

Inverser Ansatz zur akustischen Charakterisierung plattenförmiger Materialproben

Sarah Johannesmann, Leander Claes, Manuel Webersen, Bernd Henning

Elektrische Messtechnik, Universität Paderborn, 33098 Paderborn, E-Mail: johannesmann@emt.uni-paderborn.de

Einleitung

Zur zerstörungsfreien Materialcharakterisierung kann auf ultraschallbasierte Verfahren zurückgegriffen werden. Diese gewinnen zunehmend an Bedeutung im Bereich der Komponentenüberwachung zur Detektion der Alterung oder lokalen Schädigungen z.B. bei Flugzeugen oder Kraftfahrzeugen, aber auch allgemein im Bereich der Materialparameterbestimmung, da diese für eine realitätsnahe Simulation von Systemen benötigt werden. Daher wird in diesem Beitrag ein inverses Verfahren zur Materialparameterbestimmung auf Basis der dispersiven Eigenschaften plattenförmiger Proben vorgestellt.

Messsystem

Zur Detektion von Lamb-Wellen [1] in einer plattenförmigen Probe wird der in Abb. 1 skizzierte Messaufbau verwendet. Die Laserstrahlung (Stickstofflaser Model MNL 103-PD^{HighPower}, LTB), die durch einen Umlenkspiegel und eine Linse linienförmig auf die Probenplatte fokussiert wird, regt photoakustisch Lamb-Wellen an. Eine Linearachse, auf der der Spiegel und die Linse angebracht sind, bietet eine hohe örtliche Auflösung, sodass die Lamb-Wellen ortsabhängig angeregt werden können. Dementsprechend werden mithilfe eines Ultraschallwandlers auf der Probenplatte sowohl zeit- als auch orts aufgelöste Messdaten aufgenommen, die die propagierenden Wellen beschreiben. Mittels zweidimensionaler Fouriertransformation ergibt sich eine sog. Dispersionsabbildung, in der durch hohe Bildwerte die propagierenden Moden abhängig von Frequenz und Wellenzahl ähnlich wie in einem Dispersionsdiagramm sichtbar werden. [2, 3]

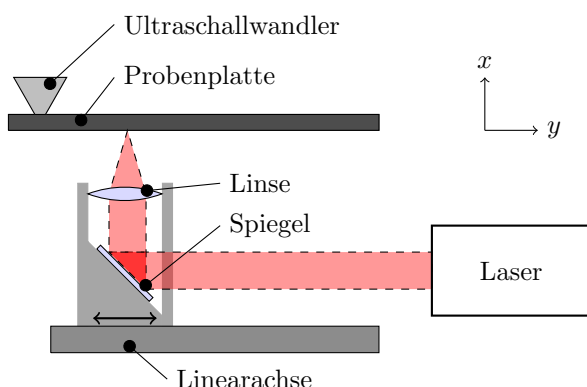


Abbildung 1: Messaufbau adaptiert aus [3]

Datenvorverarbeitung

Um Moden in der Dispersionsabbildung bestmöglich erkennen zu können, werden die Messsignale vorverarbeitet. Dabei werden folgende Schritte durchgeführt:

Im Orts-/Zeitbereich:

- Tiefpassfilterung zur Unterdrückung hochfrequenter Störungen
- Fensterung mittels Tukey-Fenster im Orts- und Zeitbereich, um Signalanteile bei sehr kleinen Ortsabständen zur Anregung zu dämpfen bzw. zur Unterdrückung von Reflexionen an den Rändern
- Zeropadding im Zeit- und Ortsbereich zur Erhöhung der Auflösung

Nach der 2D-Fouriertransformation im Wellenzahl-/Frequenzbereich:

- Gamma-Korrektur
- Entfernen des Spaltenmittelwertes zur Verminderung schmalbandiger Störungen

Startwertschätzung

Die für die Optimierung benötigten Startwerte können aus der Orts-/Zeitbereichsdarstellung geschätzt werden. Dazu werden Geraden durch die jeweiligen Maxima gelegt, die näherungsweise eine Longitudinal- und Transversalwellenausbreitung repräsentieren. Die Steigung der in Abb. 2 dargestellten Geraden gibt an, wie schnell sich die Wellen ausbreiten. [4, 5]

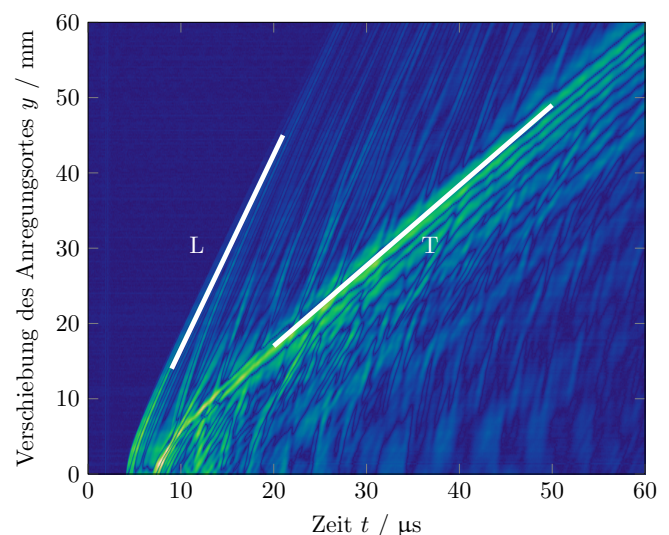


Abbildung 2: Orts-/Zeitdarstellung zur Startwertschätzung der Longitudinal- und Transversalwellengeschwindigkeit am Beispiel einer 5,5 mm dicken Polyetheretherketon-Probenplatte (PEEK)

Aus der Orts-/Zeitdarstellung einer 5,5 mm dicken Polyetheretherketon-Probe (PEEK) (Abb. 2) ergeben

sich

$$c_L = 2654 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{und} \quad c_T = 1048 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

als Startwerte für die Longitudinal- und Transversalwellengeschwindigkeit, welche bereits relativ nah an den Literaturwerten von $c_L = 2610 \text{ m/s}$ und $c_T = 1115 \text{ m/s}$ aus [6] liegen. Die für die Simulation benötigte Dichte wird messtechnisch zu $\rho = 1313 \text{ kg/m}^3$ bestimmt.

SAFE-Simulationsmodell

Das Vorwärtsmodell basiert auf einem semi-analytischen FEM-Modell (SAFE). Da mit dem Messaufbau nur Lamb-Moden detektiert werden, können Shear-Horizontal-Wellen bei der Modellierung vernachlässigt werden, sodass es genügt, den Plattenquerschnitt zu betrachten. Die Plattendicke (x -Richtung) wird mit einem eindimensionalen Gitter diskretisiert, während die Welle in Ausbreitungsrichtung (y -Richtung) analytisch betrachtet wird. [7, 8]

Dementsprechend ergibt sich die mechanische Auslenkung je finitem Element ξ_{el} mit

$$\xi_{\text{el}}(x, y, t) = \begin{pmatrix} \hat{\xi}_x(x) \\ \hat{\xi}_y(x) \end{pmatrix} e^{j(ky - \omega t)} = \mathbf{H} \begin{pmatrix} \hat{\xi}_{1x} \\ \hat{\xi}_{1y} \\ \hat{\xi}_{2x} \\ \hat{\xi}_{2y} \end{pmatrix} e^{j(ky - \omega t)}. \quad (1)$$

Die Matrix \mathbf{H} enthält Informationen über die Diskretisierung. Im Fall von linearen Ansatzfunktionen ergibt sich

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & h_2 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & h_2 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Für kleine Auslenkungen lassen sich die mechanischen Dehnungen ε mit

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \xi_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} \right) \quad i, j \in \{x, y\} \quad (3)$$

berechnen. Unter Verwendung Voigtscher Notation ergeben sich die Dehnungen in Matrixschreibweise mit

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \mathbf{H} \hat{\boldsymbol{\xi}}_{\text{el}} e^{j(ky - \omega t)} \\ &= \mathbf{B} \hat{\boldsymbol{\xi}}_{\text{el}} e^{j(ky - \omega t)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Aufgrund der analytischen Betrachtung in Ausbreitungsrichtung ergibt sich ein rein imaginärer Anteil am Differentiationsoperator \mathbf{B} , während die transversale Richtung reell eingeht, [10, 11, 7]. Somit kann die Differentialoperatormatrix in Real- und Imaginärteil zerlegt werden:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + jk\mathbf{B}_2, \quad (5)$$

womit sich ebenfalls eine Zerlegung der Steifigkeitsmatrix je finitem Element ergibt. Mit der Materialsteifigkeitsmatrix \mathbf{C} ergibt sich für jedes finite Element die FEM-Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{el} :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\text{el}} &= \int_{V_{\text{el}}} \mathbf{B}^T \mathbf{C} \mathbf{B} \, dV \\ &= \int_{V_{\text{el}}} \mathbf{B}_1^T \mathbf{C} \mathbf{B}_1 \, dV + jk \int_{V_{\text{el}}} (\mathbf{B}_1^T \mathbf{C} \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_2^T \mathbf{C} \mathbf{B}_1) \, dV \\ &\quad + k^2 \int_{V_{\text{el}}} \mathbf{B}_2^T \mathbf{C} \mathbf{B}_2 \, dV \\ &= \mathbf{K}_{1,\text{el}} + jk\mathbf{K}_{2,\text{el}} + k^2\mathbf{K}_{3,\text{el}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Die Massematrix je Element \mathbf{M}_{el} wird aus der Dichte ρ bestimmt:

$$\mathbf{M}_{\text{el}} = \int_{V_{\text{el}}} \mathbf{H}^T \rho \mathbf{H} \, dV. \quad (7)$$

Nach Zusammensetzen der Elementmatrizen zu den entsprechenden Systemmatrizen (Assemblierung) ergibt sich zur Berechnung der Eigenschwingungen das zu lösende Eigenwertproblem

$$(\mathbf{K}_1 + jk\mathbf{K}_2 + k^2\mathbf{K}_3 - \omega^2\mathbf{M}) \hat{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

Wird keine frequenzunabhängige Dämpfung betrachtet, genügt es, Gl. 8 unter Vorgabe der Kreiswellenzahlen k zu lösen, um die entsprechenden Eigenfrequenzen $\omega(k)$ zu bestimmen. Unter der Annahme frequenzabhängiger Materialparameter in \mathbf{C} wird Gl. 8 durch Verdopplung der Dimension in ein Eigenwertproblem erster Ordnung überführt. Es ergibt sich das zu lösende Eigenwertproblem:

$$(\mathbf{A} - k\mathbf{B}) \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (9)$$

mit

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_1 - \omega^2\mathbf{M} \\ \mathbf{K}_1 - \omega^2\mathbf{M} & j\mathbf{K}_2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{pmatrix} \mathbf{K}_1 - \omega^2\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K}_3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

und dem Eigenvektor

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\xi}} \\ k\hat{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix}.$$

Mithilfe von Gl. 9 können die Kreiswellenzahlen k unter Vorgabe der Kreisfrequenzen ω berechnet werden, [7, 8, 9]. Die vorherige Verdopplung der Dimension führt jedoch zu einer erhöhten Rechenzeit, weshalb bei angenommenen frequenzunabhängigen Materialparametern die Eigenfrequenzen aus den Wellenzahlen bevorzugt berechnet werden. Neben den Materialparametern der Materialmatrix \mathbf{C} und der Dichte ρ wird zusätzlich die Plattendicke benötigt, die ebenso wie die Dichte messtechnisch bestimmt wird, während die Parameter der Materialmatrix im inversen Verfahren bestimmt werden.

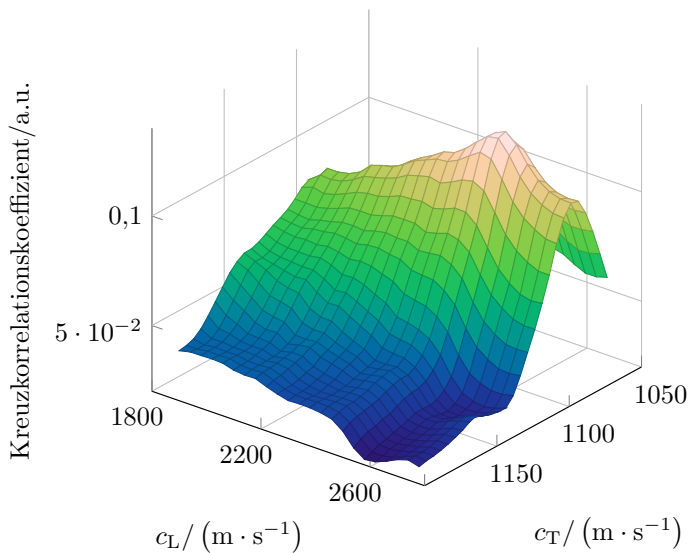


Abbildung 3: Kreuzkorrelationskoeffizient in Abhängigkeit der longitudinalen und transversalen Schallgeschwindigkeit

Kostenfunktion

Da die Simulation ein Dispersionsdiagramm $k(\omega)$ bzw. $\omega(k)$ liefert, das Messsystem jedoch eine Dispersionsabbildung mit frequenz- und wellenzahlabhängigen Bildwerten, wird eine geeignete Vergleichsmethode zur Bestimmung der Ähnlichkeit zwischen Simulations- und Messergebnis benötigt. Dafür werden zunächst unter der Annahme eines isotropen Materialmodells zwei Möglichkeiten betrachtet:

Variante 1: Korrelation der Bildmatrizen:

Das mittels Simulation berechnete Dispersionsdiagramm wird auf die Form einer Dispersionsabbildung gebracht, indem zunächst eine Matrix mit Nullen der Größe der Bildmatrix der Dispersionsabbildung erstellt wird. Zu jedem Frequenz-Wellenzahlpaar im simulativ erzeugten Dispersionsdiagramm wird die entsprechende Stelle in der zuvor erstellten Matrix auf den maximalen Bildwert in der Dispersionsabbildung gesetzt. Schließlich wird der Kreuzkorrelationskoeffizient der zuvor aus der Simulation erstellten Matrix und der Bildmatrix der Dispersionsabbildung berechnet und anhand der Variation der Materialparameter dessen Maximum gesucht. Eine Darstellung des Kreuzkorrelationskoeffizienten in Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeiten ist in Abb. 3 für ein isotropes Materialmodell und eine Messung an einer PEEK-Probe dargestellt. Die Funktion weist ein eindeutiges Maximum ohne lokale Nebenmaxima auf und eignet sich daher gut für die Optimierung.

Variante 2: Mittelwert der Bildpunkte:

Alternativ können die simulativ erzeugten Frequenz-Wellenzahlpaare in der Dispersionsabbildung der Messung lokalisiert und der Mittelwert der entsprechenden Bildwerte gebildet werden. Die daraus resultierende Zielfunktion ist in Abb. 4 dargestellt und ähnelt der Funktion aus Abb. 3.

Zwar verläuft die Zielfunktion aus Abb. 3 etwas steiler, doch steht dem ein höherer Rechenaufwand gegenüber,

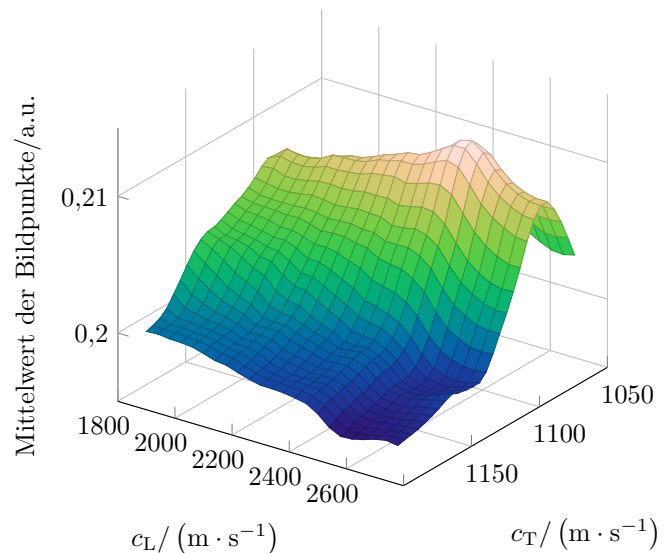


Abbildung 4: Mittelwert der Bildpunkte in Abhängigkeit der longitudinalen und transversalen Schallgeschwindigkeit

sodass deshalb Variante 2 zu bevorzugen ist. Generell sind beide Zielfunktionen gut für eine Optimierung geeignet, da sie beide ein eindeutiges (gemeinsames) Maximum ohne lokale Nebenmaxima aufweisen. Ungenauigkeiten bei hohen Frequenzen wie z.B. durch eine zu geringe Modelldiskretisierung fallen wenig ins Gewicht, da die Bildwerte der Moden niedriger Ordnung in der Dispersionsabbildung deutlich größer ausgeprägt sind und sich die Kostenfunktion somit selbst gewichtet. Die Zielfunktionen sind beide selbstgewichtigend, da sie jeweils direkt die Bildwerte aus der Messung verarbeiten, die bei Moden niedriger Ordnung in der Regel größer ausgeprägt sind als bei Moden höherer Ordnung. Dadurch fallen Ungenauigkeiten bei der Diskretisierung weniger ins Gewicht.

Ergebnisse

Für eine Optimierung der Materialparameter wird der Nelder-Mead-Simplex-Algorithmus [12] verwendet. Der Algorithmus ist so implementiert, dass er immer das Minimum der Kostenfunktion sucht, sodass der Kehrwert der Bildmittelwerte (Variante 2) als Kostenfunktion genutzt wird.

Am Beispiel einer PEEK-Probe zeigt Abb. 5 die gute Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen unter Verwendung der bestimmten Materialparameter. Für eine Auswahl an weiteren Materialproben (Polyamid 6 (PA 6), Polypropylen (PP), Kupfer, Aluminium) sind die bestimmten Schallgeschwindigkeiten in Tab. 1 dargestellt, welche gut mit Literaturwerten aus [6] übereinstimmen, aber auch vielleicht aufgrund des Herstellungsprozesses leicht abweichen. Unter Verwendung anderer Materialien verhält sich der Verlauf beider Kostenfunktionen leicht anders, eignet sich aber in der Regel gut für eine Optimierung.

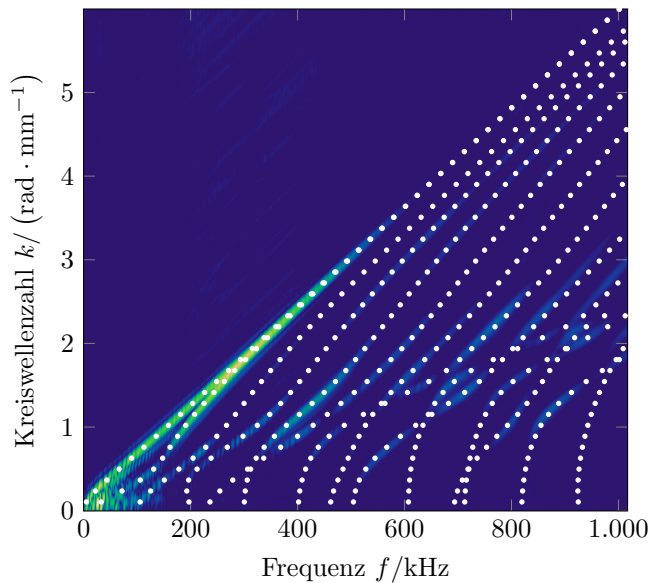


Abbildung 5: Dispersionsabbildung aus Messung (farbig) und Simulationsergebnis (weiß) unter Verwendung der bestimmten Materialparameter am Beispiel einer PEEK-Probe

Tabelle 1: Im inversen Verfahren bestimmte Materialparameter (longitudinale und transversale Schallgeschwindigkeiten c_L und c_T) sowie die gemessene Dichte ρ für verschiedene Materialien

Material	$c_L / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$c_T / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$\rho / (\text{kg m}^{-3})$
PEEK	2528	1096	1313
PA 6	2593	1059	1156
PP	2565	1314	934
Kupfer	4668	2316	9053
Aluminium	6525	3178	2562

Zusammenfassung und Ausblick

Mithilfe des vorgestellten inversen Verfahrens können die Materialparameter plattenförmiger Proben bestimmt werden. Die halbanalytische Betrachtung der SAFE-Methode im Vorwärtsmodell führt zu kürzeren Rechenzeiten als bei einer herkömmlichen FEM. Die vorgestellten Kostenfunktionen stellen sich beide am Beispiel isotroper Materialien für eine Optimierung als geeignet heraus.

Weiterhin kann das Verfahren auch auf allgemeinere Materialmodelle z.B. orthotrope angewendet werden, um beispielsweise faserverstärkte Kunststoffe zu charakterisieren [4] oder auch Eigenschaften additiv gefertigter Proben zu untersuchen. Dazu ist die Optimierung unter Verwendung von allgemeineren Materialmodellen anzupassen und die Kostenfunktion zu validieren. Da es sich um ein zerstörungsfreies Verfahren handelt, bietet es ebenso die Möglichkeit Eigenschaftsänderungen z.B. aufgrund von Materialalterung zu untersuchen.

Literatur

- [1] Lamb, H.: On waves in an elastic plate, Proceedings of the Royal Society of London: Mathematical, Physical and Engineering Sciences (1917), Vol. 93, pp. 114-128.
- [2] Claes, L., Bause, F., Rautenberg, J., Henning, B.: Detection of ultrasonic plate waves using ceramic strip transducers, Sensor Conferences 2015, pp. 775-779.
- [3] Claes, L., Meyer, T., Bause, F., Rautenberg, J., Henning, B.: Determination of the material properties of polymers using laser-generated broadband ultrasound, Journal of Sensors and Sensor Systems (2016), Vol. 5, pp. 187-196.
- [4] Webersen, M., Johannesmann, S., Claes, L., Henning, B.: Characterization of Continuous-fiber Reinforced Thermoplastics Using Thermoacoustically Excited Ultrasonic Lamb Waves, 2016 IEEE IUS Proceedings.
- [5] Bause, F., Claes, L., Webersen, M., Johannesmann, S., Henning, B.: Viskoelastizität und Anisotropie von Kunststoffen: Ultraschallbasierte Methoden zur Materialparameterbestimmung, Technisches Messen 2017.
- [6] Martinsen, W., Warlimont, H. u.a. , Handbook of Condensed Matter and Materials Data, Heidelberg, New York: Springer Verlag 2005
- [7] Bartoli, I., Marzani, A., Lanza di Scalea, F., Erasmo, V.: Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section, Journal of Sound and Vibration (2006), Vol. 295, pp. 685-707.
- [8] Takahiro, H., Won-Joon, S., Rose, J.-L.: Guided wave dispersion curves for a bar with an arbitrary cross-section, a rod and rail example, Ultrasonics (2003), Vol. 41, pp. 175-183.
- [9] Sale, M., Rizzo, P., Marzani, A.: Semi-analytical formulation for the guided waves-based reconstruction of elastic moduli, Mechanical Systems and Signal Processing (2011), Vol. 25, pp. 2241-2256.
- [10] Steinbuch, R.: Finite Elemente - Ein Einstieg Springer-Verlag 1998
- [11] Bathe, K.-J.: Finite-Elemente-Methode, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall 1996
- [12] Nelder, J.-A., Mead, R: A simplex method for function minimization (1965), The Computer Journal, Vol. 7, pp. 308-313.