

Stochastische Schallabstrahlung von Strukturen mit Parameterunsicherheiten

C. A. Geweth, K. Sepahvand, S. Marburg

Universität der Bundeswehr München, Institut für Mechanik, 85577 Neubiberg, Deutschland, Email: christian.geweth@unibw.de

Einleitung

Mit wachsendem Bedarf nach schnelleren und genaueren Berechnungsmodellen ist die Betrachtung von Modell- und Parameterunsicherheiten zur Genauigkeitsverbesserung von Simulationen unerlässlich. Zu diesem Zweck ist die Implementierung eines Modells mit zufälligen Parametern erforderlich. In verschiedensten Studien [1–6] wurden sowohl analytische als auch numerische Simulationen mit unsicheren Parametern näher betrachtet. Als mögliche Gründe für diese Unsicherheiten lassen sich unter anderem Material- und Geometrieunsicherheiten, Fertigungstoleranzen und Betriebsbedingungen anführen. Die beiden erstgenannten werden in diesem Paper näher betrachtet. Dafür werden mittels Monte Carlo (MC) Simulation [7] ausgewählte Eingangsparameter eines deterministischen FE-Modells als zufällig angenommen. Da diese Parameter als normalverteilt angenommen werden, sind mehrere hundert Durchläufe für eine statistische Untersuchung der Modellausgangsgrößen erforderlich. Es wird gezeigt, dass die unsicheren Parameter sich sowohl auf die Eigenfrequenzen als auch auf die äquivalente Schalleistung (ERP: estimated radiated sound power) auswirken. Im Folgenden wird zunächst das verwendete FE-Modell und die verwendeten Berechnungsverfahren vorgestellt. Die Beeinflussung der Eigenfrequenzen und des ERPs wird im zweiten Teil des Papers beschrieben.

Modell

Zur Untersuchung des Einflusses von unsicheren Geometrie- und Materialparametern wird in ANSYS® Mechanical APDL v15 ein parametrisches Modell einer rechteckigen, fest eingespannten Stahlplatte aufgebaut (siehe Abbildung 1). Diese Platte ist

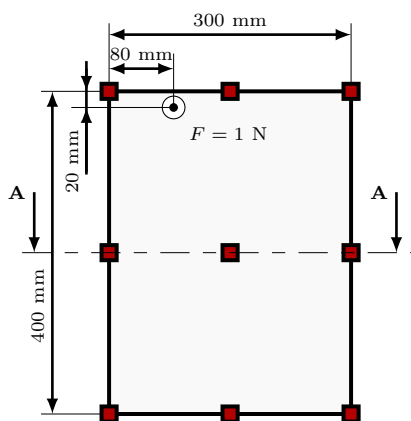


Abbildung 1: Platte mit Keypoints und Anregungspunkt über neun Keypoints definiert, welche mittels Splines

miteinander verbunden sind. Durch Ändern der Position der Keypoints lässt sich somit die Geometrie variieren. Anhand des Schnittbildes in Abbildung 2 ist erkennbar, wie sich durch Verschiebung des mittleren Keypoints orthogonal zur Platte, deren Ebenheit z_c verändern lässt. Insgesamt werden in dieser Untersuchung drei

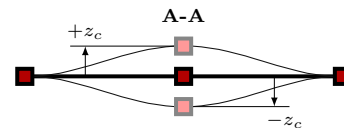


Abbildung 2: Unsichere Ebenheit

Parameter mit Unsicherheiten beaufschlagt. Neben der Ebenheit werden die Plattendicke h_s und der Elastizitätsmodul E_S als stochastische Eingangsparameter verwendet. Die Verteilung eines jeden dieser drei Parameter wird als beschränkt Gaußverteilt angenommen. Die Mittelwerte, Standardabweichungen sowie untere und obere Grenzen dieser Verteilungen sind in Tabelle 1 gelistet. Diese vordefinierten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (WDF) werden in einer MC-Simulation mit 750 Proben je Parameter unter Verwendung des Latin-Hypercube-Samplings (LHS) [8, 9] nachgebildet.

Tabelle 1: Eingangsparameter

Größen	Parameter		
	E_S [GPa]	h_s [mm]	z_c [mm]
μ	200	2	0
σ	5	0.1	0.6
min	190	1.8	-1.2
max	210	2.2	1.2

Für die, neben der Modalanalyse durchgeführte, harmonische Analyse wird die Struktur, wie in Abbildung 1 zu sehen, mit einer harmonischen Kraft im Frequenzbereich $f = [1, 1500]$ Hz angeregt.

Mittels der, in Gleichung (1) dargestellten äquivalenten Schalleistung [10, 11], wird aus der Elementfläche A_{el} , der Elementschnelle v_{el} , der Luftdichte $\rho_{Air} = 1.2041 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ sowie der Schallgeschwindigkeit $c_{Air} = 343.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die abgestrahlte Schalleistung aus der Systemantwort der harmonischen Analyse abgeschätzt.

$$P_{ERP} = \frac{1}{2} \rho_{Air} c_{Air} \sum_{el=1}^{N_e} A_{el} v_{el} v_{el}^* \quad (1)$$

Die berechneten Spektren werden für die Auswertung verpegelt und mittels Pegeladdition [12] auf einen Einzelschalleistungspegel L_W reduziert.

Ergebnisse

Im ersten Teil dieses Abschnittes wird zunächst der Einfluss der unsicheren Parameter auf die Eigenfrequenzen dargestellt. Die Auswirkung auf die Schalleistung wird in der zweiten Hälfte beschrieben.

Eigenfrequenzen

Die Verteilung der Eigenfrequenzen bei als unsicher angenommener Plattendicke, lässt sich durch eine beschränkte Normalverteilung annähern. Durch Bestimmung der relativen Standardabweichung durch $\sigma\% = \frac{\sigma}{\mu}$ wird erkennbar, dass alle untersuchten Moden gleichermaßen von der unsicheren Dicke beeinflusst werden. Dies ist in Tabelle 2 für ausgewählte Eigenfrequenzen dargestellt. Auch bei einem unsicherem Elastizitätsmodul

Tabelle 2: Eigenfrequenzen bei unsicherer Plattendicke

Moden	Größen		
	μ [Hz]	σ [Hz]	$\sigma\%$ [%]
1	155.48	6.83	4.4
2	260.84	11.46	4.4
5	462.85	20.31	4.4
10	856.30	37.52	4.4

sind die Eigenfrequenzen beschränkt normalverteilt. Die relative Standardabweichung beträgt in diesem Fall für alle Moden 1.1%. Unter Berücksichtigung der Standardabweichung der Eingangsparameter lässt sich daher schlussfolgern, dass eine unsichere Plattendicke einen größeren Einfluss auf die Eigenfrequenzen besitzt als der E-Modul. Der bei beiden Parametern in dem untersuchten Bereich zu vermutende lineare Zusammenhang zwischen E-Modul respektive Plattendicke und Eigenfrequenz bestätigt sich im Streudiagramm.

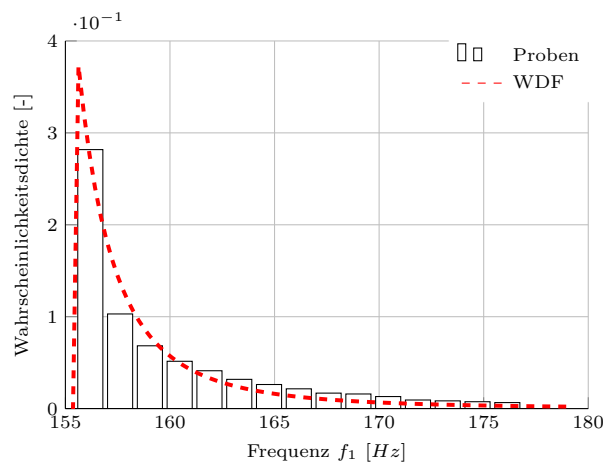


Abbildung 3: Verteilung der ersten Mode bei unsicherer Ebenheit

Die Verteilung der Eigenfrequenzen bei unsicherer Ebenheit unterscheidet sich, wie in Abbildung 3 anhand der Eigenfrequenz erkennbar, von den vordefinierten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (WDF) der Eingangsparameter. In diesem Fall weist die Wahrscheinlichkeitsdichte ihr Maximum bei der niedrigsten simulierten Ei-

genfrequenz auf. Durch die allgemeine Paretoverteilung [13]

$$g(f) = \begin{cases} 0 & , f < f_{min} \\ \frac{\xi}{\beta} \left(1 + \xi \frac{f}{\beta}\right)^{-1-\frac{1}{\xi}} & , f \geq f_{min} \end{cases} \quad (2)$$

lässt sich, wie in Abbildung 3 dargestellt, diese Verteilung beschreiben. Die Verteilung im Streudiagramm lässt sich durch

$$f_i(z) = c_{0,i} + c_{2,i} \cdot z_c^2 \quad (3)$$

mit den Parametern $c_{0,i}$ und $c_{2,i}$ beschreiben, wobei $c_{0,i}$ die i -te Eigenfrequenz der perfekt ebenen Platte ist. Tabelle 3 kann entnommen werden, dass sich die Ebenheit stärker auf die ersten Moden auswirkt. Für die Moden fünf bis zwölf gilt $\Delta f\% < 0.7\%$.

Tabelle 3: Eigenfrequenzen bei unsicherer Ebenheit

Mode	Größen			
	f_{min} [Hz]	f_{max} [Hz]	Δf [Hz]	$\Delta f\%$ [%]
1	155.48	176.84	21.36	13.7
2	260.84	270.22	9.38	3.6
3	365.72	369.74	4.02	1.1
4	434.19	439.91	5.72	1.3

Äquivalente Schalleistung

Die Verteilung der Schalleistungen respektive der Schalleistungspegel lässt sich sowohl bei unsicherem Elastizitätsmodul als auch bei unsicherer Plattendicke als logarithmisch normalverteilt beschreiben. Der äquivalente Schalleistungspegel variiert bei der als unsicher angenommenen Plattendicke zwischen $L_{W_{min}} = 111.7$ dB und $L_{W_{max}} = 115.1$ dB. Der Einfluss des E-Moduls ist mit einer Spanne von $\Delta L_W = 0.4$ dB geringer. Bei der Betrachtung der Schalleistung einzelner Moden wird erkennbar, dass $\Delta L_{W,\%} = \frac{\Delta L_W}{L_{W_{min}}}$ für alle Moden identisch ist.

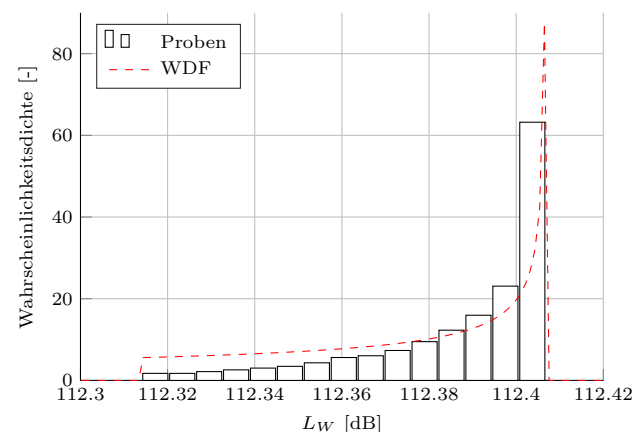


Abbildung 4: Schalleistungspegel bei unsicherer Ebenheit

Die in Abbildung 4 dargestellte Verteilung der äquivalenten Schalleistung bei unsicherer Ebenheit unterscheidet sich, wie auch schon bei den Eigenfrequenzen, deutlich von der Verteilung der anderen untersuchten Parameter. Die Verwendung der allgemeinen Paretoverteilung zur Annäherung der Verteilung zeigt eine Überschätzung der niedrigeren, weniger häufig auftretenden Pegel. Trotz dieser Abweichung liefert diese Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion zusammen mit der allgemeinen Extremwertverteilung die besten Ergebnisse. Die naheliegende Vermutung, dass die äquivalente Schalleistung für höhere Frequenzen weniger beeinflusst wird, bestätigt sich beim Analysieren der emittierten Schalleistung einzelner Moden. Dies ist anhand der ersten vier Moden in Tabelle 4 exemplarisch dargestellt.

Tabelle 4: Schalleistungspegel bei unsicherer Ebenheit

Mode	Größen			
	L_{min} [dB]	L_{max} [dB]	ΔL [dB]	$\Delta L\%$ [%]
1	90.35	91.22	0.86	0.96
2	94.37	94.60	0.23	0.24
3	89.57	89.68	0.12	0.13
4	95.27	95.36	0.09	0.09

Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass alle drei untersuchten unsicheren Parameter sowohl die Eigenfrequenzen als auch das ERP beeinflussen. Obwohl alle unsicheren Eingangsparameter als normalverteilt angenommen wurden, lässt sich nur die Verteilung der Eigenfrequenzen bei unsicherer Plattendicke und unsicherem E-Modul durch eine Gaußverteilung beschreiben. Der äquivalente Schalleistungspegel bei diesen beiden Parametern kann durch eine logarithmische Normalverteilung beschrieben werden. Der Einfluss des Elastizitätsmoduls auf beiden Ausgangsgrößen ist geringer als der der unsicheren Plattendicke. Bei der Betrachtung einzelner Moden wird erkennbar, dass diese beiden Parameter alle untersuchten Biegemoden gleich beeinflussen.

Sowohl die Eigenfrequenzverteilung als auch die Verteilung des ERPs bei unsicherer Ebenheit lässt sich mit Hilfe der allgemeinen Paretoverteilung annähern. Im Streudiagramm zeigt sich, dass jede Vergrößerung der Unebenheit zu einem Anstieg der Eigenfrequenzen und einer Reduzierung der Schalleistung führt. Auffällig ist, dass sich der Einfluss dieses Parameters mit steigender Modennummer verringert. Von den untersuchten Parametern hat dieser Parameter bei der ersten Mode den größten Effekt auf die Eigenfrequenz. Für höhere Moden ist der Einfluss im Vergleich zu den anderen Parametern gering.

Literatur

- [1] C. Soize. A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics. *Journal of Sound and Vibration*, 288(3):623–652, 2005.
- [2] G. Manson. Calculating frequency response functions for uncertain systems using complex affine analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 288(3):487–521, 2005.
- [3] J.-F. Durand, C. Soize, and L. Gagliardini. Structural–acoustic modeling of automotive vehicles in presence of uncertainties and experimental identification and validation. *Journal of the Acoustical Society of America*, 124(3):1513–1525, 2008.
- [4] A. Cicirello and R. S. Langley. The vibro–acoustic analysis of built–up systems using a hybrid method with parametric and non–parametric uncertainties. *Journal of Sound and Vibration*, 332(9):2165–2178, 2013.
- [5] K. Sepahvand, S. Marburg, and H.-J. Hardtke. Stochastic free vibration of orthotropic plates using generalized polynomial chaos expansion. *Journal of Sound and Vibration*, 331(1):167–179, 2012.
- [6] K. Sepahvand, M. Scheffler, and S. Marburg. Uncertainty quantification in natural frequencies and radiated acoustic power of composite plates: Analytical and experimental investigation. *Applied Acoustics*, 87(0):23–29, 2015.
- [7] G. S. Fishman. *Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications*. Springer–Verlag, New York, 1995.
- [8] M. D. McKay, R. J. Beckman, and W. J. Conover. Comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 21(2):239–245, 1979.
- [9] J. C. Helton and F. J. Davis. Latin hypercube sampling and the propagation of uncertainty in analyses of complex systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 81(1):23–69, 2003.
- [10] D. Fritze, S. Marburg, and H.-J. Hardtke. Estimation of radiated sound power: A case study on common approximation methods. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(1):833–842, 2009.
- [11] M. Klaerner, S. Marburg, and L. Kroll. FE based measures for structure borne sound radiation. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 249, pages 1563–1569. Institute of Noise Control Engineering, 2014.
- [12] J. Feldmann. Schallpegelmesstechnik und ihre Anwendung. In M. Möser, editor, *Messtechnik der Akustik*, pages 55–113. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [13] P. Embrechts, C. Klüppelberg, and T. Mikosch. *Modelling Extremal Events*. Springer–Verlag, Berlin, 1997.