

## Erreichbare Genauigkeit bei der Körperschallprognose mit der „Two-Stage Method“

Albert Vogel<sup>1</sup>, Oliver Kornadt<sup>1</sup>, Volker Wittstock<sup>2</sup>, Werner Scholl<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Technische Universität Kaiserslautern, E-Mail: albert.vogel@bauing.uni-kl.de

<sup>2</sup> Physikalisch-Technische Bundesanstalt Braunschweig

### Einleitung

Haustechnische Anlagen in Wohn- und Bürogebäuden können sehr störend sein, wenn sie Lärm verursachen. Typische Quellen bei haustechnischen Anlagen sind dabei Pumpen, Heizungsanlagen, Gaskompressoren, Lüftungsgeräte oder Klimaanlage. Deshalb ist die Untersuchung der Entstehung von Lärm durch die Ausbreitung von Körperschall vor dem Geräteeinbau sinnvoll und eine Körperschallprognose notwendig. Für die Prognose des sich ausbreitenden Körperschalls ist es aber erforderlich, die Körperschallquelle ausreichend genau zu kennen, was eine gute Quellencharakterisierung erforderlich macht. Körperschallquellen können sehr verschieden hinsichtlich ihres Schwingungsverhaltens und ihrer mechanischen Verbindung zur Empfangsstruktur sein, was ein allgemein anwendbares Charakterisierungsverfahren erforderlich macht.

### Quellencharakterisierung

Die Charakterisierung der Körperschallquellen wurde mit der *Two-stage-method* (TSM) [1] durchgeführt. Die Charakterisierung erfolgt dabei durch die quellspezifischen Parameter Kurzschlusskraft  $F_b$ , freie Schnelle  $v_f$  und Quellmobilität  $Y_s$ .

*Two-stage* bedeutet hier zwei mögliche Bewegungszustände der Quelle: Der Kraftquellen-Zustand und der Schnellequelle-Zustand. Ist die Quelle an einer sehr schweren und steifen Empfangsplatte montiert, liegt der Zustand Kraftquelle vor. Dadurch kann die charakteristische Quellgröße Kurzschlusskraft ermittelt werden. Im Fall der Schnellequelle ist die Körperschallquelle an eine sehr leichte Struktur montiert und die Quellgröße freie Schnelle kann ermittelt werden [2,3,4].

### Körperschalleistungsprognose

Nach der Charakterisierung der Körperschallquelle kann nun mit dem Realteil der Eingangsimpedanz  $Y_r$  des Empfangsbauteils eine Prognose der in das Bauteil eingeleiteten Körperschalleistung  $P_r$  (Leistung im Empfangsbauteil,  $r$  – receiver) durchgeführt werden. Dies erfolgt bei Verwendung von TSM mit Gleichung (1).

$$P_r = |v_f|^2 \cdot \frac{\operatorname{Re}\{Y_r\}}{|Y_s|^2 + |Y_r|^2} \quad [\text{W}] \quad (1)$$

Dabei ist

$$|Y_s| = \frac{v_f}{F_b} = \left| \frac{1}{Z_s} \right| \quad [\text{m/Ns}] \quad (2)$$

mit

$$F_b = \sqrt{\frac{P_{lm}}{\operatorname{Re}\{Y_{lm}\}}} \quad [\text{N}] \quad (3)$$

und

$$v_f = \sqrt{\frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left\{\frac{1}{Y_{hm}^*}\right\}}} \quad [\text{m/s}] \quad (4)$$

$P_{lm}$  – Empfangsplattenleistung auf der schweren Platte,

$lm$  – low mobility

$P_{hm}$  – Empfangsplattenleistung auf der leichten Platte,

$hm$  – high mobility

$Y_{lm}$  – Punktmobilität der schweren Platte

$Y_{hm}$  – Punktmobilität der leichten Platte

### Abschätzung der Genauigkeiten in DIN EN 12354-5 für die Körperschallprognose

In der DIN EN 12354-5:2009 werden für die möglichen Unsicherheiten bei der Körperschallprognose in Gebäuden nur vage Angaben gemacht. So finden sich keine Hinweise darauf, ob die Unsicherheiten aus Tabelle 2 in DIN EN 12354-5 auf Energie- oder Feldgrößen zu beziehen sind.

Für die Bestimmung von charakterisierenden Parametern von beliebigen Körperschallquellen ist eine Unsicherheit von 5 dB angegeben. Für die Prognose der Einleitung und Schallübertragung im Gebäude sind ebenfalls 5 dB als Unsicherheit angegeben, was bei Unabhängigkeit beider Werte zu einem Gesamtfehler von insgesamt 7 dB führt.

Als Maß für die Genauigkeit der hier durchgeführten Quellencharakterisierung dienen die Leistungsdifferenzen zwischen Prognose und Messung auf unterschiedlichen Empfangsplatten. Dadurch wird indirekt geprüft, wie genau die Körperschallquellen charakterisiert wurden.

### Abschätzung der Fehlergrenzen für die prognostizierte Körperschalleistung

Um eine Abschätzung der zu erwartenden Fehlergrenzen für  $P_r$  zu machen, werden die Gleichungen (2-4) in (1) eingesetzt und (1) partiell nach den Variablen  $P_{lm}$ ,  $\operatorname{Re}\{Y_{lm}\}$ ,  $P_{hm}$ ,  $\operatorname{Re}\{1/Y_{hm}^*\}$  und  $Y_r$  abgeleitet und mit den abgeschätzten Größtfehlern  $\Delta P_{lm}$ ,  $\Delta \operatorname{Re}\{Y_{lm}\}$ ,  $\Delta P_{hm}$ ,  $\Delta \operatorname{Re}\{1/Y_{hm}^*\}$  und  $\Delta Y_r$  multipliziert, entsprechend dem Formalismus für die Größtfehlerabschätzung [5]. Dies führt zu folgender Gleichung (5). Für die hier durchgeführte Abschätzung wurde nur der erste Term der Taylorentwicklung von (1) verwendet. Für eine genauere

Fehlerabschätzung müssen bei Schwankungen der Messgröße, die nicht klein gegenüber dem Messwert sind, weitere Glieder der Taylorreihenentwicklung zur Berechnung des Größtfehlers verwendet werden.

$$\Delta P_r = \frac{2 \cdot \left| \frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} \right| \cdot |Y_r| \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{\frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}}}} \right| \cdot \left( \frac{\Delta P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} + \frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)^2} \cdot \Delta \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right) \right)}{\left| \frac{V_f}{F_b} \right|^2 + |Y_r|^2} + \frac{\left| \frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} \right|^2 \cdot |Y_r| \cdot 2 \cdot \left| \frac{V_f}{F_b} \right| \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{\frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}}}} \right| \cdot \left( \frac{\Delta P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} + \frac{|P_{hm}| \cdot \Delta \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)^2} \right)}{\left( \left| \frac{V_f}{F_b} \right|^2 + |Y_r|^2 \right)^2} + \frac{\left| \frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} \right| \cdot \left| \frac{1}{\sqrt{\frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}}}} \right| \cdot \left( \frac{\Delta P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} + \frac{|P_{hm}| \cdot \Delta \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)^2} \right)}{\left| \frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} \right|} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}}}} \cdot \left( \frac{\Delta P_{hm}}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)} + \frac{|P_{hm}| \cdot \Delta \operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{Y_{hm}^*}\right)^2} \right)}{\left( \left| \frac{V_f}{F_b} \right|^2 + |Y_r|^2 \right)^2} + \frac{P_{hm} \cdot \left( \left( \frac{V_f}{F_b} \right)^2 - Y_r^2 \right)}{\left( \left( \frac{V_f}{F_b} \right)^2 + Y_r^2 \right)^2} \quad [W] \quad (5)$$

Mit Gleichung (5) können die Auswirkungen von zu erwartenden Ungenauigkeiten durch fehlerbehaftete Eingangsgrößen auf die Leistungsprognose abgeschätzt werden. Es sei angemerkt, dass aufgrund des unbekanntes Fehlers der Variablen nicht die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet wurde, die einen kleineren Gesamtfehler liefert. Deshalb ist hier der zu erwartende Größtfehler abgeschätzt worden.

Als fehlerbehaftete Größen wurden zum einen die gemessenen Empfangsplattenleistungen  $P_{lm}$  und  $P_{hm}$  gewählt. Die Variation dieser Größen steht hier für die abgeschätzte Ungenauigkeit der Leistungsmessung auf den Empfängern mit der Empfangsplattenmethode. Zum anderen wurden die Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Empfängeradmittanzen  $\operatorname{Re}\{Y_{lm}\}$  und  $|Y_r|$  sowie von  $\operatorname{Re}\{1/Y_{hm}^*\}$  abgeschätzt. Für diese Untersuchung wird angenommen, dass  $\operatorname{Re}\{Y_r\} = |Y_r|$  ist, was für unendliche Platten nach [6] auch gilt. Für die Berechnung von  $P_r$  wird im Zähler  $\operatorname{Re}\{Y_r\}$  verwendet.

Die relative Variation der Eingangsgrößen wurde wie folgt vorgenommen: Während eine Größe in 25%-Schritten von 0 bis 200 % Abweichung variiert wurde (graue Kurvenschar in Abb. 1), sind alle anderen Variablen mit 0, 25 oder 50% Abweichung konstant gehalten worden (hell-, mittel- und dunkelgrau in Abb. 1). Für Leistungs- und Impedanzgrößen entsprechen 25 % Veränderung ca. 1 dB, 50% ca. 2 dB und 200 % ca. 5 dB in Pegelschreibweise.

Für die Abschätzung der Größtfehler wurde exemplarisch für eine charakterisierte Quelle die Leistung auf einer Empfangsplatte berechnet und gemessen. Abb. 1 zeigt die prognostizierte Leistung (blaue Kurven) mit den dazugehörigen Fehlergrenzen (graue Kurven) sowie die tatsächlich auf der Empfangsplatte gemessene Leistung (rote Kurve).

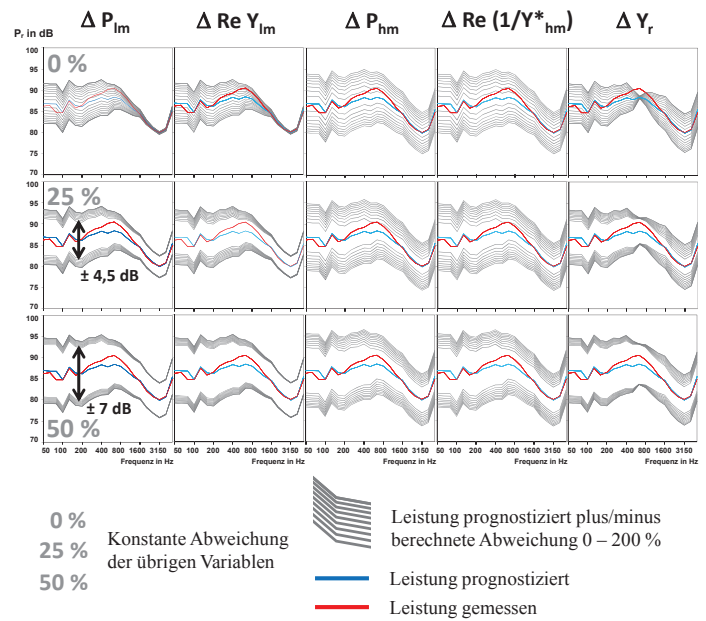


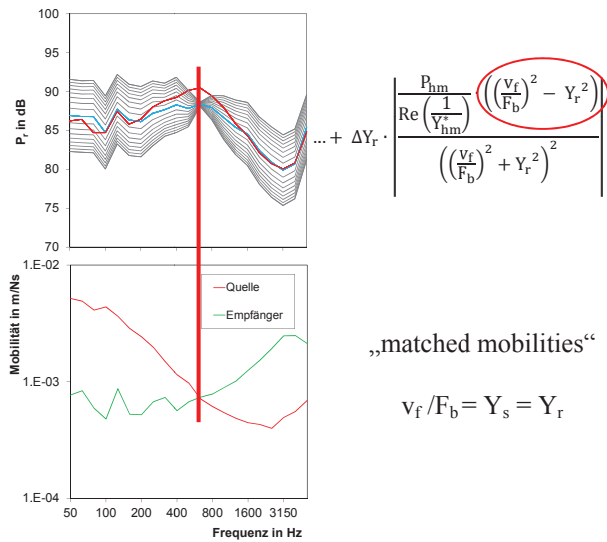
Abbildung 1: Unterschiede in dB (ref.  $P_0=10^{-12}$  W) zwischen gemessener (rot) und prognostizierter (blau) Körperschallleistung  $P_r$  mit Fehlergrenzen (grau) bei Variation der Unsicherheiten der Eingangsgrößen.

Die Fehlergrenze für die prognostizierte Leistung nimmt mit größer werdenden Ungenauigkeiten der Eingangsgrößen zu. Den Einfluss auf  $P_r$  einzelner Größen zeigt die erste Reihe Diagramme in Abb. 1, wobei die Variationen von  $\operatorname{Re}\{1/Y_{hm}^*\}$  und  $P_{hm}$  größere Schwankungen für  $P_r$  als die restlichen Eingangsgrößen bewirken, was anhand der größeren Fehlergrenzen im Diagramm erkennbar ist. Werden alle Eingangsgrößen um 25 % (1 dB) variiert, ergibt sich ein Größtfehler für  $P_r$  von ca. 4,5 dB, für 50 % (2 dB) Variation ca. 7 dB im unteren Frequenzbereich. Im oberen Frequenzbereich sind die Fehlergrenzen etwas kleiner.

Gelänge es also, alle oben genannten Eingangsgrößen für die Körperschallleistungsprognose pro Terzbänder mit nur 1 dB Messunsicherheit zu bestimmen, ergäbe das für den Fehler der prognostizierten Leistung ein Intervall von ca.  $\pm 4,5$  dB. Dies entspricht in etwa dem Wert aus DIN EN 12354-5:2009 für die erreichbare Genauigkeit bei der Körperschallleistungsbestimmung.

### Matched mobilities

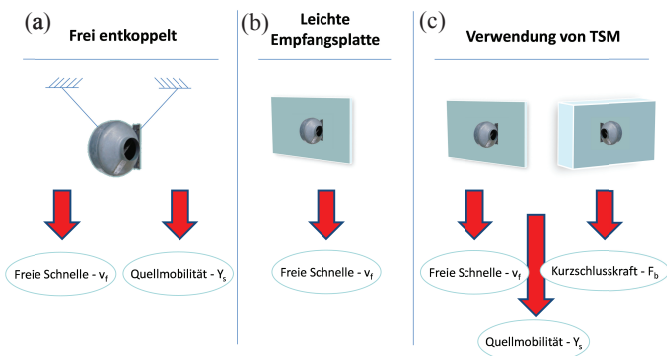
An dieser Stelle sei auf das Diagramm in Abb. 2 hingewiesen, in dem die Fehlergrenzen für mittlere Terzbänder sehr klein werden. Für diese Terzbänder sind die Quell- und Empfänger mobilität fast gleich, was nach (5) für die Gesamtunsicherheit bedeutet, dass sie minimal wird bzw. der entsprechende Term (Abb. 2) verschwindet. Für diesen Zustand der „matched mobilities“ ist die in die Empfängerstruktur eingeleitete Körperschallleistung durch eine Körperschallquelle maximal. Gerade für dieses Mobilitätenverhältnis ist die Anwendung von TSM vorgesehen, wenn die Quelle keine reine Kraft- oder Schnellequelle darstellt.



**Abbildung 2:** „matched mobilities“-Zustand, Quell- und Empfangsmobilität sind gleich, Leistungseinleitung ist maximal (oberes Diagramm aus Abb. 1 oben rechts).

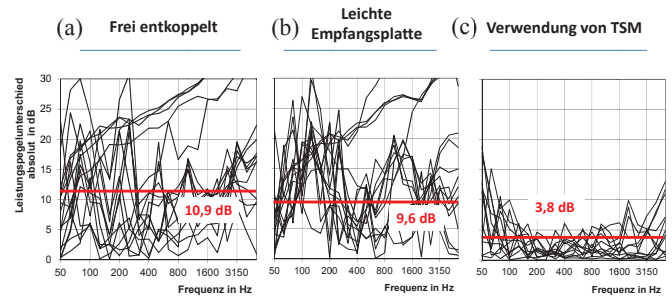
### Experimentelle Bestimmung der charakteristischen Quellgrößen

Die charakteristischen Quellgrößen  $v_f$ ,  $F_b$  und  $Y_s$  werden auf drei verschiedenen Wegen bestimmt: (a) Quelle frei entkoppelt, (b) Quelle an leichter Empfangsplatte montiert, (c) TSM. Für (a) wurde direkt an den Koppelpunkten der Quelle die freie Schnelle gemessen sowie mit einem Shaker die Quellimpedanz. Bei (b) wurde direkt neben den Kontaktpunkten der Quelle an der sehr leichten Platte die freie Schnelle gemessen. Die zusätzlich für die Leistungsprognose erforderliche Quellimpedanz wurde für (b) nach (a) bestimmt.



**Abbildung 3:** Verschiedene Verfahren zur Bestimmung der charakteristischen Quellgrößen Kurzschlusskraft  $F_b$ , freie Schnelle  $v_f$  und Quellmobilität  $Y_s$ .

Mit den ermittelten Quellgrößen wurde eine Leistungsprognose durchgeführt die mit der tatsächlich auf der Platte vorhandenen Leistung verglichen wurde. An den Mittelwerten der Leistungsunterschiede zeigt sich, dass die beste Übereinstimmung für die Quellencharakterisierung mit TSM zu erreichen ist (Abb. 4). Im Vergleich zu den Methoden nach (a) 10,9 dB und (b) 9,6 dB ist der mittlere, absolute Leistungsunterschied für (c) TSM mit 3,8 dB bedeutend geringer. Für den mittleren Frequenzbereich ist der mittlere Leistungsunterschied noch etwas kleiner.



**Abbildung 4:** Absolute Unterschiede zwischen gemessener und prognostizierter Körperschallleistung auf Empfangsplatten bei unterschiedlichen Verfahren zur Bestimmung der charakteristischen Quellgrößen.

Im Vergleich zu der in DIN EN 12354-5 angegebenen Unsicherheit von 5 dB für die Ermittlung der Eingangsdaten für eine Körperschallprognose scheint dies mit TSM genauer möglich zu sein. Ein direkter Vergleich der Werte ist nicht möglich, da in DIN EN 12354-5 keine näheren Angaben vorhanden sind.

### Zusammenfassung

Es wurde eine Abschätzung des Größtfehlers für die Körperschallleistungsprognose nach Gleichung (1) durchgeführt. Für eine Unsicherheit pro Eingangsgröße von 1 dB ergeben sich Fehlergrenzen für die Leistungsbestimmung von  $\pm 4,5$  dB. Messungen mit TSM ergeben eine mittlere Abweichung zwischen Prognose und Messung der Empfangsleistung von  $\pm 3,8$  dB. Betrachtet man diesen Wert als Maß für die erreichbare Genauigkeit von TSM für die Körperschallquellencharakterisierung, so ist er kleiner als der in DIN EN 12354:5 zur Fehlerabschätzung für beliebige Quellen angegebene Wert von 5 dB.

### Literatur

- [1] Gibbs, B.M.; Qi N.; Moorhouse A. T.: A practical characterisation for vibro-acoustic sources in buildings. Acta Acoustica united with Acustica, 93 (2007), 84-93.
- [2] Vogel, A.; Wittstock, V.; Kornadt, O.; Scholl, W.: Anwendung des Zwei-Plattenverfahrens zur Charakterisierung von Körperschallquellen. In Proceedings DAGA (2014) Oldenburg, 256-257.
- [3] Vogel, A.; Wittstock, V.; Kornadt, O.; Scholl, W.: Application of the two-stage method on the characterization of different structure-borne sound sources and a moment actor. In: Proceedings Internoise (2013) Innsbruck, Austria, p.1160.
- [4] Vogel, A.; Wittstock, V.; Kornadt, O.; Scholl, W.: Measurement and prediction of structure-borne sound power in plate-shaped building elements. In: Proceedings Internoise (2012) New York, USA, p.938.
- [5] Cremer, L.; Heckel, M.: Körperschall Physikalische Grundlagen und technische Anwendungen, Springer Verlag Berlin (1996).
- [6] Demtröder, W.: Experimentalphysik I, Springer Verlag Berlin (2006).