAM und dem Störungsansatz „Expansion about Incompressible Flow“ (EIF) basierenden Strömungsakustik-Lösers vorgestellt.

Zunächst wurden dabei eine theoretische, zweidimensionale Zylinderumströmung und das entstehende dipolartige Schallfeld betrachtet. Für das Schallfeld ist eine semianalytische Lösung aus den CFD-Ergebnissen berechenbar. Anschlie-

ßend wurde gezeigt, dass das qualitative Schallfeld den Dipolcharakter der Lösung abbildet und die Quellstärke korrekt berechnet wird. Weiterhin werden sowohl der Abfall als Funktion des Abstandes vom Zylinder als auch die Dispersionsbeziehung richtig abgebildet.

Für einen ersten Test wurden Diskretisierungsschemata verwendet, welche bereits in OpenFOAM implementiert sind. Es wurde demonstriert, welchen Einfluss die Netzverfeinerung auf die Ergebnisse hat. Es zeigt sich, dass die Ansätze mittlerer Ordnung funktionsfähig sind. Aufgrund der auf finiten Volumen basierenden Diskretisierung ist die Zweckmäßigkeit einer Erweiterung auf höhere Ordnungen genau abzuwägen.

Weitere Anstrengungen sind im Bereich der örtlichen Filterung bzw. der Unterdrückung der numerischen Gitterschwingungen („spurious waves“) nötig. Bisher führt eine ausreichend starke Filterung besonders bei groben Gittern zu erheblicher Dämpfung der akustischen Wellen. Um später auch rotierende Systeme betrachten zu können, ist eine Erweiterung auf bewegte Netze erforderlich. Möglicherweise ist auch die Einbindung anderer Störungsansätze sinnvoll. Generell sind weitere Tests des Lösers an komplexeren Beispielen mit einer Vergleichbarkeit zu Messungen nötig.

Literatur

- [1] Hardin, J C ; Pope, D S: An Acoustic / Viscous Splitting Technique for Computational Aeroacoustics. Theoretical and Computational Fluid Dynamics 6 (1994), 323–340
- [2] Shen, Wen Zhong ; Sørensen, Jens Nørkær: Comment on the Aeroacoustic Formulation of Hardin and Pope. AIAA Journal Readers' Forum 37 (1999), 141–145
- [3] Norberg, C.: Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. Journal of Fluids and Structures 17 (2003), 57–96
- [4] Phillips, O. M.: The intensity of Aeolian tones. Journal of Fluid Mechanics 1 (1956), 607–624
- [5] Curle, N.: The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 231 (1955), 505–514
- [6] Fujita, Hajime: The characteristics of the Aeolian tone radiated from two-dimensional cylinders. Fluid Dynamics Research 42 (2010), 015002
- [7] Ferziger, Joel H. ; Peric, Milovan: Computational Methods for Fluid Dynamics, 3rd Edition, Springer, Heidelberg, 2002
- [8] Calvo, M. ; Franco, J. M. ; Rández, L.: A new minimum storage Runge-Kutta scheme for computational acoustics. Journal of Computational Physics 201 (2004), 1–12
- [9] Tam, Christopher K. W. ; Webb, Jay C. ; Dong, Zhong: A Study of the Short Wave Components in Computational Acoustics. Journal of Computational Acoustics 01 (1993), 1–30
- [10] Wasistho, B ; Geurts, B.J. ; Kuerten, J.G.M.: Simulation techniques for spatially evolving instabilities in compressible flow over a flat plate. Computers & Fluids 26 (1997), 713–739
- [11] OpenFOAM, URL: <http://www.openfoam.org>