

Energiebestimmung an Brettsperrholzbauteilen im Holzmassivbau

Simon Mecking¹, Markus Scheibengraber¹, Tobias Kruse¹, Ulrich Schanda¹, Ulrich Wellisch¹

¹ Labor für Schallmesstechnik LaSM, Hochschule Rosenheim, 83024 Rosenheim, E-Mail: simon.mecking@fh-rosenheim.de

Einleitung

Die Kenntnisse der wesentlichen Energieübertragungswege in Gebäuden sind für die Schallschutzprognose entscheidend. Die Energieübertragung hängt von den physikalischen Eigenschaften der Räume, der beteiligten Bauteile und deren bautechnischen Kopplungen ab. Die DIN EN 12354:2000 nutzt eine vereinfachte Version der Statistischen Energie-Analyse (SEA) zur Schallschutzprognose. Die Anwendung dieses Verfahrens im Mauerwerks- und Betonbau führt zu aussagekräftigen Ergebnissen. Einige der diesem Verfahren zugrunde liegenden Annahmen basieren auf typischen Kopplungseigenschaften und Biegesteifigkeiten von Platten dieser Bauweise. In gleicher Weise ist die Messvorschrift in der DIN EN ISO 10848-1:2006 [1] auf diese Bauweise abgestimmt. Dort werden u. a. die Anzahl der Antwort- und Krafteinleitungspositionen geregelt, um die Schwingungsenergie in der Platte zu quantifizieren. Typischerweise wird die Schwingungsenergie einer Platte E_{vib} experimentell über das zeitlich und räumlich gemittelte Schnellequadrat $\langle v_{\text{eff}} \rangle^2$ und dem Plattengewicht m nach (1) bestimmt. Dabei ist I die Gesamtanzahl der einzelnen Antwortpositionen i , E_{kin} die kinetische und E_{pot} die potenzielle Energie der Platte.

$$E_{\text{vib}} = 2 E_{\text{kin}} = m \langle v_{\text{eff}} \rangle^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I m_i v_{\text{eff},i}^2 \quad (1)$$

Folgende Annahmen liegen (1) u. a. zugrunde:

1. $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$
2. Anzahl der Antwortpositionen I
 - (a) Kein diffuses Körperschallfeld: $I \rightarrow \infty$
 - (b) Näherungsweise diffuses Körperschallfeld: Mindestanzahl an gleichmäßig verteilten Antwortpositionen $I \rightarrow I_{\text{min}}$

Die erste Annahme ist bei einer Eigenfrequenz oder näherungsweise in Frequenzbändern mit mehreren Moden gerechtfertigt. Die zweite Annahme ist unpraktikabel, da der Messaufwand bei Verwendung vieler Antwortpositionen sehr groß wird. Im Sonderfall des näherungsweise diffusen Körperschallfeldes ist es möglich, die notwendige Antwortanzahl aufgrund der geringen Variation der einzelnen Schnellepegele deutlich zu reduzieren.

Aus physikalischer Sicht unterscheidet sich der Holzmassivbau vom Massivbau. Im Fall von Brettsperrholz weist die Materialsteifigkeit eine starke Richtungsabhängigkeit auf; außerdem beträgt die Rohdichte nur etwa ein Viertel der Dichte von Betonplatten. Für die Anpassung von

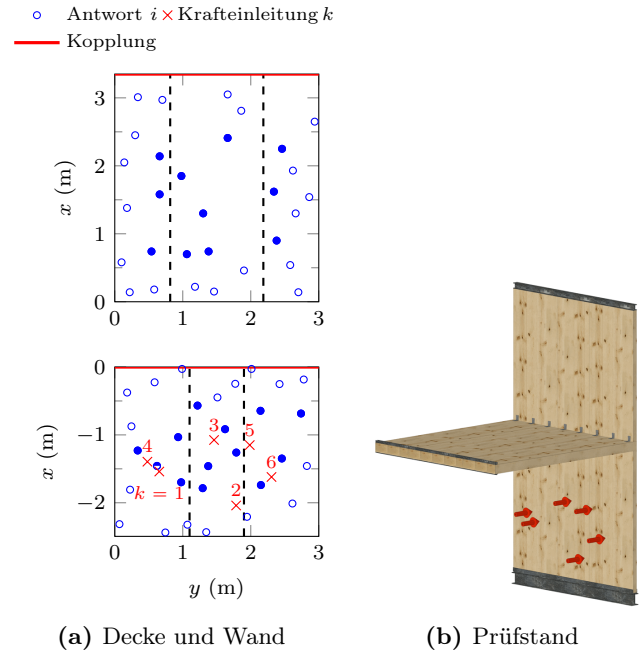


Abbildung 1: Prüfaufbau aus Brettsperrholz mit sechs Krafteinleitungsorten und jeweils 30 Antwortpositionen (gefüllte Kreise: Ziehung B) an der Decke und der unteren Wand. Die gestrichelten Linien kennzeichnen die Elementstöße. Die Bauteile sind in x -Richtung steifer als in y -Richtung.

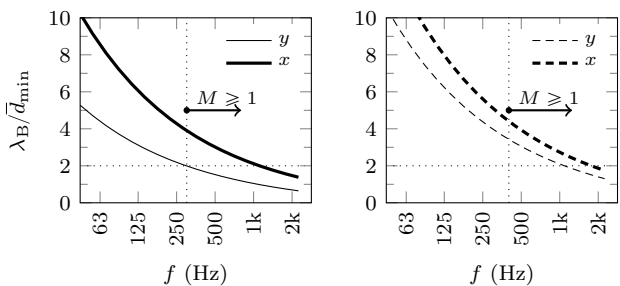
Prognosemodellen für Massivholzkonstruktionen auf Basis der SEA ist daher eine Überprüfung mit experimentell ermittelten Energiegrößen notwendig.

Insbesondere stellen sich damit die Fragen, ob eine Anpassung der Messvorschrift für diese Platten erforderlich ist, um eine vorgegebene Unsicherheit bei der Bestimmung der Schwingungsenergie einzuhalten und wie die charakteristischen Platteneigenschaften berücksichtigt werden können. Zur Beantwortung dieser Fragen wurden ein Experiment [2] als auch eine statistische Auswertung zum Körperschallfeld [3] durchgeführt.

Fallstudie am T-förmigen Bauteilstoß

Prüfstand und Messbedingungen

An der HS Rosenheim ist ein Prüfstand zur Durchführung von Betriebsschwinganalysen, der Power-Injection Methode und der Ermittlung von Stoßstellendämmmaßen für Massivholzkonstruktionen eingerichtet worden. Es ist damit möglich, T- und L-förmige Bauteilverbindungen in realistischen Bauteilgrößen zu untersuchen und auf der Stoßverbindung eine Streckenlast von maximal 20 kN/m aufzubringen. Abbildung 1 (b) zeigt den T-förmigen Bauteilaufbau dieser Fallstudie. Der Aufbau



(a) Wand, $\bar{d}_{\min} = 0,401$ m (b) Decke, $\bar{d}_{\min} = 0,400$ m

Abbildung 2: Biegewellenlänge λ_B für beide Hauptrichtungen x und y normiert auf den mittleren, minimalen Abstand \bar{d}_{\min} zwischen zwei benachbarten Antwortpositionen. Bei einem Verhältnis ≥ 2 ist das SHANNON-Kriterium erfüllt. Zusätzlich ist der modale Überlappungsfaktor M dargestellt.

besteht aus zwei dreischichtigen Wänden und einer sechschichtigen Decke aus Brettsperrholz.

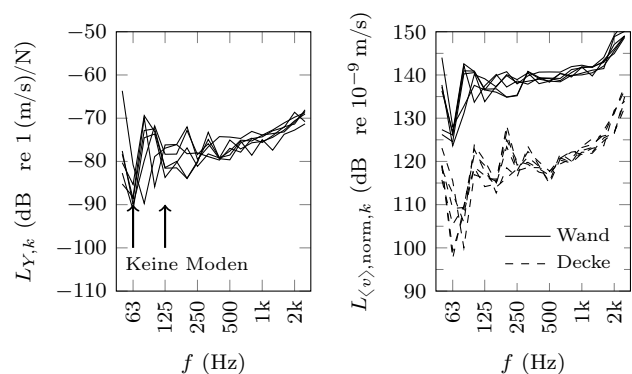
Die Bauteilanregung erfolgte mittels eines Modal-Schwingerregers, angesteuert mit einem logarithmischen Gleitsinus (2 oct/min). Dabei wurden Kraft und Beschleunigung am Krafteinleitungsort und die Beschleunigung an den Antwortpositionen (Abb. 1 (a)) gemessen.

Für die statistischen Untersuchungen wurden die untere Wand als Sende- und die Decke als Empfangsbau teil gewählt. Für jede der sechs Krafteinleitungsorte an der Wand wurden 30 identische Antwortpositionen an Wand und Decke gemessen. Die verwendeten Antwortpositionen wurden dazu zufällig stufenweise ausgewählt. Bei der Ziehung wurde ein minimaler Abstand der Antwortpositionen eingehalten. Im Fall der Positionen für die Krafteinleitung wurden die Randbereiche nach [1] und die Symmetrieachsen für die Ziehung ausgeschlossen.

Abbildung 2 gibt Aufschluss darüber, mit welcher durchschnittlichen räumlichen Abtastung die Biegewellen in x - und y -Richtung durch die gewählten Antwortpositionen gemessen wurden. Im tiefen Frequenzbereich bei großen Biegewellenlängen sind örtliche Pegelunterschiede durch das modale Schwingungsmuster nicht zu vermeiden. Zur Einhaltung des Abtasttheorems ist darauf zu achten, dass das Verhältnis von Biegewellen zum mittlerem Sensorabstand mindestens den Wert zwei erreicht. Da mit zunehmender Frequenz die Modenanahl in den Frequenzbändern deutlich zunimmt, nehmen aufgrund der kleineren Biegewellenlängen und des intermodalen Energieaustausches die örtlichen Pegelunterschiede ab und das Körperschallfeld wird im mittleren Frequenzbereich zunehmend diffuser. Zur Einordnung der Diffusität ist der modale Überlappungsfaktor $M \geq 1$ in der Abbildung ergänzt. Es ist zu erwarten, dass mit zunehmendem modalen Überlappungsfaktor das Verhältnis von Biegewellenlänge zu mittlerem Sensorabstand auf das Ergebnis des räumlich gemittelten Schnellepegels an Einfluss verliert.

Ergebnisse des Experiments

Zur Beschreibung der Eigenschaften der Krafteinleitungsorte k ist der Eingangsadmittanzpegel $L_{Y,k}$ je Terz-



(a) Eingangsadmittanzen (b) Räumlich gemittelte, Schnellepegel, $I = 30$

Abbildung 3: Messergebnisse je Krafteinleitungsort k . [2]

band f mit J FFT-Linien nach (2) berechnet worden. Dabei wurde für die Referenz-Admittanz Y_0 ein Wert von 1 (m/s)/N gewählt. Abbildung 3 (a) zeigt unter 250 Hz deutliche Unterschiede zwischen den Krafteinleitungsorten. Insbesondere die Terzbänder 50 Hz und 80 Hz zeigen starke Streuungen. Hier werden bei manchen Positionen weniger Moden angeregt als bei anderen.

$$L_{Y,k} = 20 \lg \left(\frac{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \operatorname{Re} \left\{ \frac{v_{k,j}}{F_{k,j}} \right\}}{Y_0}} \right) \quad (2)$$

Eine schmalbandige Analyse der Eingangsadmittanzen zeigte, dass sich innerhalb der Terzbänder 63 Hz und 125 Hz keine Moden bei den verwendeten Krafteinleitungsorten befinden. Hier ist die Voraussetzung $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$ für (1) nicht erfüllt.

Um den Effekt unterschiedlicher Kraftamplituden an den Krafteinleitungsorten k zu minimieren, wurde die schmalbandige Schnelle $v_{i,k,j}$ an der Antwortposition i nach (3) auf die eingeleitete Kraft $F_{k,j}$ des Schwingerregers normiert und in Terzbändern summiert.

$$v_{\text{norm},i,k}^2 = \sum_{j=1}^J \left| \frac{v_{i,k,j}}{F_{k,j}} \right|^2 1 \text{ N}^2 \quad (3)$$

Der auf diese Weise normierte Schnellepegel $L_{v,\text{norm},i,k}$ für die Antwortposition i wird durch (4) bestimmt. Dabei wurde für die Referenz-Schnelle v_0 ein Wert von $1 \cdot 10^{-9} \text{ m/s}$ gewählt.

$$L_{v,\text{norm},i,k} = 10 \lg \left(\frac{v_{\text{norm},i,k}^2}{v_0^2} \right) \quad (4)$$

Schließlich wird der räumlich gemittelte Schnellepegel $L_{\langle v \rangle,\text{norm},k}$ nach (5) berechnet.

$$L_{\langle v \rangle,\text{norm},k} = 10 \lg \left(\frac{\sum_{i=1}^I v_{\text{norm},i,k}^2}{I v_0^2} \right) \quad (5)$$

Abbildung 3 (b) zeigt die Ergebnisse für beide Bauteile. Die Unterschiede zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Krafteinleitungsorte sind ebenfalls unterhalb von

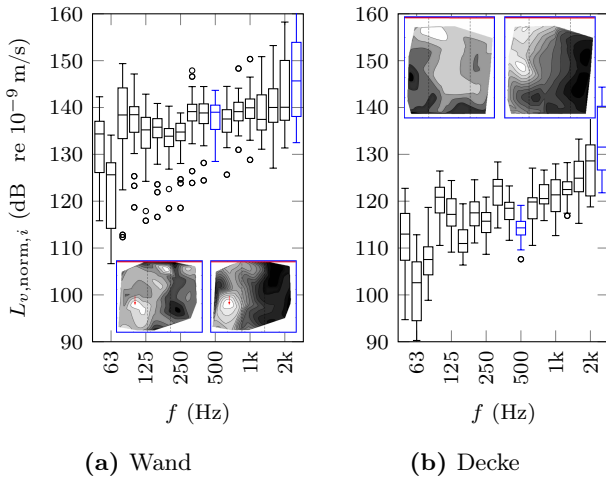


Abbildung 4: Boxplots der normierten Schnellepegel aller Antwortpositionen für Kraftereinleitungsort $k = 1$. Die Beispiele (links: $f = 500$ Hz, rechts: $f = 2,5$ kHz) der räumlichen Pegeldifferenzen sind auf den kleinsten Pegel $\min(L_{v,\text{norm},i})$ der Bauteile im Terzband bezogen.

250 Hz signifikant größer. Ursache ist die unterschiedliche Eingangsdmittanz, wie Abbildung 3 (a) zeigt. Oberhalb von 250 Hz sind nur geringe Unterschiede zwischen den räumlich gemittelten Schnellepegel für Wand und Decke aufgrund der geringeren Unterschiede der Eingangsdmittanzen der Kraftereinleitungsorte beobachtbar.

Die Verteilung der einzelnen normierten Schnellepegel der 30 Antwortpositionen ist mithilfe von Boxplots in Abbildung 4 am Beispiel von Kraftereinleitungsort $k = 1$ für Wand und Decke dargestellt. Besonders bei den tiefen und hohen Terzbändern können größere Streuungen und schiefere Verteilungen beobachtet werden. Im tieffrequenten Bereich ist dies ein Hinweis auf ein nicht-diffuses Körperschallfeld aufgrund des modalen Schwingungsverhaltens der Platten. Bei hohen Frequenzen können diese Verteilungen eines nicht-diffusen Körperschallfeldes durch zwei Aspekte begründet werden. Zum Einen durch den mit der Frequenz steigenden Einfluss des Nahfeldes um den Bereich der Kraftereinleitung und zum Anderen mit dem größeren Einfluss der Ausbreitungsdämpfung. Im mittleren Frequenzbereich von 200 Hz bis 1250 Hz sind die Interquartilsabstände, dargestellt durch die Boxen, signifikant geringer, was einen qualitativen Hinweis auf ein näherungsweise diffuses Körperschallfeld gibt. Im Fall der direkt angeregten Wand in Abb. 4 (a) gibt es mehr statistische Ausreißer als bei der Decke. Zwei der dreißig zufälligen Antwortpositionen liegen sehr nahe an der Kopplungsstelle zwischen Wand und Decke und erklären einen Teil der unteren statistischen Ausreißer.

Statistische Auswertung des Körperschallfeldes mit MONTE-CARLO Simulationen

In den hier genutzten Ziehungsmodellen steht $I \in \mathbb{N}$ für die Gesamtzahl der gemessenen Antwortpositionen und $N \in \mathbb{N}$ für die Größe der gezogenen Untermenge (ohne Zurücklegen). Des Weiteren steht $R \in \mathbb{N}$ für die Gesamtzahl der Wiederholungen des Ziehungsprozesses.

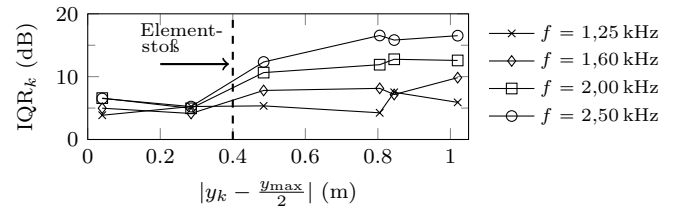


Abbildung 5: Einfluss des Abstandes der y -Koordinate des Kraftereinleitungsortes k zur Bauteilmitte $\frac{y_{\max}}{2}$ auf den Interquartilsabstand IQR_k der gemessenen $L_{v,\text{norm},i,k}$.

Die Grundannahme für die Schätzungen und Prognosen in diesem Abschnitt ist, dass die hier gewählte Anzahl der Ziehungswiederholungen $R = 200\,000$ ausreichend groß ist, damit das Gesetz der großen Zahlen [4, S. 343] und das Theorem von GLIVENKO-CANTELLI [5, S. 98] anwendbar sind. Folgende Situationen wurden als Ziehungsmodelle erstellt.

Ziehung A: Aus allen Antwortpositionen

Zunächst werden die Verteilungen der mittleren Schnellepegel infolge einer Ziehung einer festen Untermenge N von allen gemessenen Antwortpositionen behandelt. Dabei wird eine Zufallsvariable zur Prognose des mittleren Schnellepegels erstellt, wenn nur $N \leq I$ gemessene Antwortpositionen genutzt werden, um den räumlich gemittelten Schnellepegel der Platte zu bestimmen.

Aus den auf diese Weise geschätzten Häufigkeitsverteilungen lässt sich für jeden Kraftereinleitungsort k die Mindestanzahl $N_{\min,k}$ an zufällig verwendeten Antwortpositionen ermitteln, bei der mit einer Wahrscheinlichkeit von $p \geq 0,95$ die räumlich gemittelten Schnellepegel $L_{\langle v \rangle *, k}^{(N)}$ weniger als 2 dB von dem mittleren Schnellepegel aus allen 30 Antwortpositionen (Abb. 3 (b)) abweichen.

Abbildung 6 zeigt die Ergebnisse infolge des jeweiligen Kraftereinleitungsortes und als Trendlinie den Mittelwert über alle Orte. Insgesamt zeigen die Mindestanzahlen der Antwortpositionen an Wand und Decke eine ähnliche Frequenzabhängigkeit auf. Im Bereich des nicht-diffusen Körperschallfeldes werden deutlich mehr Antwortpositionen benötigt als in dem Bereich, der zuvor über die Boxplots in Abbildung 4 als näherungsweise diffus beschrieben worden ist. Die stärkere Abhängigkeit von der Position der Kraftereinleitung bei sehr hohen Frequenzen lässt sich mit dem unterschiedlichen Abstand vom jeweiligen Ort k zur Bauteilmitte in y -Richtung erklären. Abbildung 5 zeigt den Interquartilsabstand der gemessenen Schnellepegel IQR in Abhängigkeit dieser Distanz. Mit zunehmender Frequenz erhöht sich die Streuung, wenn der Kraftereinleitungsort auf dem linken bzw. auf dem rechten Teilelement der dreiteiligen Wand ist.

Ziehung B: Ohne Antwortpositionen am Rand und im Nahfeld

Für praktische Anwendungen ist es nützlicher zu wissen, wie viele Antwortpositionen notwendig sind, um eine Unsicherheit t_{\max} für mehrere Terzbänder einzuhalten. In diesem Beispiel sei $f_{\min} = 200$ Hz das unterste

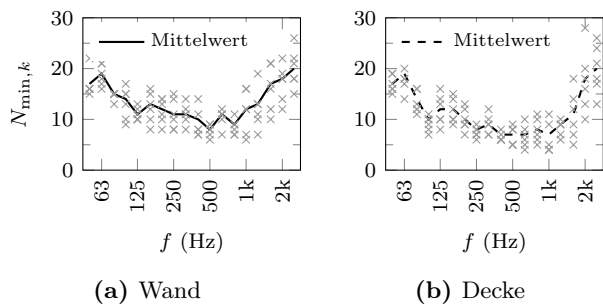


Abbildung 6: Minimum an Antwortpositionen $N_{\min,k}$, damit $L_{\langle v \rangle, \text{norm}, k} \pm 2$ dB ein 95%-Prognoseintervall für $L_{\langle v \rangle}^{(N)*, k}$ bei Krafteinleitungsort k ist. Die Mindestanzahl ergibt sich aus den geschätzten Häufigkeitsverteilungen aus Ziehung A.

Tabelle 1: Mindestabstände der Antwortpositionen zum Bauteilrand und zum Krafteinleitungsort für Ziehung B.

	x_{\min}	y_{\min}	r_{\min}
	m		
Wand	0,51	0,26	0,19
Decke	0,67	0,52	–
Kriterium	$\frac{\lambda_{B,x}}{4}$ (200 Hz)	$\frac{\lambda_{B,y}}{4}$ (200 Hz)	r_H (1250 Hz)

und $f_{\max} = 1250$ Hz das oberste Terzband des interessierenden Frequenzbereichs. Bei der Ziehung werden keine Rand- und Nahfeld-Positionen verwendet (Abb. 1 (a)). Die Mindestabstände für zulässige Antwortpositionen (Tab. 1) basieren dabei auf der Biegewellenlänge λ_B und dem Hallradius r_H der beteiligten Bauteile [6].

Das erstellte Modell ist die Schätzung für die Wahrscheinlichkeit p des wie folgt definierten Ereignisses: Der mittlere Schnellepegel, der über eine zufällige Kombination von $N = 6$ Antwortpositionen bestimmt wird, weicht höchstens um $t_{\max} \in \mathbb{R}^+$ ab. Die Abweichung bezieht sich dabei terzbandweise auf den mittleren Schnellepegel, der aus allen Antwortpositionen I berechnet ist.

Abbildung 7 zeigt die Wahrscheinlichkeiten, die sich aus den Häufigkeitsverteilungen aus den MONTE-CARLO Simulationen ergeben, in Abhängigkeit von t_{\max} . Die Abweichung muss bei einer gezogenen Untermenge in allen

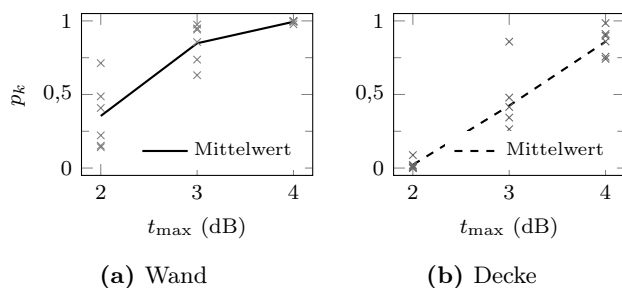


Abbildung 7: Wahrscheinlichkeit p_k , dass der mittlere Schnellepegel, bestimmt durch eine Ziehungsgröße von $N = 6$ Antwortpositionen bei Ziehung B, höchstens t_{\max} vom mittleren Schnellepegel, bestimmt mit allen 30 Positionen, abweicht.

acht Terzbändern erfüllt sein. Für die Decke werden erst ab einer zulässigen Abweichung von $t_{\max} = 4$ dB hohe Wahrscheinlichkeiten erreicht. Dagegen ist dies bei der Wand schon ab $t_{\max} = 3$ dB der Fall. Ein Grund für die geringeren Wahrscheinlichkeiten im Fall der Decke kann die ungünstigere räumliche Verteilung der zulässigen Antwortpositionen (vgl. Abb. 1 (a)) sein.

Zusammenfassung

Auf Basis empirischer Daten wurde die Diffusität des Körperschallfeldes von Brettsperrholz-Bauteilen in realistischer Größe beschrieben und Verteilungsschätzungen in Abhängigkeit der verwendeten Antwortanzahl durchgeführt. Ein näherungsweise diffuses Körperschallfeld liegt im Beispiel nur in einigen Terzbändern im mittleren Frequenzbereich vor. Damit ist eine Energiebestimmung mit wenigen Antwortpositionen nur dort möglich. Die Energiebestimmung über die Schnelle ist bei tiefen Frequenzen für einige Frequenzbänder ohne Moden nicht geeignet, da hier die Voraussetzung nicht gegeben ist, dass die kinetische gleich der potenziellen Energie ist. Hochfrequent hat der Krafteinleitungsort bezogen auf die Elementstöße Einfluss auf die Antwortstreuungen. Darüber hinaus ist bei tiefen wie auch bei sehr hohen Frequenzen eine hohe Antwortanzahl notwendig.

Der Beitrag ist Teil des gemeinsam von der TU München, der HS Rosenheim und dem ift Rosenheim durchgeführten DFG-AiF Forschungsvorhabens *Vibroakustik im Planungsprozess für Holzbauten*. Das IGF-Vorhaben 18724N der Forschungsvereinigung Internationaler Verein für Technische Holzfragen e.V. wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung (IGF) vom BMWi aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert.

Literatur

- [1] DIN EN ISO 10848-1:2006-08: Akustik - Messung der Flankenübertragung von Luftschall und Trittschall zwischen benachbarten Räumen in Prüfständen
- [2] Kruse, T.: Messung und Analyse des Schwingungsverhaltens von gekoppelten Bauteilen aus Brettsperrholz. Masterarbeit. HS Rosenheim, 2016
- [3] Scheibengraber, M.: Simulative Untersuchung der Variabilität des Körperschallfeldes im Holzmassivbau unter Anwendung der Ridge Regression und dem Least Absolute Shrinkage Operator (Lasso) als restringierte Formen des linearen Modells. Bachelorarbeit. HS Rosenheim, 2016
- [4] Pruscha, H.: Vorlesungen über Mathematische Statistik. Wiesbaden: Teubner Verlag, 2000
- [5] Lehn, J.; Wegmann, H.: Einführung in die Statistik. Wiesbaden: Teubner Verlag, 2006
- [6] Mecking, S. u. a.: Körperschallfelder in Brettsperrholzbauteilen des Holzmassivbaus. In: *Fortschritte der Akustik - DAGA 2016*. (14.–17. März 2016). Aachen: Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V.