

# Akustische Eigenschaften von durchlochten Membran-Metamaterialien

Felix Langfeldt<sup>1\*</sup>, Hannes Kemsies<sup>1</sup>, Wolfgang Gleine<sup>1</sup>, Otto von Estorff<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg, 20099 Hamburg, Deutschland

<sup>2</sup> Technische Universität Hamburg, 21073 Hamburg, Deutschland

\* E-mail: felix.langfeldt@haw-hamburg.de

## Einleitung

Akustische Membran-Metamaterialien bestehen aus einer dünnen, vorgespannten Membran mit darauf aufgesetzten, vergleichsweise starren Massen. Der Begriff *Metamaterial* stammt daher, dass kleine Einheitszellen dieser Strukturen in gewissen Frequenzbändern für einfallende Schallwellen eine negative effektive Masse besitzen [1]. Für den Lärmschutz besonders interessant ist, dass Membran-Metamaterialien trotz ihres geringen Gewichts (typische Flächenmassen um  $m'' = 2 \text{ kg/m}^2$ ) aufgrund eines akustischen Tilgereffekts sehr hohe Schalldämmmaße im tiefen Frequenzbereich unter 1 kHz erreichen können, die das entsprechende Massegesetz um ein Vielfaches übersteigen. Wie von den klassischen Schwingungstilgern bekannt, beschränkt sich dieses hohe Schalldämmmaß in der Regel nur auf ein schmales Frequenzband. Praktische Anwendungsfälle mit tonalen Lärmquellen (z. B. der Propellerlärm in Flugzeugkabinen) verlangen dagegen oft eine gewisse Bandbreite von Lärmschutzmaßnahmen, um Änderungen der Tonfrequenzen oder Ungenauigkeiten bei der Fertigung der Lärmschutzmaßnahmen abzufangen.

Seit Yang u. a. [1] im Jahr 2008 die akustischen Membran-Metamaterialien zum ersten Mal vorgestellt haben, wurde eine Vielzahl von technischen Ansätzen veröffentlicht, um die Bandbreite dieser Schalldämmelemente zu erhöhen: Unter anderem können mehrere Lagen von Membran-Metamaterialien übereinander gestapelt [2] oder mehrere Massen in einer Einheitszelle verwendet werden [3]. Beide Ansätze haben jedoch den Nachteil, dass sich die Gesamtmasse des Aufbaus erhöht. Eine Alternative besteht darin, aktive Maßnahmen zu nutzen und den schmalbandigen Bereich mit hoher Schalldämmung im Betrieb an die Lärmcharakteristik anzupassen [4, 5]. Jedoch haben auch aktive Maßnahmen den Nachteil, dass sich die Gesamtmasse durch die nötige elektrische Infrastruktur erhöht.

In [6] wurde kürzlich eine neue Möglichkeit vorgestellt, um die Bandbreite von Membran-Metamaterialien signifikant zu erhöhen ohne die Gesamtmasse des Aufbaus zu verändern. Dazu wird auf die Membran eine ringförmige Masse aufgesetzt und die Membran im Innenbereich der Ringmasse durchlocht, so dass die Luft durch die Perforation auf die andere Seite der Membran dringen kann. Abb. 1 zeigt den Aufbau einer Einheitszelle eines solchen durchlochten Membran-Metamaterials. Das in der Perforation eingeschlossene Luftvolumen wirkt, ähnlich wie beim Helmholtz-Resonator, als Masse, die durch die einfallenden Schallwellen in Schwingungen ver-

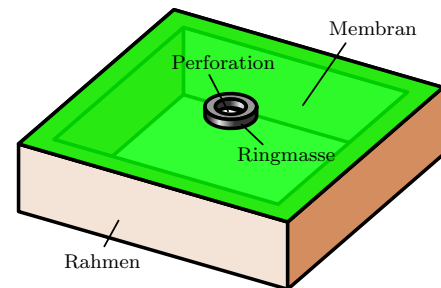


Abbildung 1: Aufbau einer Einheitszelle des durchlochten Membran-Metamaterials.

setzt werden kann. Dieser Freiheitsgrad kann dazu genutzt werden, einen zusätzliche Anti-Resonanz mit hoher Schalldämmung zu erzeugen. Abb. 2 zeigt einen theoretischen und experimentellen Vergleich zwischen einem Membran-Metamaterial mit und ohne Perforation aus [6]. Für beide Varianten ist die statische Flächenmasse mit  $m'' = 260 \text{ g/m}^2$  gleich. In den Ergebnissen ist zu erkennen, dass sich bei einer Durchlochung der Membran das einzelne TL-Maximum des unperforierten Metamaterials in zwei unterschiedliche Maxima aufteilt, die deutlich über dem Massegesetz liegen. Dies kann physikalisch so erklärt werden, dass bei diesen beiden Schalldämm-Maxima gerade so viel Fluid durch die Perforation strömt, wie von der umliegenden Membran in die entgegengesetzte Richtung verdrängt wird. Dadurch wird nahezu keine Schallenergie in das Fernfeld abgestrahlt und das Schalldämmmaß des Metamaterials wird sehr groß.

Der vorliegende Beitrag dient der Fortführung der in [6] gewonnen Erkenntnisse. Mit Hilfe geeigneter theoretischer und experimenteller Methoden wer-

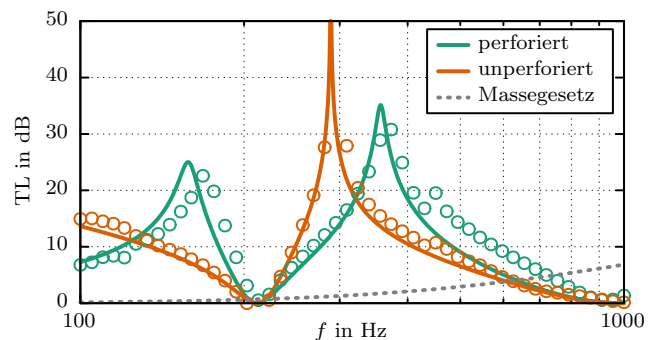


Abbildung 2: Schalldämmmaß TL eines Membran-Metamaterials mit und ohne Perforation aus [6]. Durchgezogene Kurven entsprechen dem theoretischen Modell und Kreissymbole repräsentieren die Ergebnisse aus Impedanzrohrmessungen.

den in den folgenden Abschnitten die Schalldämmung von mehrlagigen Aufbauten mit perforierten Membran-Metamaterialien sowie die Absorption von perforierten Membran-Metamaterialien vor einer schallharten Wand untersucht.

## Theoretisches Modell

Wie in [6] beschrieben, kann die effektive Trennimpedanz des durchlochten Membran-Metamaterials  $\tilde{Z}$  näherungsweise als Parallelschaltung der effektiven Trennimpedanzen des unperforierten Metamaterials,  $\tilde{Z}_m$ , und der Perforation,  $\tilde{Z}_0$ , bestimmt werden:

$$\frac{1}{\tilde{Z}} = \frac{1}{\tilde{Z}_m} + \frac{1}{\tilde{Z}_0}. \quad (1)$$

Die effektive Trennimpedanz des unperforierten Membran-Metamaterials kann aus der effektiven Flächenmasse  $\tilde{m}_m''$  mittels  $\tilde{Z}_m = i\omega\tilde{m}_m''$  ermittelt werden. Für die Berechnung von  $\tilde{m}_m''$  wird in dieser Arbeit das theoretische Modell in [7] verwendet.  $\tilde{Z}_0$  wird mit der analytischen Formel für die Lochimpedanz  $Z_0$  von Maa [8] berechnet, so dass

$$\tilde{Z}_0 = \frac{Z_0}{\sigma_0} = \frac{R_0 + i\omega M_0}{\sigma_0}, \quad (2)$$

mit der akustischen Resistanz  $R_0$  und der akustischen Masse  $M_0$  der Perforation (für die explizite Ausdrücke in [8] gegeben sind) sowie dem Lochflächenverhältnis  $\sigma_0 = 0,25\pi D_0^2/L^2$ .  $D_0$  ist der Lochdurchmesser und  $L$  die Kantenlänge der quadratischen Membran-Einheitszelle.

Die Berechnung von mehrlagigen Aufbauten mit Membran-Metamaterialien erfolgt mit der Transfer-Matrix-Methode [9]. Eine Transfer-Matrix  $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  stellt den Zusammenhang zwischen den akustischen Zustandsgrößen (Druck und Schnelle) vor und hinter einem ebenen akustischen Element her. Für ein durchlochtes Membran-Metamaterial mit einer effektiven Trennimpedanz gemäß Gleichung (1) sowie eine Luftschicht der Dicke  $d$  können die Transfer-Matrizen mit

$$\mathbf{T}^{\text{PMAM}} = \begin{bmatrix} 1 & \tilde{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

bzw.

$$\mathbf{T}^{\text{Luft}} = \begin{bmatrix} \cos(k_0 d) & i\omega\rho_0 c_0 \sin(k_0 d) \\ \frac{\sin(k_0 d)}{i\omega\rho_0 c_0} & \cos(k_0 d) \end{bmatrix} \quad (4)$$

berechnet werden. Bei mehrlagigen Aufbauten ergibt sich die Gesamt-Transfer-Matrix aus dem Matrixprodukt der einzelnen Transfer-Matrizen [9]. Die Elemente  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{21}$  und  $T_{22}$  der Gesamt-Transfer-Matrix erlauben dann eine Bestimmung der akustischen Eigenschaften des mehrlagigen Aufbaus, wie z. B. das Schalldämmmaß TL, das sich aus

$$\text{TL} = -20 \lg \left( \frac{2}{|T_{11} + T_{12}/(\rho_0 c_0) + \rho_0 c_0 T_{21} + T_{22}|} \right) \quad (5)$$

ergibt [9].

Der Absorptionsgrad  $\alpha_H$  eines Membran-Metamaterials mit dem Abstand  $H$  vor einer schallharten Wand ergibt

sich aus dem bekannten Anpassungsgesetz [10]

$$\alpha_H = \frac{4 \operatorname{Re}\{\mathcal{Z}_H\}}{(\operatorname{Re}\{\mathcal{Z}_H\} + 1)^2 + (\operatorname{Im}\{\mathcal{Z}_H\})^2} \quad (6)$$

und der dimensionslosen Wandimpedanz [10]

$$\mathcal{Z}_H = \frac{\tilde{Z}}{\rho_0 c_0} - \frac{i}{\tan(k_0 H)}. \quad (7)$$

## Experiment

Die Messungen wurden in einem Impedanzrohr mit einem Durchmesser von  $D = 100$  mm gemäß der 4-Mikrofon-Methode [11] durchgeführt. Der Messaufbau ist in Abb. 3 schematisch dargestellt. Aus den Übertragungsfunktionen der vier Mikrofone – zwei vor und zwei hinter der Probe – kann die Transfer-Matrix der Probe experimentell ermittelt werden. Für die Messungen wurden quadratische Metamaterial-Einheitszellen mit einer Kantenlänge von  $L = 46$  mm untersucht, die in einem massiven Stahladapter eingebaut waren, um die Proben im Kreisquerschnitt des Rohres mit vernachlässigbarer Nebenwegsübertragung zu befestigen. Um die reduzierte Querschnittsfläche der Proben im Verhältnis zum Rohrquerschnitt zu berücksichtigen, wurden die gemessenen Transfer-Matrizen gemäß

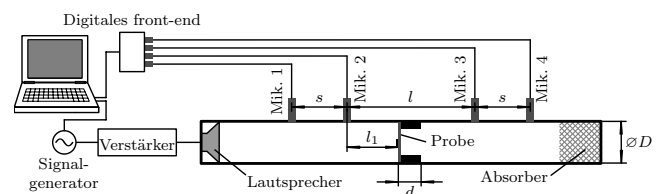
$$\mathbf{T}^{\text{korr}} = \begin{bmatrix} T_{11} & \sigma T_{12} \\ T_{21}/\sigma & T_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

korrigiert, worin  $\sigma = L^2/(0,25\pi D^2) \approx 0,27$  der Flächenanteil der Metamaterial-Einheitszelle im Rohrquerschnitt ist [5].

Als Membran-Material wurde für alle gemessenen Proben eine Polyester-Bügelolie mit dem Handelsnamen *Oracover* verwendet, die eine Flächenmasse von  $m_m'' = 103$  g/m<sup>2</sup> besaß und mit einem Heißluftfön auf eine Vorspannung von  $T_m = 210$  N/m gebracht werden konnte. Alle Messungen wurden bei Raumtemperatur durchgeführt, so dass die Materialdaten der Luft mit  $\rho_0 = 1,225$  kg/m<sup>3</sup>,  $c_0 = 340$  m/s und  $\eta_0 = 18,1$   $\mu$ Pa s gegeben waren.

## Mehrlagige Aufbauten

Ziel der Untersuchung von mehrlagigen Aufbauten mit durchlochten Membran-Metamaterialien war es, zu überprüfen, ob die durchlochten Metamaterialien – analog zu den unperforierten Membran-Metamaterialien [2] – übereinander gestapelt werden können, um

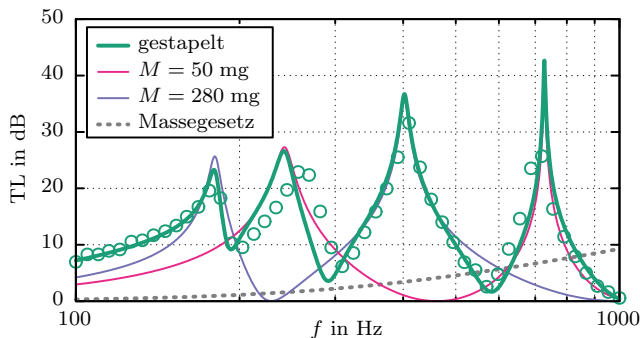


**Abbildung 3:** Schematischer Versuchsaufbau für die Messungen im Impedanzrohr nach der 4-Mikrofon-Methode.

die akustische Wirksamkeit breitbandiger zu machen. Darüberhinaus soll der theoretische Ansatz mit der Transfer-Matrix-Methode validiert werden.

Dazu wurde das Schalldämmmaß TL von zwei durchlochten Membran-Metamaterialien, die durch eine Luftschicht der Dicke  $d = 19$  mm von einander getrennt waren, theoretisch und experimentell bestimmt. Auf die beiden Membran-Metamaterialien waren unterschiedlich schwere Ringmassen mit einem Außendurchmesser von  $D_a = 6$  mm sowie einem Innen- und Lochdurchmesser von  $D_i = D_0 = 4$  mm aufgesetzt. Für die eine Lage wurde eine Aluminiummasse mit  $M = 50$  mg verwendet, für die andere eine Stahlmasse mit  $M = 280$  mg. Die gesamte statische Flächenmasse dieses Aufbaus ergibt sich somit zu  $m'' = 360$  g/m<sup>2</sup>.

In Abb. 4 sind die Ergebnisse für diesen mehrlagigen Aufbau dargestellt. Die rote und blaue Kurve zeigen die theoretisch ermittelten Schalldämmmaße der einzelnen durchlochten Membran-Metamaterialien. Wie schon in Abb. 2 zu sehen war, treten bei jedem Metamaterial zwei Schalldämmungsmaxima auf, die im Falle der leichteren Ringmasse bei höheren Frequenzen liegen als für das Metamaterial mit  $M = 280$  mg. Das Schalldämmmaß des mehrlagigen Aufbaus aus diesen beiden Metamaterialien ist in Abb. 4 anhand der grünen Kurve (Theorie) bzw. der grünen Kreise (Experiment) dargestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass auch bei den durchlochten Membran-Metamaterialien die Anti-Resonanzen der einzelnen Metamaterialien in mehrlagigen Aufbauten erhalten bleiben und sich im Schalldämmmaßspektrum überlagern. Im Vergleich zu dem in Abb. 4 dargestellten Massegesetz (gestrichelte Kurve) ergibt sich dadurch eine deutlich breitbandigere Wirkung. Diese kann quantifiziert werden, indem man z. B. die Bandbreite als den Frequenzbereich definiert, in dem das Schalldämmmaß der Metamaterialien das zugehörige Massegesetz um mindestens 10 dB übersteigt. Aus den in Abb. 4 dargestellten Ergebnissen folgt mit dieser Definition eine Bandbreite von 500 Hz für das zweilagige durchlochte Membran-Metamaterial. Es ist anzumerken, dass für eine ähnliche Wirkungsweise mit unperforierten Membran-Metamaterialien insgesamt vier Lagen notwendig wären, da diese in der Regel nur eine prägnante Anti-Resonanz aufweisen.



**Abbildung 4:** Schalldämmmaß TL eines mehrlagigen Aufbaus mit zwei unterschiedlichen durchlochten Membran-Metamaterialien, die durch eine Luftschicht der Dicke  $d = 19$  mm getrennt sind.

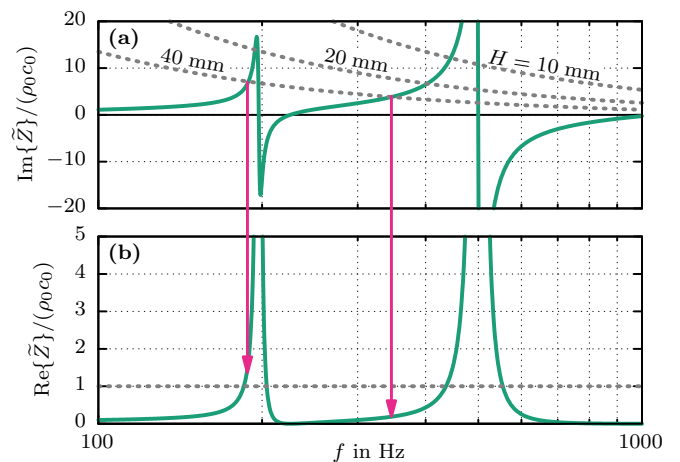
Die sehr gute Übereinstimmung der theoretischen und experimentellen Daten in Abb. 4 zeigt, dass die Transfer-Matrix-Methode gut geeignet für die theoretische Beschreibung dieser Strukturen unter senkrechtem Schalleinfall ist.

### Absorption vor schallharter Wand

Ein weiterer interessanter Anwendungsfall für durchlochte Membran-Metamaterialien ergibt sich durch ihre Ähnlichkeiten zu Lochplatten bzw. Helmholtz-Resonatoren als absorbierende Oberflächen vor einer schallharten Wand. Aus dem Anpassungsgesetz in Gleichung (6) folgt, dass eine Oberfläche mit der dimensionslosen Wandimpedanz  $Z_H$  eine vollständige Absorption einfallender Schallwellen erreichen kann, wenn die Bedingungen  $\text{Im}\{Z_H\} \stackrel{!}{=} 0$  und  $\text{Re}\{Z_H\} \stackrel{!}{=} 1$  gleichzeitig erfüllt sind. Für ein durchlochtes Membran-Metamaterial mit dem Abstand  $H$  vor einer schallharten Wand lassen sich diese Kriterien mit Hilfe von Gleichung (7) in Bedingungen für die effektive Trennimpedanz des durchlochten Membran-Metamaterials  $\tilde{Z}$  umformulieren zu

$$\frac{\text{Im}\{\tilde{Z}\}}{\rho_0 c_0} \stackrel{!}{=} \frac{1}{\tan(k_0 H)} \quad \text{und} \quad \frac{\text{Re}\{\tilde{Z}\}}{\rho_0 c_0} \stackrel{!}{=} 1. \quad (9)$$

Für ein durchlochtes Membran-Metamaterial mit einer Ringmasse mit den geometrischen Größen  $D_a = 8$  mm und  $D_i = 6$  mm sowie  $M = 330$  mg ist der analytische Verlauf der normalisierten effektiven Trennimpedanz  $\tilde{Z}$  in Abb. 5 dargestellt. Abb. 5(a) zeigt den Imaginärteil von  $\tilde{Z}$  sowie für verschiedene Wandabstände  $H$  den Verlauf von  $1/\tan(k_0 H)$  (gestrichelte Kurven). Die Schnittpunkte der Kurven kennzeichnen das Erfüllen der ersten Bedingung in Gleichung (9). Im Fall  $H = 40$  mm sind Schnittpunkte bei 190 Hz und 350 Hz zu erkennen. Die Pfeile in Abb. 5 deuten an, inwieweit die zweite Bedingung in Gleichung (9) für diese Schnittpunkte erfüllt ist. In Abb. 5(b) ist zu erkennen, dass bei 190 Hz die Anpassung nahezu ideal ist mit  $\text{Re}\{\tilde{Z}\} \approx \rho_0 c_0$ , während



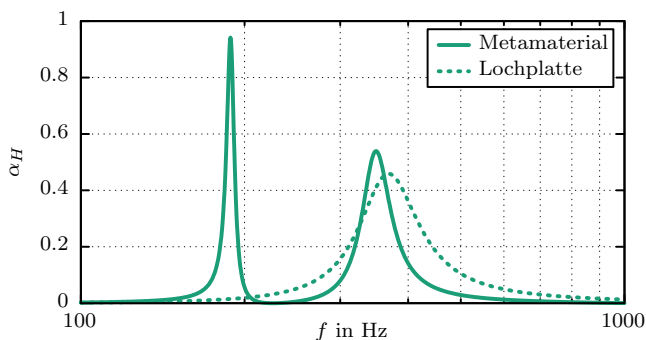
**Abbildung 5:** Analytischer Verlauf von (a) Imaginärteil und (b) Realteil der normalisierten Trennimpedanz  $\tilde{Z}/(\rho_0 c_0)$  eines durchlochten Membran-Metamaterials. Die gestrichelten Linien in (a) kennzeichnen den Verlauf von  $1/\tan(k_0 H)$  für verschiedene Zahlenwerte von  $H$ .

bei 350 Hz die Impedanz des Absorbers deutlich kleiner ist als die der Luft. Deshalb kann für diese Frequenz ein etwas schwächer ausgeprägtes Absorptionsmaximum erwartet werden.

Das sich für  $H = 40$  mm aus Gleichung (6) ergebende Absorptionsspektrum ist in Abb. 6 dargestellt. Zum Vergleich stellt die gestrichelte Kurve den Absorptionsgrad einer starren Lochplatte mit gleichen Perforationseigenschaften dar, welcher ebenfalls aus Gleichung (6) berechnet werden kann, indem  $\tilde{Z}$  durch  $\tilde{Z}_0$  ersetzt wird. Die Ergebnisse zeigen, dass – wie bei der Diskussion von Abb. 5 erwartet – bei 190 Hz ein Absorptionsmaximum mit nahezu vollständiger Absorption erzeugt werden kann. Das zweite Absorptionsmaximum ist aufgrund der schlechteren Anpassung dagegen niedriger bei etwas über 50 %. Im direkten Vergleich zur Lochplatte ist zu sehen, dass mit dem durchlochtem Membran-Metamaterial ein zusätzlicher Absorptionsspeak hinzugekommen ist, der fast bei der halben Helmholtz-Resonanzfrequenz  $f_H \approx 370$  Hz liegt, bei der der Lochplattenabsorber sein einziges Absorptionsmaximum hat. Um den Lochplattenabsorber über den Wandabstand  $H$  auf das erste Absorptionsmaximum des durchlochtem Membran-Metamaterials bei 190 Hz abzustimmen, müsste aufgrund von  $f_H \sim 1/\sqrt{H}$  ein Wandabstand von  $H = 160$  mm gewählt werden. Dies zeigt, dass durchlochtem Membran-Metamaterialien dazu verwendet werden können, um kompaktere Schallabsorber für den tiefen Frequenzbereich zu konstruieren.

## Zusammenfassung & Ausblick

Im vorliegenden Beitrag wurden auf der Grundlage von den ersten Ergebnissen in [6] die akustischen Eigenschaften von durchlochtem Membran-Metamaterialien weiter untersucht. Mit theoretischen und experimentellen Methoden wurde gezeigt, dass mehrlagige Aufbauten mit diesen Strukturen eine breitbandige Schalldämmung im tieffrequenten Bereich erzielen können. Außerdem wurde die Einsatzmöglichkeit von durchlochtem Membran-Metamaterialien als kompakte Tiefenabsorber demonstriert. In weiterführenden Untersuchungen ist geplant, die guten Schalldämmungseigenschaften der Metamaterialien auch anhand von großskaligen Laborproben un-



**Abbildung 6:** Absorptionsgrad vor einer schallharten Wand mit dem Abstand  $H = 40$  mm für ein durchlochtes Membran-Metamaterial und eine starre Lochplatte mit gleichen Perforationseigenschaften.

ter diffusen Schallfeldbedingungen nachzuweisen. Außerdem werden die vielversprechenden Absorptionseigenschaften durchlochtem Membran-Metamaterialien tiefergehender untersucht und weiter optimiert.

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des LuFo V-2-Projekts Flight-LAB, gefördert vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie, durchgeführt. Die Autoren danken dem Fördergeber für die finanzielle Unterstützung.

## Literatur

- [1] Yang, Z., Mei, J., Yang, M., Chan, N. H. und Sheng, P.: Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass. *Physical Review Letters* 101(20), 204301 (2008).
- [2] Yang, Z., Dai, H. M., Chan, N. H., Ma, G. C. und Sheng, P.: Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50–1000 Hz regime. *Applied Physics Letters* 96(4), 041906 (2010).
- [3] Naify, C. J., Chang, C.-M., McKnight, G. und Nutt, S.: Transmission loss of membrane-type acoustic metamaterials with coaxial ring masses. *Journal of Applied Physics* 110(12), 124903 (2011).
- [4] Xiao, S., Ma, G., Li, Y., Yang, Z. und Sheng, P.: Active control of membrane-type acoustic metamaterial by electric field. *Applied Physics Letters* 106(9), 091904 (2015).
- [5] Langfeldt, F., Riecken, J., Gleine, W. und von Estorff, O.: A membrane-type acoustic metamaterial with adjustable acoustic properties. *Journal of Sound and Vibration* 373 (2016), S. 1–18.
- [6] Langfeldt, F., Kemsies, H., Gleine, W. und von Estorff, O.: Perforated membrane-type acoustic metamaterials. *Physics Letters A* 381 (2017), S. 1457–1462.
- [7] Langfeldt, F., Gleine, W. und von Estorff, O.: Analytical model for low-frequency transmission loss calculation of membranes loaded with arbitrarily shaped masses. *Journal of Sound and Vibration* 349 (2015), S. 315–329.
- [8] Maa, D.-Y.: Theory and design of microperforated panel sound-absorbing constructions. *Scientia Sinica* 18(1) (1975), S. 55–71.
- [9] Langfeldt, F., Marinova, P., Gleine, W., Lippert, S. und von Estorff, O.: Noise-shield with membrane-type metamaterials for low-frequency sound insulation. Part I: Analytical investigation of the multi-layered assembly. *Proceedings of DAGA 2014*. Oldenburg, 2014, S. 405–406.
- [10] Möser, M.: *Technische Akustik*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2015.
- [11] ASTM E2611-09: Standard Test Method for Measurement of Normal Incidence Sound Transmission of Acoustical Materials Based on the Transfer Matrix Method. 2009.