

Untersuchung von akustischen Membran-Metamaterialien mit einstellbaren akustischen Eigenschaften

Felix Langfeldt^{1*}, Wolfgang Gleine¹, Otto von Estorff²

¹ Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 20099 Hamburg, Deutschland

² Technische Universität Hamburg-Harburg, 21073 Hamburg, Deutschland

* E-mail: felix.langfeldt@haw-hamburg.de

Einleitung

Die zunehmenden Anforderungen an die Umweltverträglichkeit und Effizienz zukünftiger Flugzeuggenerationen machen den Einsatz neuartiger Triebwerkstechnologien notwendig. Bereits seit den 60er Jahren sind die so genannten gegenläufigen Propellertriebwerke als Technologie mit einem hohen Potenzial der Treibstoffersparnis bekannt. Der Effizienz dieser Triebwerke steht jedoch eine starke Lärmentwicklung gegenüber, die sich im Vergleich zum Lärm der heutzutage verwendeten Turbofan-Triebwerke darin unterscheidet, dass im tieffrequenten Bereich zwischen 100 und 200 Hz dominante Töne auftreten, die Spitzenpegel von bis zu 150 dB erreichen können [1, 2]. Dieser Schall pflanzt sich von den Triebwerken bis in die Kabine hinein fort und wird – insbesondere wegen des ausgeprägten tonalen Charakters bei tiefen Frequenzen – von den Passagieren und der Besatzung als sehr unangenehm empfunden.

Eine Möglichkeit, die Ausbreitung des Triebwerkslärms in die Kabine zu verringern, ist die Montage eines geeigneten Lärmschutzschildes auf die Flugzeugrumpfaußenhaut im Bereich der Triebwerke. Konventionelle Lärmschutzmaßnahmen, wie z. B. Einfach- oder Doppelwandkonstruktionen, weisen jedoch aufgrund des Massegesetzes und der Doppelwandresonanzfrequenz im tiefen Frequenzbereich ein ineffizientes Schalldämmverhalten auf. Die für eine hohe Schalldämmung bei tiefen Frequenzen erforderlichen Massen und/oder Bauhöhen dieser Maßnahmen sind für eine Anwendung am Flugzeug ungeeignet. Aus diesem Grund ist die Entwicklung von effizienten Lärmschutzmaßnahmen mit hoher Dämmung von tieffrequentem, tonal geprägten Lärmschall notwendig [3].

Eine Doppelwand mit zusätzlichen Ebenen aus so genannten akustischen Membran-Metamaterialien ist eine mögliche Lösung dieses Problems [4, 5]. Akustische Membran-Metamaterialien bestehen aus einer dünnen, vorgespannten Membran, auf der eine kleine, vergleichsweise steife Masse befestigt ist (s. Abb. 1). Dieser Aufbau führt aufgrund von Resonanzeffekten in einem schmalbandigen Frequenzbereich zu einer sehr hohen Schalldämmung, die das korrespondierende Massegesetz deutlich übersteigt [6]. Dieser Frequenzbereich kann a-priori eingestellt werden, indem – ähnlich wie bei einem Feder-Masse-System – bei der Fertigung der Membran-Metamaterialien eine geeignete Kombination aus Membranspannung und Zusatzmasse gewählt wird. Diese vor-

ab gewählte Konfiguration kann nach dem Einbau jedoch nicht mehr geändert werden. Dies ist insbesondere dann problematisch, wenn sich die äußeren Betriebsbedingungen ändern: Beispielsweise ist es während des Fluges möglich, dass sich die Rotordrehzahlen der Triebwerke ändern und damit die Frequenzen der Grundtöne verschieben können. Außerdem können die starken Temperaturänderungen in den verschiedenen Flughöhen (bis zu $-60\text{ }^{\circ}\text{C}$) aufgrund von Wärmedehnungseffekten zu Änderungen in der Membranspannung führen, was eine Veränderung der Eigenfrequenzen und somit eine Verschiebung des schmalbandigen Maximums im Schalldämmmaß der Membran-Metamaterialien zur Folge hat. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, die akustischen Eigenschaften von Membran-Metamaterialien im Betrieb anzupassen, um auf diese veränderlichen äußeren Bedingungen reagieren zu können.

Hiefür haben Chen et al. [7] ein Membran-Metamaterial mit aktiv einstellbarer Vorspannung und somit einstellbaren Eigenfrequenzen vorgeschlagen. Die Spannungsänderung erfolgt über ein äußeres, gradientenbehaftetes Magnetfeld, das die mechanische Spannung innerhalb eines magnetorheologischen Elastomers beeinflusst. Dieser Aufbau erfordert jedoch den Einsatz eines vergleichsweise massiven Permanentmagneten, was für gewichtskritische Anwendungsfälle nicht sinnvoll ist. Aus diesem Grund wird in dem vorliegenden Beitrag ein alternativer Weg zur Einstellung der Eigenfrequenzen vorgeschlagen, der ohne schwere Zusatzstrukturen auskommen kann.

Einstellung der Eigenfrequenzen

Es ist bekannt, dass sich die Eigenfrequenzen einer Struktur verändern, wenn diese Struktur nichtlinear verformt wird. Diese Form der nichtlinearen Versteifung kann ausgenutzt werden, um die akustischen Eigenschaften der Membran-Metamaterialien zu beeinflussen. Im vorliegenden Beitrag erfolgt dies über eine stati-

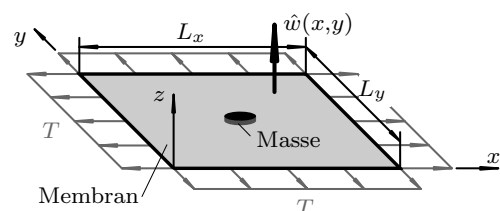


Abbildung 1: Aufbau und Geometrie eines rechteckigen Membran-Metamaterials.

sche Druckdifferenz Δp_0 , die gegenüber dem Umgebungsdruck p_0 innerhalb einer Luftkammer auf zwei Membran-Metamaterialien mit verschiedenen großen aufgebracht Massen M_1 und M_2 wirkt (s. Abb. 2). Die Druckdifferenz kann z. B. über eine Druckluftleitung aus der Klimaanlage des Flugzeugs aufgebracht werden.

Bei moderaten nichtlinearen Verformungen kann angenommen werden, dass der Zusammenhang zwischen den Eigenfrequenzen im belasteten und unbelasteten Fall f_i und \bar{f}_i für jede Eigenmode i gleich sei [9]:

$$f_i(\Delta p_0) \approx \phi(\Delta p_0) \bar{f}_i, \quad (1)$$

mit der Frequenzverschiebungsfunktion $\phi(\Delta p_0)$. Um diese Annahme zu prüfen und einen Zusammenhang für die Frequenzverschiebungsfunktion $\phi(\Delta p_0)$ zu erhalten, wurden numerische Simulationen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode durchgeführt. Das numerische Modell besteht aus einem rechteckigen Membran-Metamaterial, wie in Abb. 1 zu sehen, mit einer Kantenlänge von $L_x = L_y = 50$ mm. Das Membranmaterial ist Polyetherimid (PEI) mit einer Flächenmasse von $m''_m = 31,75$ g/m² und einer mechanischen Vorspannkraft pro Längeneinheit von $T = 160$ N/m. Die scheibenförmige Zusatzmasse mit einem Durchmesser von $D_M = 10$ mm ist mittig auf der Membran aufgebracht und besitzt eine Masse von $M = 2,5$ g. Die Kanten der Membran werden als gelenkig gelagert betrachtet.

In der Simulation wird die geometrische Nichtlinearität der Membran aufgrund der großen Verformungen mit Hilfe eines iterativen Lastschrittverfahrens berücksichtigt. Am Ende dieses Verfahrens wird mit Hilfe der Perturbationsmethode die differentielle Steifigkeitsmatrix der nichtlinear verformten Struktur bestimmt, aus der sich dann die Eigenmoden des druckbeaufschlagten Membran-Metamaterials berechnen lassen.

Die Eigenfrequenzen des betrachteten Membran-Metamaterials wurden für Druckdifferenzen von $\Delta p_0 = 0$ bis 6400 Pa bestimmt. Die maximalen Spannungen in der Membran lagen für alle betrachteten Druckdifferenzen unterhalb der Streckgrenze des Membranmaterials, so dass von einer elastischen Verformung ausgegangen werden kann. Die errechneten Eigenfrequenzen der ersten beiden symmetrischen Moden des Membran-Metamaterials sind in Abb. 3 aufgetragen. Die oben getroffene Annahme, dass sich die Eigenfrequenzen bei Bedruckung der Membran um den gleichen Faktor verschieben, wird in Abb. 3 in guter

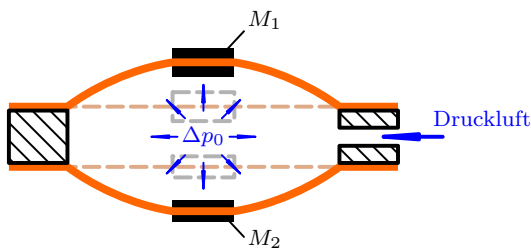


Abbildung 2: Aufbau eines Doppel-Membran-Metamaterials mit über Druckluft einstellbaren Eigenfrequenzen.

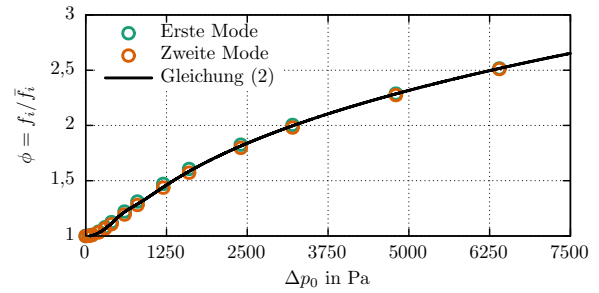


Abbildung 3: Ergebnisse der numerischen Simulation und Verlauf der Korrelationsfunktion in Gl. (2) für die Eigenfrequenzverschiebung ϕ bei gegebener Druckdifferenz Δp_0 .

Näherung bestätigt. In [9] wurde gezeigt, dass sich die Eigenfrequenzen einer durch einen konstanten Druck nichtlinear belasteten Kreismembran proportional zu $\sqrt[3]{\Delta p_0}$ verhalten. Diese Abhängigkeit gilt auch im Falle der hier betrachteten Membran-Metamaterialien für große Druckdifferenzen, siehe Abb. 3. Bei sehr niedrigen Druckdifferenzen ist die Abhängigkeit der Eigenfrequenzen jedoch nahezu quadratisch bezogen auf Δp_0 . Die Frequenzverschiebungsfunktion ϕ kann demnach folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\phi = (1 - \epsilon) (a_1 \Delta p_0^2 + 1) + \epsilon a_2 \sqrt[3]{\Delta p_0}, \quad (2)$$

mit einer Schalterfunktion ϵ , die im quadratischen Bereich gleich Null und im Bereich $\phi \sim \sqrt[3]{\Delta p_0}$ gleich Eins ist. Die Koeffizienten a_1 und a_2 sowie die Funktion ϵ können mit einer Ausgleichsrechnung bestimmt werden. Sie ergeben sich im hier betrachteten Fall zu $a_1 = 8,44 \times 10^{-7}$ 1/Pa² und $a_2 = 0,136$ 1/ $\sqrt[3]{\text{Pa}}$ sowie

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{\Delta p_0 - 584,4 \text{ Pa}}{205,4 \text{ Pa}} \right) \right). \quad (3)$$

Die resultierende Ausgleichskurve (2) ist in Abb. 3 im Vergleich mit den numerischen Daten aufgetragen. Dieser Ausdruck für die Frequenzverschiebung ϕ kann benutzt werden, um die Eigenfrequenzen des Membran-Metamaterials über Δp_0 einzustellen.

Einstellung des Schalldämmmaß

Um von der Einstellbarkeit der Eigenfrequenzen auf eine Einstellbarkeit des Schalldämmmaß eines Membran-Metamaterials zu schließen, müssen zusätzliche Betrachtungen durchgeführt werden. In [8] wurde gezeigt, dass die Frequenzen f_P , in denen das Schalldämmmaß eines Membran-Metamaterials ein lokales Maximum aufweist, im ungedämpften Fall folgendermaßen mit den Eigenmoden des Membran-Metamaterials zusammenhängen:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i}{f_i^2 - f_P^2} \stackrel{!}{=} 0. \quad (4)$$

Darin ist A_i das von der Eigenform abhängige Residuum der i -ten Eigenmode. Für den unbedruckten Fall ($\Delta p_0 = 0$) seien das Residuum mit \bar{A}_i und die Peak-Frequenzen mit \bar{f}_P gegeben. Falls die Drucklast $\Delta p_0 = 0$ nur moderate nichtlineare Verformungen des Membran-Metamaterials hervorruft, kann angenommen werden,

dass sich die Eigenformen des Membran-Metamaterials nicht signifikant ändern, d. h. $A_i(\Delta p_0) \approx \bar{A}_i$. Mit dieser Annahme und dem Zusammenhang in Gl. (1) folgt aus Gl. (4), dass die Peak-Frequenzen f_P der gleichen Frequenzverschiebung folgen wie die Eigenfrequenzen:

$$f_P(\Delta p_0) \approx \phi(\Delta p_0) \bar{f}_P. \quad (5)$$

Das Schalldämmmaß eines Membran-Metamaterials kann, wie in [8] gezeigt, für senkrechten Schalleinfall und niedrige Frequenzen, bei denen die akustische Wellenlänge größer als die Membranabmessungen ist, mit Hilfe der effektiven Flächenmasse $\tilde{m}'' = \hat{P}/(-\omega^2 \langle \hat{w} \rangle)$ berechnet werden. Darin ist \hat{P} die Druckamplitude der einfallenden ebenen Schallwelle und $\langle \hat{w} \rangle$ die flächengemittelte Schwingungsamplitude des Membran-Metamaterials. Daraus kann das Schalldämmmaß mit Hilfe des bekannten Massegesetzes unter Verwendung der (i. A. frequenzabhängigen und komplexen) effektiven Flächenmasse \tilde{m}'' berechnet werden.

Zwischen \tilde{m}'' und den Eigenmoden des Membran-Metamaterials besteht der Zusammenhang [8]

$$\tilde{m}''(f) \sim \frac{1}{f^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i}{f_i^2 - f^2}}. \quad (6)$$

Mit den obigen Annahmen, dass für die Eigenmoden der bedruckten Membran $f_i(\Delta p_0) \approx \phi(\Delta p_0) \bar{f}_i$ und $A_i(\Delta p_0) \approx \bar{A}_i$ gilt, ist demnach

$$\tilde{m}''(f) \sim \frac{1}{f^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{A}_i}{\phi^2 \bar{f}_i^2 - f^2}}. \quad (7)$$

Folglich müssen zur Berechnung des Schalldämmmaß eines bedruckten Membran-Metamaterials lediglich die Eigenmoden der Membran bei $\Delta p_0 = 0$ und der Wert der Frequenzverschiebungsfunktion ϕ , z. B. entsprechend Gl. (2), bekannt sein.

Um dies zu überprüfen wurden zunächst Finite-Elemente-Simulationen mit Fluid-Struktur-Kopplung für das Membran-Metamaterial, welches bereits im vorherigen Abschnitt betrachtet wurde, durchgeführt. Der prinzipielle Aufbau des Gesamtmodells ist in Abb. 4 dargestellt, mit zwei Kavitäten der Länge $L_F = 50$ mm an jeder Seite der Membran. Die Seitenflächen der Kavitäten sind als schallhart und die freien Enden als voll absorbierend festgelegt, um Bedingungen wie in einem Impedanzrohr zu erzeugen. Die Kennimpedanz der Luft beträgt in allen Kavitäten $Z_0 = 136,5$ kg/m²s, was einer Reiseflughöhe von ca. 35.000 ft entspricht. Die hier betrachteten statischen Druckdifferenzen Δp_0 betragen weniger als 5 % des Umgebungsdrucks – die Impedanz Z_0 kann deshalb als nahezu konstant in allen Kavitäten angenommen werden. Auf der linken Seite des Membran-Metamaterials wird die statische Druckdifferenz Δp_0 aufgebracht. Die nichtlineare Verformung der Membran wurde mit dem gleichen Verfahren wie bei den Eigenfrequenzen bestimmt und im Anschluss daran erfolgte, unter Berücksichtigung der differentiellen Steifigkeitsmatrix, die Berechnung der Frequenzantwort des Systems bei harmonischer Anregung der Membran mit einer

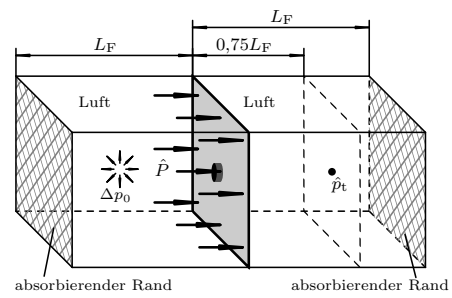


Abbildung 4: Aufbau des Finite-Elemente-Modells zur Berechnung des Schalldämmmaß eines einzelnen Membran-Metamaterials.

Druckamplitude \hat{P} . Aus der Frequenzantwort wurde über einen Feldpunkt in der rechten Kavität die Druckamplitude \hat{p}_t der durch das Membran-Metamaterial transmittierten Schallwelle ermittelt. Das Schalldämmmaß errechnet sich dann aus $TL = 20 \log |\hat{P}| / (2 |\hat{p}_t|)$. Die Ergebnisse der analytischen Rechnungen nach Gl. (7) und der Finite-Elemente-Simulationen sind in Abb. 5 für die Druckdifferenzen $\Delta p_0 = 0$ und 600 Pa dargestellt. Im unbedruckten Zustand stimmen die analytisch berechneten und die simulierten Schalldämmmaße hervorragend überein. Für $\Delta p_0 = 600$ Pa sieht man, dass die analytische Rechnung und die Simulation im Bereich der Eigenfrequenzen sehr gut übereinstimmen, während die erste Peak-Frequenz im analytischen Modell um etwa 6 % überschätzt wird. Dies zeigt, dass die oben getroffene Annahme bezüglich der Eigenfrequenzen (zumindest im tiefrequenten Bereich) sinnvoll ist, während die Residuen A_i doch eine gewisse Abhängigkeit von der Druckdifferenz aufweisen. In erster Näherung ist die hier vorgestellte analytische Methode jedoch von akzeptabler Genauigkeit.

Abschließend wurde der Doppelwandaufbau aus [4, 5] mit dem hier vorgestellten Doppel-Membran-Metamaterial untersucht. Der prinzipielle Aufbau des Finite-Elemente-Modells ist in Abb. 6 dargestellt. Das Doppel-Membran-Metamaterial befindet sich zwischen zwei Einfachwänden mit den Flächenmassen $m_1'' = 13,5$ kg/m² und $m_4'' = 5,4$ kg/m². Die Abstände der einzelnen Ebenen betragen $d_{12} = 2d_{23} = d_{34} = 20$ mm und die Zusatzmassen auf den Membranen sind $M_2 = 2,5$ g bzw. $M_3 = 1,5$ g. Die statische Druckdifferenz Δp_0 wird in der Kavität zwischen den beiden Membran-Metamaterialien aufgebracht. Das numerische Verfahren ist identisch zu

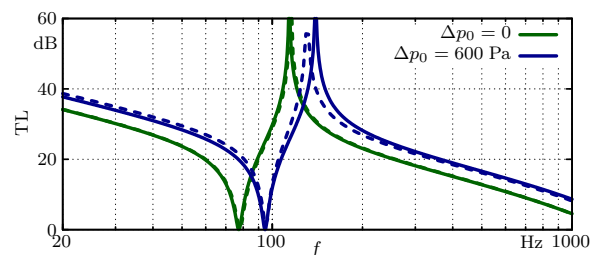


Abbildung 5: Schalldämmmaß des einzelnen Membran-Metamaterials mit $M = 2,5$ g bei verschiedenen Druckdifferenzen aus der analytischen Rechnung mit Gl. (7) (durchgezogen) und dem Finite-Elemente-Modell (gestrichelt).

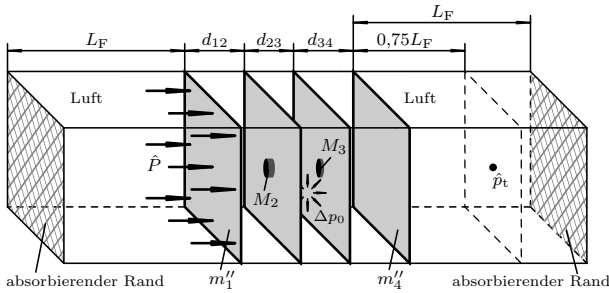


Abbildung 6: Aufbau des Finite-Elemente-Modells zur Berechnung des Schalldämmmaßes eines Doppelwandaufbaus mit eingebrachtem Doppel-Membran-Metamaterial.

dem bei der Einzelmembran verwendeten Verfahren. Bei der analytischen Rechnung des mehrlagigen Aufbaus in Abb. 6 wurde die Transfer-Matrix-Methode nach [4] unter Berücksichtigung der effektiven Flächenmasse in Gl. (7) angewendet.

Das numerisch und analytisch bestimmte Schalldämmmaß dieses Aufbaus ist in Abb. 7 für die Druckdifferenzen $\Delta p_0 = 0$ und 600 Pa dargestellt. Für den unbedruckten Fall ist auch hier eine hervorragende Übereinstimmung zwischen dem analytischen und dem Simulationsmodell zu erkennen. Zwischen 100 und 200 Hz befinden sich zwei Maxima, die durch die Schalldämm-Peaks der beiden Membran-Metamaterialien erzeugt werden. Bei $\Delta p_0 = 600$ Pa werden beide Peaks, wie bereits im Falle der Einzelmembran in Abb. 5 beobachtet, um den gleichen Faktor verschoben. Auch in diesem Fall ist zu sehen, dass die analytische Methode die Peak-Frequenzen beider Membranschichten bei $\Delta p_0 = 600$ Pa um etwa 6 % überschätzt. Dies kann, wie bereits für die Einzelmembran diskutiert, den getroffenen Annahmen zugeordnet werden.

Insgesamt zeigen die hier vorgestellten Ergebnisse, dass die vorgeschlagene Doppel-Membran-Metamaterial-Struktur mit Druckluftregelung gut für die Anpassung des Schalldämmmaßes einer Schallschutzmaßnahme bei veränderlichen Tönen im Lärmspektrum oder veränderlicher Spannung des Membranmaterials geeignet ist. Vorteilhaft gegenüber bisheriger Ansätze (z.B. [7]) ist, dass die hier vorgeschlagene Struktur keine besonderen Anforderungen an das Membranmaterial oder die elektrische Infrastruktur stellt. Es ist lediglich ein Anschluss

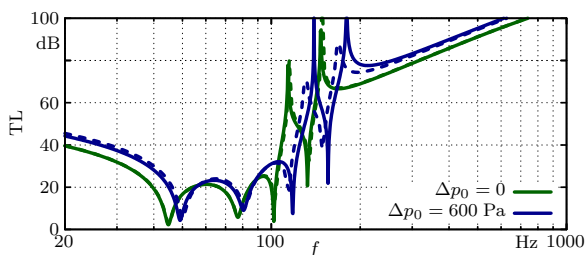


Abbildung 7: Schalldämmmaß des Doppelwandaufbaus mit eingebautem Doppel-Membran-Metamaterial bei verschiedenen Druckdifferenzen aus der analytischen Rechnung mit Gl. (7) (durchgezogen) und dem Finite-Elemente-Modell (gestrichelt).

an eine Druckluftregelung nötig, die in Flugzeugen generell vorhanden ist.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des LuFo IV-4-Projekts Comfortable Cabin for Low-Emission Aircraft (COCLEA), gefördert vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie, durchgeführt. Die Autoren danken dem Fördergeber für die finanzielle Unterstützung.

Literatur

- [1] Stuermer, A. und Yin, J.: Installation impact on pusher CROR engine low speed performance and noise emission characteristics. *International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation* 4 (2012), 59–68
- [2] Strack, W. C., Knip, G., Weisbrich, A. L., Godston, J. und Bradley, E.: *Technology and Benefits of Aircraft Counter Rotation Propellers*. NASA TM-82983 (1982)
- [3] Langfeldt, F., Gleine, W. und von Estorff, O.: Low-frequency noise protector concepts for aircraft with counter-rotating open rotor engines. In *Proceedings of the 5th International Workshop on Aircraft System Technologies*, Hamburg (2015)
- [4] Langfeldt, F., Marinova, P., Gleine, W., Lippert, S. und von Estorff, O.: Noise-shield with membrane-type metamaterials for low-frequency sound insulation. Part I: Analytical investigation of the multi-layered assembly. In: *Proceedings of the DAGA 2014*, Oldenburg (2014)
- [5] Marinova, P., Langfeldt, F., Lippert, S., von Estorff, O. und Gleine, W.: Noise-shield with membrane-type metamaterials for low-frequency sound insulation. Part II: Numerical investigation of the full-scale acoustic panel assembly. In: *Proceedings of the DAGA 2014*, Oldenburg (2014)
- [6] Yang, Z., Mei, J., Yang, M., Chan, N. H. und Sheng, P.: Membrane-type acoustic metamaterials with negative dynamic mass. *Physical Review Letters* 101 (2008), 204301
- [7] Chen, X., Xu, X., Ai, S., Chen, H., Pei, Y. und Zhou, X.: Active acoustic metamaterials with tunable effective mass density by gradient magnetic fields. *Applied Physics Letters* 105 (2014), 071913
- [8] Langfeldt, F., Gleine, W. und von Estorff, O.: Analytical model for low-frequency transmission loss calculation of membranes loaded with arbitrarily shaped masses. *Journal of Sound and Vibration* (2015). Zur Veröffentlichung angenommen. doi: 10.1016/j.jsv.2015.03.037
- [9] Plaut, R. H.: Linearly elastic annular and circular membranes under radial, transverse, and torsional loading. Part II: Vibrations about deformed equilibria. *Acta Mechanica* 202 (2009), 101–110