

Erweiterung des Mason-Modells zur Beschreibung eines Partikelbelags auf einer Quarzscheibe

Sergei Olfert, Sebastian Becker, Bernd Henning

Elektrische Messtechnik, Universität Paderborn, 33098 Paderborn, E-Mail: olfert@emt.uni-paderborn.de

Motivation und Zielstellung

In vielen industriellen Anwendungen ist die Bestimmung der Masse von festen Partikeln, zum Beispiel von Feinstaub, von großem Interesse. Zur Bestimmung von Massenbelegungen im μg -Bereich eignet sich ein Verfahren mittels Quarzmikrowaage. Für den Fall einer rigiden homogenen Schicht hat bereits Sauerbrey eine negative Resonanzfrequenzverschiebung beschrieben [1]. Anders verhält sich offensichtlich ein Belag aus losen Partikeln, der, wie hier gezeigt wird, zu einer positiven Resonanzfrequenzverschiebung und einer nicht vernachlässigbaren Dämpfung führt. In dieser Arbeit wird basierend auf dem Mason-Modell der Einfluss einer losen Partikelschicht auf das elektromechanische Schwingverhalten des Quarzes näher untersucht. Insbesondere soll auf folgende Fragen detailliert eingegangen werden:

Ist die Quarzmikrobalance-Waage zur Partikelmassebestimmung geeignet?

Welchen Einfluss haben lose Partikel, die einseitig auf der Quarzoberfläche (AT-Cut) aufgebracht werden, auf dessen elektrische Impedanz und wieso können diese zu einer Resonanzfrequenzerhöhung führen?

Welches Modell ist geeignet, um dieses Phänomen zu beschreiben?

Experiment

Experimenteller Aufbau

Zur Untersuchung des Einflusses einer Partikelschicht auf einem Quarz wird ein Dickenschwinger (AT-Cut) mit einer angegebenen Resonanzfrequenz von 10,245 MHz verwendet. Um eine ungestörte Schwingung zu gewährleisten, wird der Quarz frei hängend in den Messplatz eingespannt (siehe Abbildung 1). Die elektrische Impedanz des Quarzes wird mit einem Netzwerkanalysator (Anritsu MS3630B) in Abhängigkeit der Frequenz gemessen. Untersucht wird der Einfluss einer Partikelschicht auf die elektrische Impedanz des Quarzes.



Abbildung 1: Quarz mit einer losen Partikelschicht

Auf den Quarz werden lose Partikel mit einer durchschnittlichen Partikelgröße von $200 \mu\text{m}$ und einer

mittleren Partikelmasse von $m_p \approx 300 \text{ ng}$ aufgebracht. Nach einer Beladung mit Partikeln wird die elektrische Impedanz erfasst und das Minimum des Betrags des Impedanzverlaufs bei der Grundresonanzfrequenz ermittelt.

Beobachtung

Die Abbildung 2 zeigt einen Ausschnitt des Impedanzverlaufs im Bereich der Grundresonanzfrequenz. Die elektrische Impedanz weist hier ein lokales Minimum auf [6]. Die zugehörige Verschiebung der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der aufgetragenen Partikelmasse ist in der Abbildung 3 dargestellt.

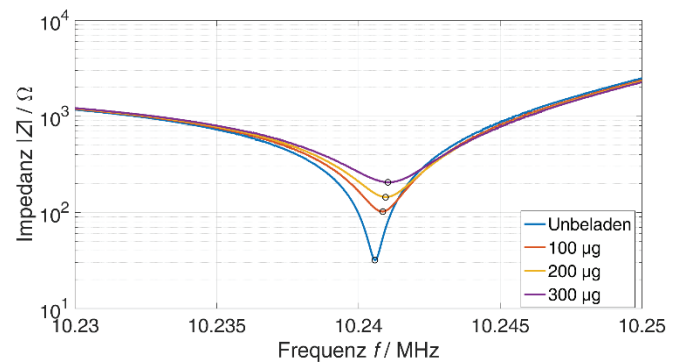


Abbildung 2: Ausschnitt des Impedanzverlaufs im Bereich der Resonanzfrequenz mit unterschiedlichen Partikelmassen

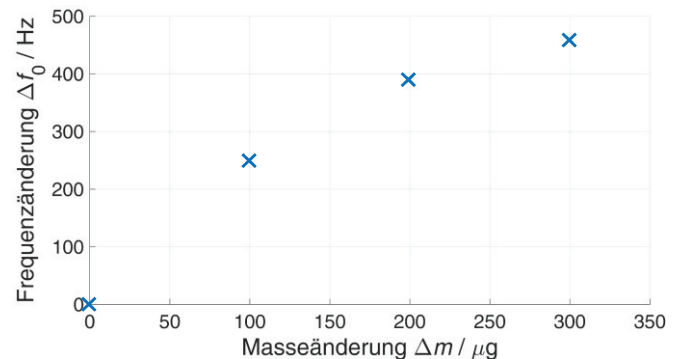


Abbildung 3: Gemessene Resonanzfrequenzverschiebung der Grundschwingung Δf_0 in Abhängigkeit von der aufgetragenen Partikelmasse

Die gemessene Frequenzverschiebung in Abbildung 3 zeigt eine Zunahme der Resonanzfrequenz mit zunehmender Partikelmasse. Die mit zunehmender Masse ansteigende Impedanz bei der Resonanzfrequenz deutet weiterhin auf einen dämpfenden Einfluss der Partikelschicht hin. Das von Sauerbrey beschriebene Modell, bei dem eine homogene rigide Schicht mit einer festen Kopplung zwischen aufgetragener Schicht und dem Quarz vorausgesetzt wird, kann den Effekt einer positiven Frequenzverschiebung nicht beschreiben. Es zeigt sich zusätzlich, dass die

Massenzunahme und die Frequenzverschiebung nicht linear sind.

Modellbildung

Partikelschicht

Die Grundannahme für die weitere Betrachtung des Modells ist eine nicht ideale feste Kopplung zwischen der Partikelschicht und dem Quarz. Diese wird im Weiteren als lose Kopplung bezeichnet. Die Beobachtung der positiven Frequenzverschiebung wurde in der Literatur bereits beschrieben [2-4].

Die Abbildung 4 (links) veranschaulicht die Scherbewegung an der Oberfläche eines Quarzes als Dickenschwinger. Wenn die Partikel auf die Oberfläche des Quarzes aufgebracht werden, beeinflussen sie die Scherschwingung des Quarzes. Die Ursachen einer losen Kopplung können nach Zhang et al. Van der Waals Kräfte, elektrostatische Kräfte, Kapillarkräfte, gravimetrische Kräfte u. ä. sein [2][7].

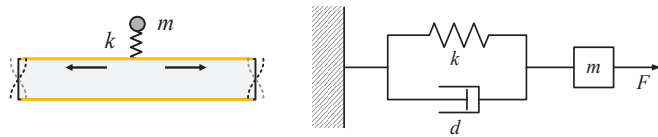


Abbildung 4: Modellvorstellung von Partikeln auf einem Dickenschwinger (links) und das dazugehörige mechanische Ersatzschaltbild (rechts)

Eine lose Kopplung zwischen den festen Partikeln und der Quarzoberfläche kann durch eine Feder mit der Federsteifigkeit k und eine Masse m modelliert werden. Die in den Messergebnissen beobachtete Dämpfung lässt sich durch ein ideales Dämpfungselement d parallel zur Feder modellieren. Zusammen beschreiben diese Elemente ein Feder-Masse-Dämpfer-System, das in der Abbildung 4 (rechts) dargestellt ist [2][6].

Die mechanische Impedanz der Ersatzschaltung aus Abbildung 4 (rechts) kann durch die Gleichung 1 mathematisch beschrieben werden.

$$Z(\omega) = d + j \left(\omega m - \frac{k}{\omega} \right) \quad (1)$$

Beladener Quarz

Zur Modellierung eines Quarzes mit einer Partikelschicht wird das Dreitor-Modell nach Mason verwendet [6]. Dieser Ansatz hat gegenüber in der Literatur angegebenen analytischen Lösungsansätzen den entscheidenden Vorteil, dass die für das Mason-Modell benötigten Parameter in der Literatur gut dokumentiert sind [5].

Die Abbildung 5 (links) zeigt schematisch eine mit Elektroden versehene Quarzscheibe sowie die Zählpfeilrichtung der elektrischen und mechanischen Größen. Bei einem Dickenschwinger überlagern sich die Dicken- und die Scherschwingung. Das prinzipiell als eindimensional angenommene Mason-Modell muss daher dahingehend modifiziert werden, dass die einzelnen Kenngrößen als effektive Größen angenommen werden. Die Kräfte F_1 und F_2 sowie die Schallschnellen v_1 und v_2 auf den beiden

Elektrodenseiten sind ebenfalls als effektive Größen aus Normal- und Tangentialkomponente aufzufassen.

Die Abbildung 5 (rechts) zeigt das elektromechanische Dreitormodell nach Mason mit den mechanischen Abschlussimpedanzen Z_L (Luft) und Z_P (Partikelschicht) auf beiden Seiten des Quarzes.

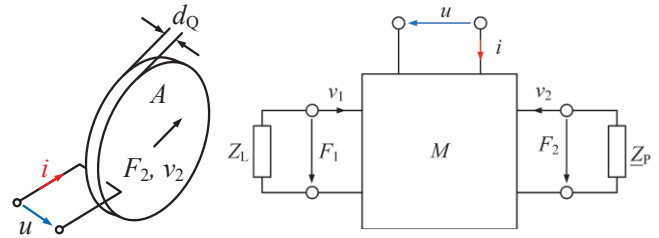


Abbildung 5: Beschreibung einer mit Elektroden versehenen Quarzscheibe (links) und das elektromechanische Dreitor-Modell nach Mason mit den Abschlussimpedanzen auf beiden Seiten des Quarzes

Das elektromechanische Dreitormodell nach Mason wird durch das lineare Gleichungssystem (Gleichung 2) beschrieben.

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ u \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i \end{pmatrix} \quad (2)$$

Hier gilt

$$M = \begin{pmatrix} Z_{\text{mech}} \cdot \coth(\gamma d) & Z_{\text{mech}} \cdot \text{csch}(\gamma d) & \frac{h_{\text{eff}}}{j\omega} \\ Z_{\text{mech}} \cdot \text{csch}(\gamma d) & Z_{\text{mech}} \cdot \coth(\gamma d) & \frac{h_{\text{eff}}}{j\omega} \\ \frac{h_{\text{eff}}}{j\omega} & \frac{h_{\text{eff}}}{j\omega} & \frac{1}{j\omega C_0} \end{pmatrix}$$

mit den Koeffizienten

$$Z_{\text{mech}} = \rho \cdot c \cdot A$$

$$\gamma = j \frac{\omega}{c}$$

$$h_{\text{eff}} = c \sqrt{\frac{k_{\text{eff}}^2 \cdot \rho}{\epsilon_{\text{eff}}}}$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_{\text{eff}} \cdot A}{d}$$

Dabei sind Z_{mech} die mechanische Impedanz, ρ die Dichte, c die Schallgeschwindigkeit, d die Dicke des Quarzes und A die Elektrodenfläche. γ ist die Wellenausbreitungskonstante, k_{eff} der effektive elektromechanische Kopplungsfaktor, ϵ_{eff} die effektive elektrische Permittivität sowie C_0 die statische Kapazität [6].

Mit den Gleichungen 3 und 4 kann das Gleichungssystem 2 nach der elektrischen Impedanz $Z_{\text{el}} = u/i$ aufgelöst werden.

$$Z_L = \frac{-F_1}{v_1 \cdot A} \quad (3)$$

$$Z_P = \frac{-F_2}{v_2 \cdot A} \quad (4)$$

Parameterstudie

In einer Parameterstudie soll der Einfluss einzelner Faktoren aus Gleichung 1 auf die elektrische Impedanz untersucht werden. Dabei werden drei Einzelfälle untersucht

- Z_P ist rein reell
- Z_P ist nur von einer Masse m ($k=0$) abhängig
- Z_P ist nur von der Federsteifigkeit k ($m=0$) abhängig

Abschlussimpedanz ist reell

Eine rein reelle akustische Impedanz entspricht einer verlustfreien Ausbreitung von akustischen Wellen im Medium. In der elektrischen Impedanz wird die Dämpfung deutlich, eine Verschiebung der Resonanzfrequenz tritt allerdings nicht auf.

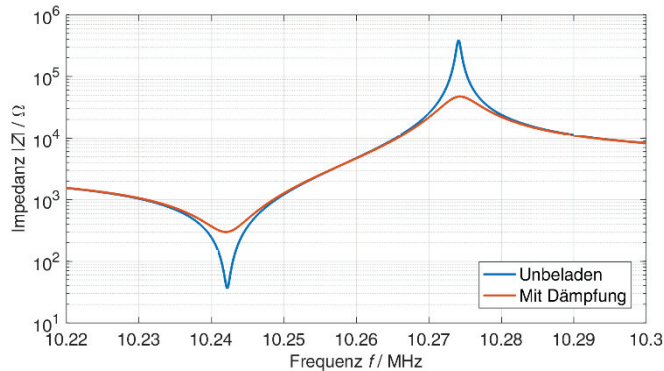


Abbildung 6: Simulierter Impedanzverlauf für einen unbeladenen Quarz und einen Quarz mit gedämpfter Schwingung

Abschlussimpedanz Z_P ist abhängig von der Masse m

Dieser Fall beschreibt eine rigide homogene Massenbeladung auf dem Quarz. Die Simulationsergebnisse aus Abbildung 7 zeigen, wie in Literatur beschrieben, eine Verminderung der Resonanzfrequenz mit zunehmender Masse.

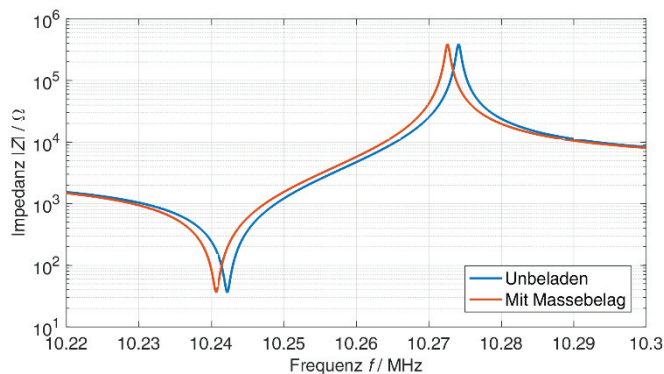


Abbildung 7: Simulierter Impedanzverlauf für einen unbeladenen Quarz und einen Quarz mit homogener Massebeladung

Abschlussimpedanz Z_P ist abhängig von der Federsteifigkeit k

Eine vorhandene Federsteifigkeit k führt zu einer Erhöhung der Resonanzfrequenz.

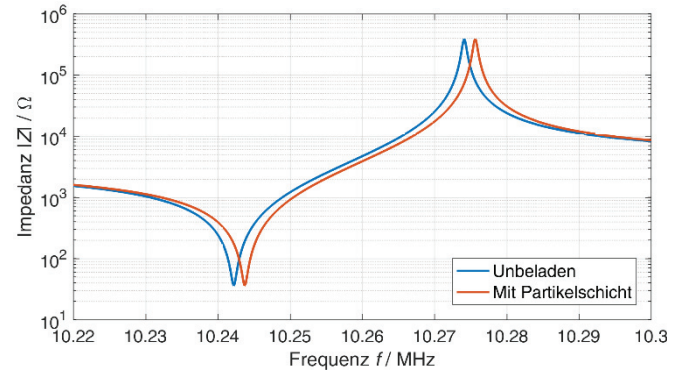


Abbildung 8: Simulierter Impedanzverlauf für einen unbeladenen Quarz und einen Quarz mit einer Federsteifigkeit k

Vergleich von Experiment und Simulation

Für einen Vergleich der Messergebnisse mit Simulationsergebnissen wird zunächst für den unbeladenen Fall die akustische Impedanz rein reell angenommen. Die mechanische Impedanz wird so variiert, dass die Simulationsergebnisse mit den Messergebnissen übereinstimmen. Die Abbildung 9 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen den Simulations- und den Messergebnissen.

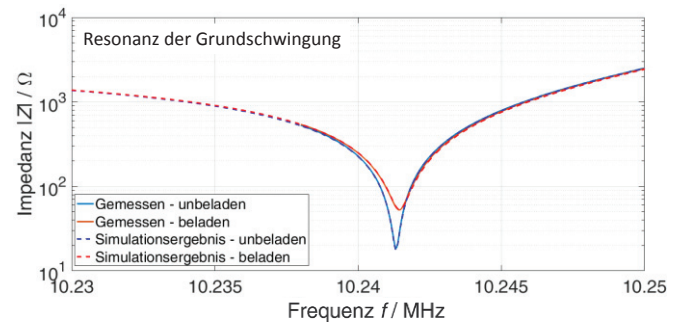


Abbildung 9: Vergleich der Messergebnisse und Simulationsergebnisse eines mit Partikeln beladenen Quarzes bei f_0

Bei einer Partikelschicht auf einem Quarz sind eine Erhöhung der Resonanzfrequenz und eine zunehmende Dämpfung zu beobachten. Der Einfluss der Federsteifigkeit k ist also größer als der Einfluss der Masse auf die Verschiebung der Resonanzfrequenz. Für die Simulation kann vorläufig nur ein effektiver Wert für die Masse m und die Federsteifigkeit k angesetzt werden. Für eine praktische Umsetzung ist also die Separation der Einflussfaktoren für die Federsteifigkeit und die Masse notwendig.

Zusammenfassung und Ausblick

Mithilfe einer modifizierten Form des Mason-Modells lässt sich der Einfluss einer Partikelschicht durch eine komplexe Abschlussimpedanz auf die elektrische Impedanz des Quarzes beschreiben.

Die Simulationsuntersuchungen zeigen, dass eine rigide homogene Massebeladung auf dem Quarz erwartungsgemäß zu einer Verminderung der Resonanzfrequenz führt. Im Unterschied dazu bewirkt eine lose Partikelschicht auf einer Quarzscheibe eine Erhöhung der Resonanzfrequenz.

Die Annahme einer komplexen Abschlussimpedanz basierend auf einem Feder-Masse-Dämpfer-System ermöglicht mittels eines erweiterten Mason-Modells beide experimentell beobachteten Phänomene zu beschreiben und im Weiteren detailliert zu untersuchen.

Insbesondere soll geklärt werden, wie die Partikelmasse unter Berücksichtigung der Kopplungsbedingung bestimmt werden kann.

Literatur

- [1] Sauberbrey, G.: Verwendung von Schwingquarzen zur Wägung dünner Schichten und zur Mikrowägung, Zeitschrift für Physik, 155, 1959, S. 206–222
- [2] Zhang, A.; Lec. R.; Pourrezaei, K.: The Study of an Interaction of Solid Particles with Various Surfaces Using TSM Sensors. IEEE 2003, S. 1001-1006
- [3] Pomorska, A. et al.: Positive Frequency Shifts Observed Upon Adsorbing Micron-Sized Solid Objects to a Quartz Crystal Microbalance from the Liquid Phase. Anal. Chem., 2010, 82 (6), pp 2237–2242
- [4] Dybwad G. L.: A sensitive new method for the determination of adhesive bonding between a particle and a substrate, Journal of Applied Physics 58, S. 2789-2790, 1985
- [5] David, S.: Handbook of Quartz Crystal Devices. Wokingham, Berkshire, England: Van Nostrand Reinhold (UK) Co. Ltd Molly Millars Lane, 1987
- [6] Lerch, R.; Sessler, G.; Wolf, D.: Technische Akustik. Grundlagen und Anwendungen. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009
- [7] Vittorias, E.; Kappl, M.; Butt, H.; Johannesmann, D.: Studying mechanical microcontacts of fine particles with the quartz crystal microbalance. Powder Technology 203, Issue 3, 2010, S. 489–502