

# Parameteridentifikation von Brettsperrholz-Elementen mittels Bayesscher Optimierung

Alexander Paolini<sup>1</sup>, Felix Frischmann<sup>1</sup>, Stefan Kollmannsberger<sup>1</sup>, Ernst Rank<sup>1</sup>, Simon Mecking<sup>2</sup>, Christoph Winter<sup>3</sup>, Martin Buchschmid<sup>3</sup>, Gerhard Müller<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Lehrstuhl für Computation in Engineering, TU München, 80333 München, E-Mail: alexander.paolini@tum.de

<sup>2</sup> Labor für Schallmesstechnik, Hochschule Rosenheim, 83024 Rosenheim,

E-Mail: simon.mecking@fh-rosenheim.de

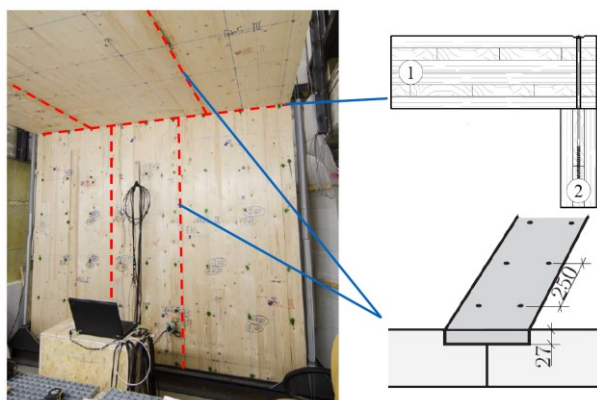
<sup>3</sup> Lehrstuhl für Baumechanik, TU München, 80333 München, E-Mail: christoph.winter@tum.de

## Einleitung

Die Finite Elemente Methode ist im Bereich niedriger Frequenzen ein leistungsstarkes Werkzeug zur schwingungstechnischen Analyse von Konstruktionen aus Brettsperrholz-Elementen. Die der Berechnung zugrundeliegenden Materialparameter werden im vorliegenden Beitrag mittels Bayesscher Optimierung bestimmt. Dabei werden die rechnerisch ermittelten Eigenfrequenzen der untersuchten Struktur den gemessenen angenähert.

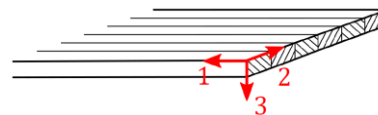
## Systembeschreibung

Die untersuchte Konstruktion ist ein im Holzmassivbau üblicher Decken-Wandanschluss. Die Decke und die Wand sind durch Holzschrauben miteinander verbunden. Beide Bauteile setzen sich jeweils aus drei Brettsperrholz-Elementen zusammen, die durch einseitige Deckbretter und Tellerbauschrauben zusammengefügt sind (siehe Abb. 1) [5].



**Abbildung 1:** Messtechnisch untersuchter Decken-Wandanschluss, Quelle: [5]

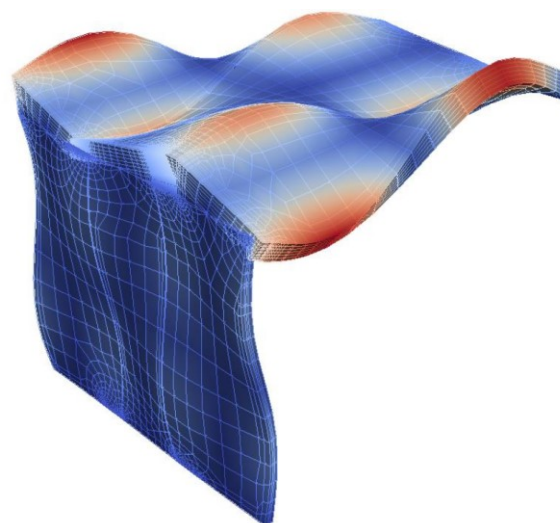
Das FE-Modell wurde mit der Software-Umgebung TUM.GeoFrame [9] erstellt und die Berechnungen wurden mit dem FE-Programm AdhoC [3] durchgeführt. Das Modell besteht aus Hexaeder-Elementen hoher Ordnung [10], die senkrecht zur Bauteilebene in mehreren Lagen angeordnet sind. Diese bilden zum einen die Brettsperrholz-Schichten und zum anderen die Verbindungsstellen ab. Das Material der Brettsperrholz-Schichten wird linear elastisch orthotrop angesetzt, wobei dessen Parameter im lokalen Koordinatensystem nach Abb. 2 definiert sind.



**Abbildung 2:** Lokales Koordinatensystem zur Definition der Materialparameter der Brettsperrholz-Schichten (1: Achse in Faserrichtung, 2: Achse senkrecht zur Faserrichtung und in Plattenebene, 3: Achse senkrecht zur Faserrichtung und senkrecht zur Plattenebene).

Die abweichende Ausrichtung der Fasern in unterschiedlichen Schichten wird berücksichtigt, indem in Abhängigkeit der Lage der finiten Elemente senkrecht zur Plattenebene die zugehörigen Materialparameter den entsprechenden globalen Raumrichtungen zugewiesen werden. Den Elementen, durch welche die Verbindungsstellen nachgebildet werden, wird ein isotropes Material zugeteilt, das in allen Richtungen den gleichen E-Modul besitzt und deren Querdehnzahlen null betragen. Es gibt drei verschiedene Arten von Verbindungsstellen. Diese befinden sich zwischen:

- der Wand und der Decke,
- den Brettsperrholz-Elementen der Wand und
- den Brettsperrholz-Elementen der Decke.



**Abbildung 3:** FE-Modell des Decken-Wand-Anschlusses

Insgesamt sind somit die Werte folgender zwölf Parameter zu bestimmen:

**Tabelle 1:** Materialparameter

$E_1, E_2, E_3$	Elastizitätsmodul der Brettsperrholz-Schichten
$G_{12}, G_{23}, G_{31}$	Schubmoduln der Brettsperrholz-Schichten
$\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}$	Querdehnraten der Brettsperrholz-Schichten
$E_{\text{Wand}}$	Elastizitätsmodul der Verbindungsstellen innerhalb der Wand
$E_{\text{Decke}}$	Elastizitätsmodul der Verbindungsstellen innerhalb der Decke
$E_{\text{Wand-Decke}}$	Elastizitätsmodul der Verbindungsstelle zwischen der Wand und der Decke

Neben diesem FE-Modell wird ebenfalls ein weniger detailliertes betrachtet, in dem die Verbindungsstellen nicht eigens durch spezielle Elemente berücksichtigt werden. In diesem Fall sind nur die Werte der neun Parameter der Brettsperrholz-Schichten zu ermitteln.

## Messung

Der in Abb. 1 dargestellte Decken-Wandanschluss wurde mittels einer Betriebsschwinganalyse untersucht. Hierzu wurde das System an einem einzelnen Punkt harmonisch angeregt, wobei der betrachtete Frequenzbereich zwischen 16 Hz und 200 Hz lag. Die dadurch erzeugten Beschleunigungen  $a$  senkrecht zur Bauteilebene wurden an rasterförmig angeordneten Messpositionen erfasst. Setzt man sie in das Verhältnis zur anregenden Kraft  $F$ , erhält man die Akzeleranzen  $H_{aF}$  als Funktion der Frequenz  $f$ .

$$H_{aF}(f) = \frac{a(f)}{F(f)} \quad [\text{m/s}^2/\text{N}] \quad (1)$$

Aus deren Imaginärteil können schließlich die Eigenfrequenzen und -formen näherungsweise ermittelt werden [5].

Während die Eigenfrequenzen in der durchgeführten Betriebsschwinganalyse gut identifiziert werden können und eine hohe Genauigkeit besitzen, überlagern sich die Eigenformen gegenseitig. Die Beteiligungen der einzelnen Eigenformen an der gemessenen Strukturantwort hängen von den jeweiligen generalisierten Lasten ab. Aus diesem Grund werden die Eigenfrequenzen als Vergleichsgrößen für die Parameteridentifikation genutzt. Die Eigenformen hingegen dienen dazu, die gemessenen und berechneten Eigenfrequenzen einander zuzuordnen.

Außerdem wurde die Rohdichte der Bauteile experimentell bestimmt. Sie beträgt  $450 \text{ kg/m}^3$  [5].

## Optimierung

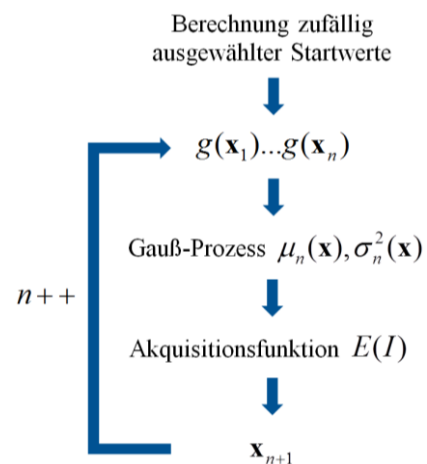
Zweck der Optimierung ist es, diejenigen Parameterwerte zu ermitteln, bei denen die Ergebnisse der Simulation möglichst gut mit denen der Messung übereinstimmen. Hierfür wird

eine Funktion benötigt, die von den Parametern  $\mathbf{x}$  abhängig ist und diese auf einen positiven, skalaren Wert im Sinne einer Norm abbildet. Ferner muss die Minimierung dieser Funktion zur Annäherung an das genannte Ziel führen. Verwendet wird deshalb der quadratische Mittelwert (RMS-Wert) der prozentualen Abweichungen der berechneten Eigenfrequenzen  $f_{\text{sim},i}(\mathbf{x})$  von den gemessenen  $f_{\text{mess},i}$ :

$$g(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( \frac{f_{\text{mess},i} - f_{\text{sim},i}(\mathbf{x})}{f_{\text{mess},i}} \cdot 100 \right)^2} \quad [\%] \quad (2)$$

Dabei ist  $m$  die Anzahl der betrachteten Moden [4].

Die Zielfunktion  $g(\mathbf{x})$  ist im Allgemeinen keine konvexe Funktion, weshalb zur Parameteroptimierung klassische Abstiegsverfahren nicht geeignet sind. Weiterhin ist die Anzahl der Parameter wegen des orthotropen Materialverhaltens von Holz und der mit zusätzlichen Parametern zu berücksichtigenden Verbindungsstellen hoch. Da auch Aspekte des Aufbaus von Brettsperrholz-Elementen wie z.B. die Verleimung durch die Materialparameter abgebildet werden sollen, muss innerhalb großer Wertebereiche gesucht werden. Ein in diesem Fall geeignetes Verfahren ist die Bayessche Optimierung [2], welcher die Annahme zugrunde liegt, dass  $g(\mathbf{x})$  durch einen Gauß-Prozess beschrieben werden kann. Dabei wird das Minimum schrittweise durch Ermittlung einzelner Werte der Zielfunktion  $g(\mathbf{x}_n)$  bestimmt, wobei der jeweils folgende Parametersatz  $\mathbf{x}_{n+1}$  mittels des Gauß-Prozesses und der Akquisitionsfunktion berechnet wird. Diese Funktionen werden bei jedem Schritt aus den bereits bekannten Funktionswerten  $g(\mathbf{x}_1)$  bis  $g(\mathbf{x}_n)$  ermittelt (siehe Abb. 4) [2].

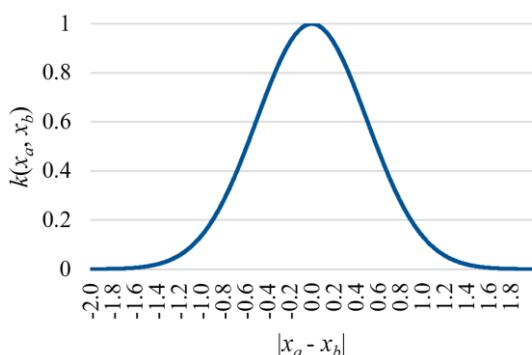


**Abbildung 4:** Ablauf der Bayesschen Optimierung

Mit Hilfe des Gauß-Prozesses wird die Zielfunktion  $g(\mathbf{x})$  angenähert. Er wird durch den Mittelwert  $\mu_n(\mathbf{x})$  und die Varianz  $\sigma_n^2(\mathbf{x})$  beschrieben. Entsprechend den Annahmen liegt somit an jedem Punkt  $\mathbf{x}$  eine normalverteilte Zufallsvariable vor, die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Wert an der dortigen Stelle dem Funktionswert  $g(\mathbf{x})$  entspricht. Diese Zufallsvariablen sind aber nicht unabhängig voneinander. Je näher zwei Punkte  $\mathbf{x}_a$  und  $\mathbf{x}_b$

beieinanderliegen und je ähnlicher die zugehörigen Werte sind, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit eines gemeinsamen Auftretens. Diese Abhängigkeit wird durch die Kovarianzfunktion  $k(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b)$  berücksichtigt. Deren Formulierung kann frei gewählt werden, sie sollte aber für  $\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b$  den Wert 1 annehmen und mit steigendem Abstand  $|\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b|$  verschwinden. In dem vorliegenden Beitrag wird hierfür die exponentielle Kernfunktion nach Gleichung (3) mit einem Hyperparameter  $\theta$  von 0,5 verwendet (siehe Abb. 5).

$$k(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b) = e^{-\frac{1}{2\theta^2}|\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b|^2} \quad [-] \quad (3)$$



**Abbildung 5:** Kovarianzfunktion  $k(x_a, x_b)$  für  $\theta = 0,5$ .  
Quelle: [2]

Durch diese Bedingung ist es möglich den Gauß-Prozess anhand der berechneten Funktionswerte  $g(\mathbf{x}_1)$  bis  $g(\mathbf{x}_n)$  an jedem Punkt  $\mathbf{x}$  zu beschreiben [2]:

$$\mu_n(\mathbf{x}) = \mathbf{k}(\mathbf{x})^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{g} \quad [\%] \quad (4)$$

$$\sigma_n^2(\mathbf{x}) = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}) - \mathbf{k}(\mathbf{x})^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{k}(\mathbf{x}) \quad [-] \quad (5)$$

mit:

$$\mathbf{k}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad [-] \quad (6)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1) & \cdots & k(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_1) & \cdots & k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad [-] \quad (7)$$

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ g(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad [\%] \quad (8)$$

Zur Begrenzung des Rechenaufwandes werden die Gleichungen (4) und (5) nur an einzelnen Stellen  $\mathbf{x}$  ausgewertet, die bei jedem Schritt zufällig bestimmt werden. Bei den

durchgeführten Berechnungen wurde ihre Anzahl auf  $10^6$  beschränkt.

Die Akquisitionsfunktion wird aus dem Gauß-Prozess ermittelt und gibt an, wie lohnend die Berechnung des Funktionswertes an der Stelle  $\mathbf{x}$  ist. Ihr Wert ist umso größer, je höher das Potential ist, dass der bisherige Minimalwert  $g(\hat{\mathbf{x}})$  unterschritten wird. Die Maximierung der Akquisitionsfunktion führt schließlich zur nächsten Stützstelle  $\mathbf{x}_{n+1}$ . Ein hohes Potential kann durch eine große Wahrscheinlichkeit der Unterschreitung oder durch die Möglichkeit einer starken Unterschreitung erreicht werden. Ersteres ist in der Nähe bereits betrachteter Stützstellen der Fall, weil dort die Standardabweichung gering ist. Dadurch wird eine lokale Optimierung bewirkt. Letzteres kann hingegen auch in kaum erkundeten Bereichen vorliegen, in denen die Standardabweichung hoch ist, womit eine globale Suche nach dem Optimum ermöglicht wird. Es gibt verschiedene Ansätze für die Akquisitionsfunktion. Der hier verwendete ist der Erwartungswert der Verbesserung  $E(I)$ . Die Verbesserung  $I$  ist ein weiterer Gauß-Prozess, der die Unterschreitung des bisherigen Minimalwerts  $g(\hat{\mathbf{x}})$  angibt. Sie wird durch den Mittelwert  $(g(\hat{\mathbf{x}}) - \mu_n(\mathbf{x}))$  sowie die Varianz  $\sigma_n^2(\mathbf{x})$  des Gauß-Prozesses beschrieben, der die Zielfunktion  $g(\mathbf{x})$  annähert, und ist größer oder gleich null. Ihr Erwartungswert in Abhängigkeit von  $\mathbf{x}$  beträgt somit [2]:

$$E(I) = \int_{I=0}^{I=\infty} I \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n(\mathbf{x})}} \cdot e^{-\frac{((g(\hat{\mathbf{x}}) - \mu_n(\mathbf{x})) - I)^2}{2\sigma_n^2(\mathbf{x})}} dI \quad [\text{m}^2] \quad (9)$$

Die Optimierung endet, wenn ein gewisser Funktionswert oder die maximale Anzahl an Iterationen erreicht wird.

## Ergebnisse

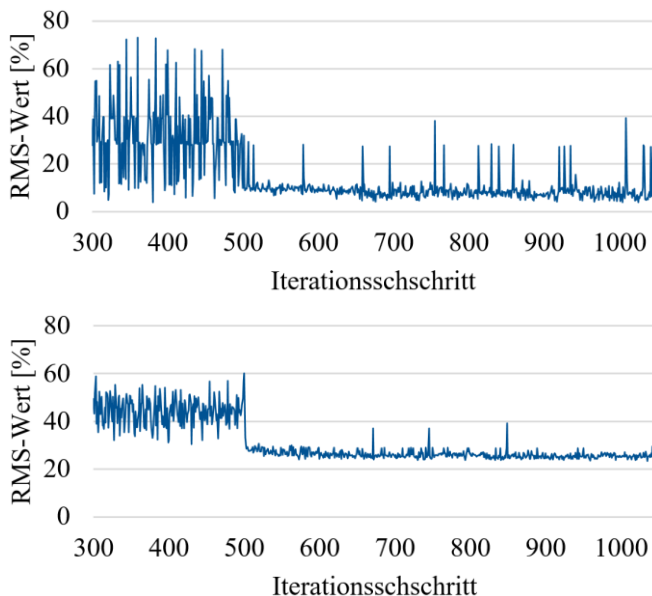
Zur Berechnung der Zielfunktion gemäß Gleichung (2) wurden 14 Eigenfrequenzen verwendet (siehe Tab. 2). Deren Zuordnung erfolgte anhand der MAC-Werte der zugehörigen Eigenformen. Aus der durchgeführten Betriebsschwinganalyse ergeben sich jedoch im Gegensatz zu einer experimentellen Modalanalyse keine Eigenformen, sondern Strukturantworten, die Überlagerungen benachbarter Moden enthalten. Deshalb wurde die richtige Zuordnung der Eigenfrequenzen zusätzlich nach Augenschein überprüft. Die Parameter wurden bis zur 500. Iteration zufällig ausgewählt und anschließend bei jedem Iterationsschritt mit Hilfe des Gauß-Prozesses und der Akquisitionsfunktion bestimmt. Hierdurch konnte im Fall des detaillierten Modells ein Parametersatz ermittelt werden, bei dem der RMS-Wert 3,7 % beträgt (siehe Tab. 3). Bei dem Modell ohne Elemente, welche die Verbindungsstellen abbilden, wurde hingegen ein RMS-Wert von 20 % nicht unterschritten (siehe Abb. 6).

**Tabelle 2:** Vergleich der gemessenen Eigenfrequenzen und -formen mit denen, die unter Verwendung der Parameter gemäß Tab. 2 berechnet wurden.

Gemessene Eigenfrequenzen [Hz]	Berechnete Eigenfrequenzen [Hz]	MAC-Wert zum Vergleich der Eigenformen [-]
25,1	24,7	0,86
26,5	27,6	0,47
29,0	28,1	0,96
31,2	29,9	0,96
36,4	35,2	0,95
43,0	42,8	0,98
47,9	45,3	0,92
53,0	56,4	0,97
100,2	98,3	0,53
119,6	113,0	0,78
127,3	121,3	0,88
132,0	130,3	0,68
145,4	141,3	0,83
149,3	149,3	0,66

**Tabelle 3:** Werte der Materialparameter, die im Fall des detaillierten Modells zu einem RMS-Wert von 3,7 % führen.

$E_1$	11110,43 N/mm <sup>2</sup>
$E_2$	366,99 N/mm <sup>2</sup>
$E_3$	650,67 N/mm <sup>2</sup>
$G_{12}$	675,29 N/mm <sup>2</sup>
$G_{23}$	61,76 N/mm <sup>2</sup>
$G_{31}$	684,88 N/mm <sup>2</sup>
$\nu_{12}$	0,310
$\nu_{23}$	0,189
$\nu_{31}$	0,018
$E_{\text{Wand}}$	3,80 N/mm <sup>2</sup>
$E_{\text{Decke}}$	1,84 N/mm <sup>2</sup>
$E_{\text{Wand-Decke}}$	5,94 N/mm <sup>2</sup>



**Abbildung 6:** RMS-Werte der Iterationsschritte 300 bis 1046 (oben: detailliertes Modell, unten: Modell ohne Elemente zur Berücksichtigung der Verbindungsstellen).

## Fazit und Ausblick

Mit Hilfe der Bayesschen Optimierung konnten Materialparameter bestimmt werden, bei deren Verwendung die berechneten Eigenfrequenzen der Brettsperrholz-Konstruktion sehr gut mit den gemessenen übereinstimmen. Die Berücksichtigung der Verbindungsstellen ist im betrachteten Frequenzbereich von wesentlicher Bedeutung. Die ermittelten Parameter können als Grundlage für weitergehende Berechnungen, wie z.B. die Prognose der Schallübertragung mit einem hybriden FEM/SEA Ansatz [11], verwendet werden. Außerdem soll dieses Verfahren der Parameteridentifikation auch auf einen Stoß aus Brettsperrholz-Bauteilen angewendet werden, der Elastomere enthält.

## Literatur

- [1] Allemang, R. J.: The Modal Assurance Criterion – Twenty Years of Use and Abuse. *Sound and Vibration* 37(8) (2003), 14-23
- [2] Brochu, E.; Cora, V., M.; de Freitas, N.: A tutorial on Bayesian optimization of expensive cost functions, with application to active user modeling and hierarchical reinforcement learning. eprint arXiv:1012.2599, arXiv.org, 2010
- [3] Düster, A. et al.: AdhoC 4 – User’s Guide. Technische Universität München, 2004
- [4] Greim, A.: Identifikation der Materialparameter einer Brettsperrholzdecke durch Kalibrierung eines numerischen Modells mit gemessenen Eigenfrequenzen. Technische Universität München, Masterarbeit, 2012.
- [5] Mecking, S.; Winter, C.; Schanda, U.: Endbericht – Phase 1, Vibroakustik im Planungsprozess für Holzbauten. Hochschule Rosenheim, 2015
- [6] Mottershead, J. E.; Friswell, M. I.: Model updating in structural dynamics: a survey. *Journal of Sound and Vibration* 167(2) (1993), 347-375
- [7] Niemz, P.; Caduff, D.: Untersuchung zur Bestimmung der Poissonschen Konstanten an Fichtenholz. *Holz als Roh- und Werkstoff* 66 (2008), 1-4
- [8] Rand, O.; Rovenski, V.: *Analytical Methods in Anisotropic Elasticity*. Birkhäuser, Boston, 2005
- [9] Sorger, C.; Frischmann, F.; Kollmannsberger, S.; Rank, E.: TUM.GeoFrame: automated high-order hexahedral mesh generation for shell-like structures. *Engineering with Computers* 30(1) (2012), 41-56
- [10] Szabó, B. A.; Düster, A.; Rank, E.: The p-version of the Finite Element Method. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. John Wiley & Sons, 2004
- [11] Winter, C.; Buchschmid, M.; Müller, G.: Untersuchung leichter Massivholzkonstruktionen im mittleren und höheren Frequenzbereich. Fortschritte der Akustik – DAGA 2016