# Untersuchungen an hochfrequenten akustische Resonatoren und Vergleich mit numerischer Simulation

Tobias Merkel
*Beuth Hochschule für Technik Berlin*
*merkel@beuth-hochschule.de*

## Einleitung

Für Helmholtz-Resonatoren sind Näherungsformeln bekannt, die den Zusammenhang zwischen Geometrie und Resonanzfrequenz hinreichen genau beschreiben [1]. Bei der Anwendung z.B. für akustische Dämpfungsglieder interessiert vor allem der Frequenzbereich unterhalb 500 $Hz$.

Unsere Untersuchungen konzentrieren sich auf Resonatoren in Luft mit kleiner Geometrie und relativ hohen Resonanzfrequenzen zwischen 5 $kHz$ und 10 $kHz$. Neben einer Voraussage für die Resonanzfrequenz interessieren wir uns vor allem für den Gütefaktor Q der Schwinger.

In Anlehnung an einen in [2] beschriebenen Versuch, bei dem an einen akustischen Leiter radial Resonatoren als Dämpfungsglieder angebracht wurden, fanden wird deutliche Abweichungen zwischen gemessener und berechneter Resonanzfrequenz. Auch die numerische Simulation mit dem Acoustic Modul von Comsol Multiphysics [3], die nur isentropische bzw. verlustlose Vorgänge bewertet, brachte keine besseren Ergebnisse [4].

Der Gütefaktor $Q$ eines Resonators beschreibt, wie gut die Energie zwischen zwei Energiespeichern periodisch ausgetauscht werden kann. Je größer der Einfluss von Reibung z.B. zwischen bewegter Luft und Rohrwänden wird, desto kleiner wird $Q$. Mit Comsol lässt sich dieses Verhalten mit dem Thermoacoustic Interface nachbilden, welches die verlustbehaftete viskose Reibung an den Oberflächen beachtet.

## Versuchsaufbau

Der zu untersuchende axialsymmetrische Resonator wurde in den Abschluss eines Impedanzmessrohres so angeordnet, dass die akustische Welle frontal auf die Resonatoröffnung trifft (Abb. 1). Der Resonator besteht aus einem Hohlraum (cavity)mit dem Radius $r_c$ und der Länge $lc$ sowie aus einem Hals (neck) mit dem Radius $r_n$ und der Länge $l_n$. Das Impedanzmessrohr hat einen Durchmesser von 16 $mm$. In die Wandung sind zwei Öffnungen eingebracht, die als Messpunkte dienen und hinter denen im praktischen Versuchsaufbau die Mikrofone M1 und M2 platziert sind.

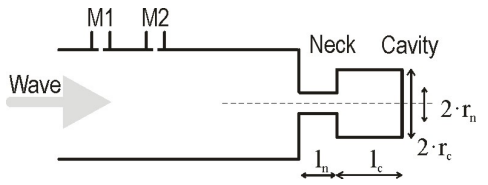


**Abbildung 1:** Versuchsaufbau: Am Ende des Impedanzmessrohres ist der Helmholtz-Resonator als Abschluss angebracht.

Der Durchmesser des Hohlraums der Resonatoren war bei allen Versuch auf $2 \cdot r_c = 8\ mm$ festgelegt, der Durchmesser des Halses war immer auf $2 \cdot r_n = 4\ mm$ fixiert. Die Länge des Hohlraums wurde zwischen $1,4\ mm$ und $5,8\ mm$ variiert, die Länge des Halses zwischen 1 $mm$ und 6 $mm$. Alle Bauteile waren aus Aluminium gefertigt.

Zur Auswertung kamen der komplexe Reflexionsfaktor der Kombination aus Abschlusswand und Resonator, der aus dem Schalldruckverlauf an den Mikrofonen M1 und M2 berechnet wurde.

## Thermoacoustic Interface

Bei akustischen Vorgängen in kleinen geometrischen Dimensionen, wie sie hier zur Untersuchung gelangen, müssen viskose und thermische Vorgänge an den Grenzflächen beachtet werden. Dazu wird in Comsol Multiphysics das Thermoacoustic Interface bereitgestellt. Es kann eine Ausdehnung der viskosen Grenzschichten $\delta_\nu$ abgeschätzt werden nach

$$\delta_\nu = \sqrt{\frac{\mu}{\pi f \rho_0}}$$

(mit $\mu \ldots$ dynamische Viskosität und $\rho_0 \ldots$ Dichte von Luft), und die Ausdehnung $\delta_{th}$ der thermischen Grenzschicht nach

$$\delta_{th} = \sqrt{\frac{\mu C_p}{k}}$$

(mit $C_p \ldots$ Wärmekapazität für isobare Vorgänge und $k \ldots$ Wellenzahl) [5]. Wir erhalten für unsere Versuchsaufbauten die größten Grenzschichten von $\delta_\nu = 30\ \mu m$ und $\delta_{th} = 0.43\ mm$ bei einer Frequenz von 5000 $Hz$. Insbesondere wegen $\delta_{th}$ müssen thermoakustische Effekte beachtet werden.

Da die Rechenzeit bei Beachtung der thermoakustischen Einflüsse deutlich länger ist, wird im Modell nur in der Nähe zu den Wänden mit dem Thermoacoustic Interface gerechnet. Hierfür erfolgte die Vernetzung bis $0,5\ mm$ Abstand von den Wänden mit einer maximalen Knotenweite von $0,1\ mm$. Weder die Verringerung der Knotenweite noch eine größere Ausdehnung des Abstandes zur Wand hatten merklichen Einfluss auf die Rechenergebnisse.

In Abbildung 2 ist exemplarisch die Verlustleistungsdichte aufgrund thermoviskoser Effekte an einem Resonator bei Resonanzfrequenz dargestellt.

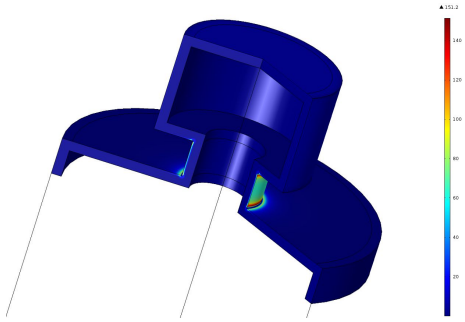

**Abbildung 2:** Verlustleistungsdichte $[W/m^3]$ an einem Resonator bei Resonanzfrequenz aufgrund thermoviskoser Effekte ($l_c = 5,1\ mm$, $l_n = 1,9\ mm$, $p_{in} = 1\ Pa$, $f_{res} = 5880\ Hz$, dargestellt ist nur das thermoakustisch berechnete Volumen).

## Impedanzmessrohr

Am Impedanzmessrohr wurde an zwei Öffnungen in der Wand (vergleiche Abbildung 1) der Schalldruck mit Mikrofonen erfasst und daraus der komplexe Reflexionsfaktor des Rohrabschlusses berechnet. Der Rohrabschluss wurde aus Aluminiumplatten gebildet, in die die Resonatoren eingebracht waren. Diese „Zwei-Mikrofon-Methode"wird in [6] beschrieben. Da die Mikrofone fest verbaut waren und daher nicht zur Kalibrierung vertauscht werden konnten, wurde das Messrohr vor jeder Messung mit einem Totalreflektor (ohne Resonator) verschlossen und mit diesen Ergebnissen die darauf folgende Messreihe normiert. Der Abstand zwischen den Mikrofonen betrug 15 $mm$ und bis zum Rohrabschluss 30 $mm$, zum Einsatz kamen $\frac{1}{4}$Zoll Kondensatormikrofone ECM888B.

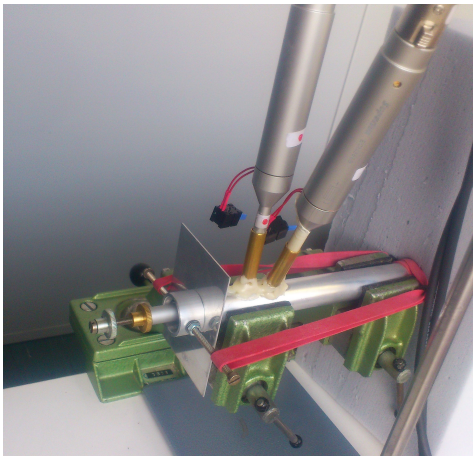

**Abbildung 3:** Impedanzmessrohr mit zwei Mikrofonen und justierbarem Helmholtzresonator.

Auch wenn die Messergebnisse sehr gut reproduzierbar waren, verbergen sich im Messaufbau systematische Fehler, deren Ursachen nicht alle geklärt werden konnten. Die Fehler zeigten sich darin, dass trotz anfänglicher Kalibrierung bei einzelnen Messdurchläufen Reflexionsfaktoren von teilweise größer 1 zumeist bei höheren Frequenzen gemessen wurden. Dennoch ließen sich wichtige Parameter der Helmholtz-Resonatoren messtechnisch erfassen.

Die Abbildung 4 zeigt ein Beispiel für einen gemessenen und einen mit Comsol berechneten Reflexionsfaktor eines Resonators und zusätzlich den gemessenen Phasenwinkel. Auch wenn die Ergebnisse der Messung und der Simulation nicht identisch sind, so lassen sich doch Parallelen feststellen. Insbesondere die Eigenschaft der Güte wird auch durch die Simulation abgebildet.

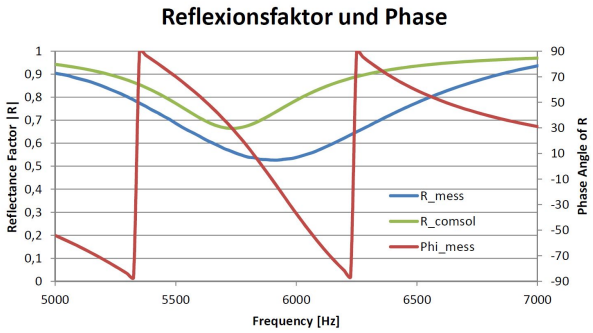


**Abbildung 4:** Reflexionsfaktor an einem Resonator, gemessen und berechnet, zusätzlich der gemessene Phasenverlauf ($l_c = 3,5\ mm$, $l_n = 4\ mm$).

Die Phasenverschiebung $\phi$ beträgt von sehr niedrigen zu sehr hohen Frequenzen 360° entsprechend $2\pi$. Daher wurde die Bandbreite aus dem Frequenzband $\Delta f$ zwischen $\phi = +90°$ und $\phi = -90°$ ermittelt – das entspricht dem Abstand der beiden senkrechten roten Linien – und zur Resonanzfrequenz $f_{res}$ in Beziehung gesetzt:

$$Q = \frac{f_{res}}{\Delta f}$$

## Vergleich der Ergebnisse

In den folgenden Diagrammen werden die Messungen mit den numerisch ermittelten Werten verglichen. Als Parameter dazu dienen die Länge des Hohlraumes $l_c$ und die Länge des Verbindungsstückes (Hals) $l_n$.

### Resonanzfrequenz

Dargestellt sind die Resonanzfrequenzen über die Hohlraumlänge $l_c$ bei unterschiedlichen Halslängen $l_n$ (Abbildung 5). Die gemessenen und berechneten Werte der Resonanzfrequenz weisen eine gute Übereinstimmung auf. Ein Teil der Abweichungen lässt sich wahrscheinlich mit Fertigungstoleranzen in den Abmessungen der Resonatoren erklären.

### Reflexionsfaktor

Dargestellt ist der absolute Reflexionsfaktor an der Stelle der Resonanzfrequenz bzw. der niedrigste Wert bezogen

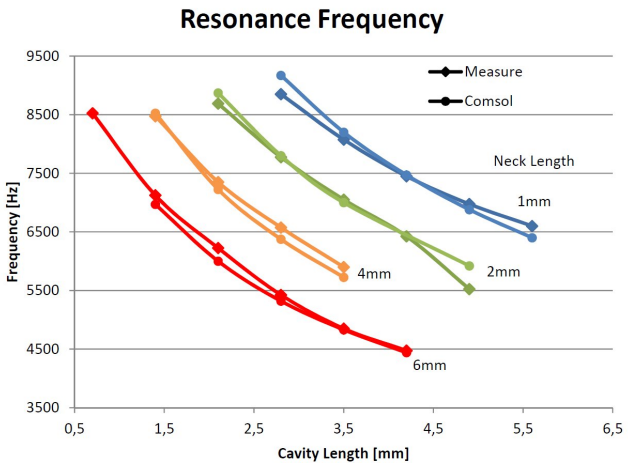


**Abbildung 5:** Resonanzfrequenz, gemessen und numerisch berechnet.

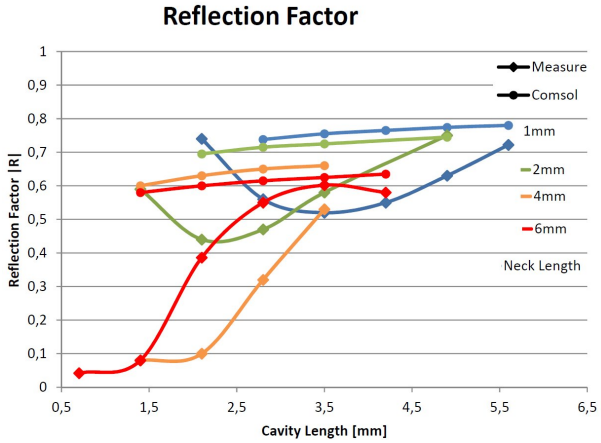


**Abbildung 6:** Reflexionsfaktor, gemessen und numerisch berechnet.

auf die Frequenz. Während die Ergebnisse der Simulation einen jeweils relativ konstanten Reflexionsfaktor ergeben, weisen die Messungen teilweise nahezu Totalabsorption der Welle auf und ergeben zusätzlich lokale Minima. Die Abweichungen gerade bei kleinen Hohlräumen und großen Halslängen des Resonators sind sehr groß.

### Güte der Resonatoren

Da der Güte-Faktor und der Reflexionsfaktor bei Resonanzfrequenz in reziprokem Verhältnis zueinander stehen, weichen auch hier vor allem die Werte bei langem Hals und kleinem Volumen der Resonatoren ab. Auch wenn der Trend der Kurven ähnliche Richtungen aufweisen, lassen sich aus den Simulationsergebnissen keine verlässlichen Aussagen treffen über das praktische Verhalten der Resonatoren.

## Zusammenfassung

Die Anwendung des thermoakustischen Modules von Comsol Multiphysics ermöglicht es, thermo-viskose Vorgänge an Grenzschichten mit in die Berechnung einzubeziehen. Praktische Messungen insbesondere des Güte-

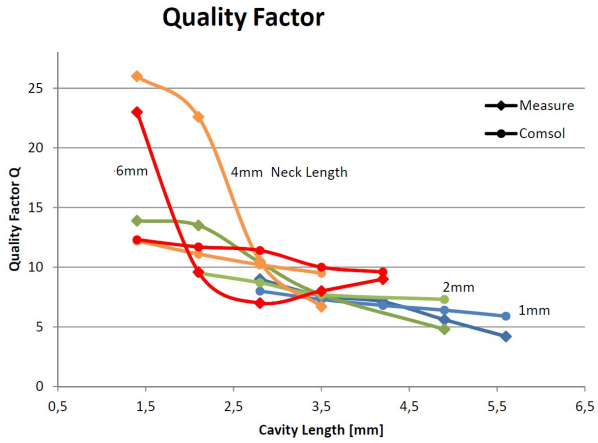


**Abbildung 7:** Güte der Resonatoren, gemessen und numerisch berechnet.

Faktors führen jedoch gerade bei langen Hälsen und kleinen Volumina der Resonatoren – also dann, wenn die akustisch wirksame Grenzschicht relativ lang ist – zu teilweise erheblichen Abweichungen. Eine Aussage, ob die Abweichungen an fehlerhaften Messungen oder an ungeeigneten Simulationsumgebungen liegen, lässt sich derzeit nicht treffen.

## Literatur

[1] Lawrence E. Kinsler et. al. *Fondamentals of Acoustics.* John Wiley & Sons, Inc., 1999.

[2] Daniel O. Ludwigsen. Better understanding of resonance through modeling and visualization. In *Comsol Users Conference Boston*, 2006.

[3] Comsol Multiphysics GmbH, Germany. `www.comsol.com`.

[4] T. Merkel. Investigations to small-sized helmholtz resonators and numerical simulation considering thermoacoustics effects. In *Forum Acousticum*, Krakow 2014.

[5] D. T. Blackstock. *Fundamentals of Physical Acoustics.* John Wiley and Sons, 2000.

[6] *Bestimmung des Schallabsorptionsgrades und der Impedanz in Impedanzrohren, Teil 2.* DIN EN ISO 10534-2, 2001.