

Transmission und Reflexion akustischer Wellen in Rohrleitungssystemen

Benedikt Berchtenbreiter, Johannes Müller, Stefan Becker

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, Lehrstuhl für Prozessmaschinen und Anlagentechnik,
91058 Erlangen, Deutschland, Email: bb@ipat.uni-erlangen.de, ml@ipat.uni-erlangen.de, sb@ipat.uni-erlangen.de

Einleitung

Die Entstehung und Ausbreitung von Schall in Rohrströmungen sind komplexe Bereiche der technischen Akustik und spielen im täglichen Leben eine große Rolle. Das Klangbild der Lüftungs- und Klimaanlage dominiert beispielsweise die Geräuschkulisse in Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor bei hohen Frequenzen [1]. Flugzeugtriebwerke und Abgasanlagen von Fahrzeugen sind weitere technische Anwendungen, bei denen durch Rohrströmungen induzierter Schall an die Umgebung abgestrahlt und vom Menschen wahrgenommen wird [2, 3].

Die akustische Optimierung ist demnach ein wichtiger Bestandteil bei der Entwicklung von beispielsweise Klimageräten, Turbomaschinen oder Schalldämpfern. Ein experimentelles Verfahren zur Charakterisierung der passiven und aktiven akustischen Eigenschaften von Objekten in Rohrströmungen ist das Two-Port-Modell. Unter den passiven Eigenschaften sind die Transmission und Reflexion von Schall zu verstehen. Die aktiven kennzeichnen den in das Rohrleitungssystem abgestrahlten Schall. Das Two-Port-Modell betrachtet die Ausbreitung der ebene Welle. Sind Moden höherer Ordnung von Interesse, wird das Two-Port-Modell zum N-Port erweitert. In der Literatur werden die beiden Methoden unter dem Begriff Multi-Port-Modell zusammengefasst [4, 5].

Ziel dieser Untersuchungen ist die Validierung des Two-Port-Modells an einem Prüfstand unter variierenden Randbedingungen mit und ohne Rohrströmung.

Two-Port-Modell

Das akustische Two-Port-Modell wird schematisch in Abbildung 1 dargestellt.

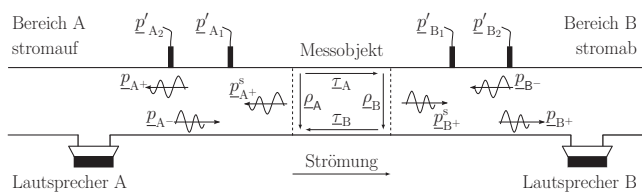


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Two-Port-Modells mit der emittierten Quellstärke $p_{A/B}^s$ und den Transmissions- $\tau_{A/B}$ und Reflexionseigenschaften $\rho_{A/B}$.

Das Messobjekt (Two-Port) ist über jeweils eine Schnittstelle mit den Bereichen stromauf (A) und stromab (B) verbunden. Zusätzlich liegt eine akustische Kopplung zwischen den beiden Bereichen vor, die anhand der Transmissionseigenschaften $\tau_{A/B}$ in Abhängigkeit der

Frequenz abgebildet wird. Das frequenzabhängige passive Verhalten des Messobjektes wird durch die Reflexionseigenschaften $\rho_{A/B}$ vervollständigt. Im Falle eines aktiven Two-Ports wird mit p_{A+}^s und p_{B+}^s zusätzlich Schall in die Bereiche A und B abgestrahlt. Unter der Voraussetzung eines linearen, zeitinvarianten Systems und der Trennung des Schalldrucks an einer beliebigen Position im Rohr in eine hinlaufende $p_{A/B+}$ und rücklaufende Welle $p_{A/B-}$ wird das Two-Port-Modell durch nachfolgende Gleichung in Matrixschreibweise abgebildet [6]:

$$\begin{bmatrix} p_{A+} \\ p_{B+} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_A & \tau_B \\ \tau_A & \rho_B \end{bmatrix}}_{\text{Streumatrix } \underline{S}} \begin{bmatrix} p_{A-} \\ p_{B-} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} p_{A+}^s \\ p_{B+}^s \end{bmatrix}}_{\text{aktive Eigenschaften}} \quad (1)$$

Die Streumatrix \underline{S} enthält die passiven Eigenschaften. Die hinlaufenden und rücklaufenden Drücke $p_{A/B+}$ und $p_{A/B-}$ werden mithilfe der Zwei-Mikrofon-Methode bestimmt. Entsprechend Abbildung 2 wird dabei der Druck an jeweils zwei Positionen in den Rohrsegmenten A und B gemessen. Der Druck an den jeweiligen Messpositionen stellt gemäß Gleichung 2 eine Überlagerung zweier harmonischer Wellen dar, die sich in positive und negative z -Richtung ausbreiten. Aufgrund der beiden Messpositionen resultiert ein Gleichungssystem anhand dem $p_{A/B+}$ und $p_{A/B-}$ bestimmt werden [7].

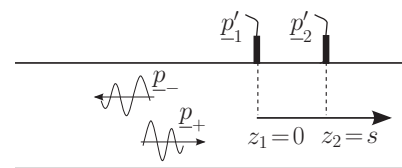


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Zwei-Mikrofon-Methode mit den hinlaufenden p_+ und rücklaufenden Drücken p_- .

$$p'_{1/2}(\omega) = p_+ e^{-jk_+ z_{1/2}} + p_- e^{jk_- z_{1/2}} \quad (2)$$

Unter Vernachlässigung von Dämpfung und der Annahme, dass lediglich die ebene Welle ausbreitungsfähig ist, werden die Wellenzahlen k_+ und k_- in positiver und negativer z -Richtung in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ω und der Schallgeschwindigkeit c_0 entsprechend Gleichung 3 berechnet. Der Einfluss einer Rohrströmung

auf die Schallausbreitung wird in Form der Machzahl Ma berücksichtigt.

$$k_{\pm 1/2}(\omega) = \frac{\omega}{c_0} \frac{1}{1 \pm Ma} \quad (3)$$

Gleichung 1 enthält mit den passiven und aktiven Eigenschaften 6 unbekannte Größen, die es zu bestimmen gilt. Mit nur 2 Gleichungen ist das System nicht lösbar. Daher werden in einem ersten Schritt die passiven Eigenschaften berechnet. Hierzu werden die aktiven Anteile p_{A+}^s und p_{B+}^s mithilfe externer Lautsprecher maskiert. Die Anzahl der Unbekannten wird somit auf vier reduziert. In jeweils einer Messung werden über die Lautsprecher A und B (siehe Abb. 1) akustisch unabhängige Zustände erzeugt, für welche die hin- und rücklaufenden Drücke berechnet werden. Es resultiert nachfolgende Gleichung, die durch Invertieren der Matrix mit den rücklaufenden Drücken gelöst wird:

$$\begin{bmatrix} p_{A+}^I & p_{A+}^{II} \\ p_{B+}^I & p_{B+}^{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_A & \tau_B \\ \tau_A & \rho_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{A-}^I & p_{A-}^{II} \\ p_{B-}^I & p_{B-}^{II} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Der Exponent ^I kennzeichnet die hin- und rücklaufenden Drücke bei aktivem Lautsprecher A und ^{II} bei aktivem Lautsprecher B.

Im zweiten Schritt werden die aktiven Eigenschaften bestimmt. Hierfür werden die maskierenden Lautsprecher A und B in einer dritten Messung abgeschaltet. Gleichung 1 wird unter Verwendung der Einheitsmatrix **E**, der Streumatrix **S** und der Reflexionsmatrix **R** für die Berechnung der Quellstärke wie folgt umgeformt:

$$\begin{bmatrix} p_{A+}^s \\ p_{B+}^s \end{bmatrix} = (\mathbf{E} - \mathbf{S}\mathbf{R}) (\mathbf{E} + \mathbf{R})^{-1} \begin{bmatrix} p'_{A1} \\ p'_{B1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Die Reflexionsmatrix **R** berücksichtigt den an den Rohrenden stromauf und stromab reflektierten Schall. Entsprechend Gleichung 6 werden für die jeweiligen Bereiche die Verhältnisse aus rück- und hinlaufendem Druck gebildet. Dabei ist darauf zu achten, dass für den Bereich A die Werte der Messung mit aktivem Lautsprecher B verwendet werden und umgekehrt [8]. Besonders Vorteilhaft an diesem Vorgehen ist, dass mit p'_{A1} und p'_{B1} in Gleichung 5 direkt messbare Größen für die Berechnung der Quellstärke verwendet werden. Die Aufteilung des Drucks in eine hin- und eine rücklaufende Welle ist nicht notwendig.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} p_{A-}^{II}/p_{A+}^{II} & 0 \\ 0 & p_{B-}^I/p_{B+}^I \end{bmatrix} \quad (6)$$

Experimentelle Untersuchungen

Die experimentellen Untersuchungen für die Validierung des Two-Port-Modells werden an einem Prüfstand für akustische Messungen in Rohrströmungen entsprechend Abbildung 3 durchgeführt. Der Rohrrinnendurchmesser beträgt 50 mm. Mit dem Regelventil wird der Volumenstrom und somit die Strömungsgeschwindigkeit reguliert. Der Schalldruck wird mit Differenzdrucksensoren erfasst. Während das Laminar-Flow-Element die Bildung hydrodynamischer Druckschwankungen reduziert, verringert der reflexionsarme Abschluss stochastische Messfehler.

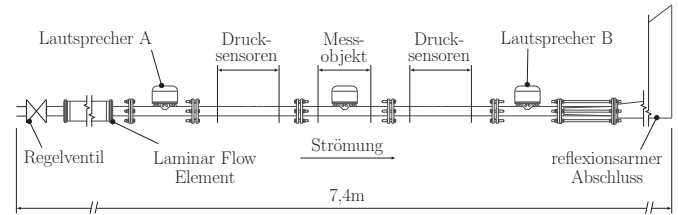


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Prüfstandes für die Validierung des Two-Port-Modells.

Als Messobjekte werden in einem ersten Schritt der Untersuchungen gerade Rohrstücke mit und ohne Lautsprecher (LS) entsprechend Abbildung 4 verwendet. Der Lautsprecher dient der Simulation eines aktiven Two-Ports.

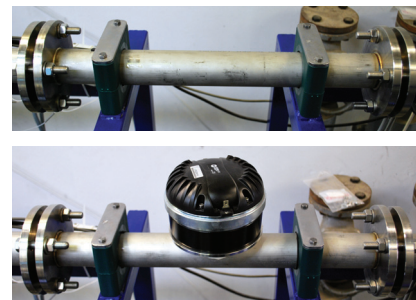


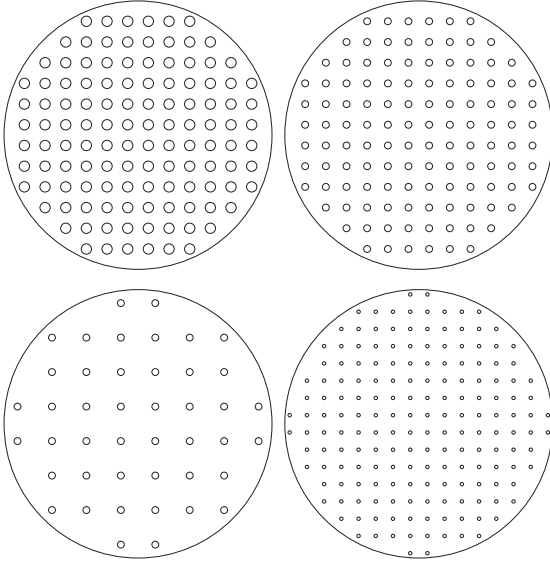
Abbildung 4: Gerades Rohrstück ohne Lautsprecher (oben) und mit Lautsprecher (unten).

In einem weiteren Schritt werden perforierte Platten in das Rohrstück senkrecht zur Strömungsrichtung eingesetzt. Die einzelnen Platten, deren Parameter Tabelle 1 zu entnehmen sind, werden in Abbildung 5 dargestellt.

Der untersuchte Frequenzbereich erstreckt sich von 500 bis 4000 Hz. Die Frequenzuntergrenze wird durch die Charakteristik der Lautsprecher vorgegeben. Die Obergrenze wird so gewählt, dass die Cut-Off-Frequenz der ersten ausbreitungsfähigen Mode nicht überschritten wird, da im ersten Schritt die ebene Welle betrachtet wird. Die passiven Eigenschaften werden für einzelne Frequenzen berechnet. Hierfür werden in Einzelmessungen Sinussignale mit der jeweiligen Frequenz über die externen Lautsprecher eingekoppelt. Die Schrittweite Δf beträgt dabei 50 Hz. Die simulierte Quellstärke stellt eine Überlagerung mehrerer Sinussignale mit $\Delta f = 250$ Hz dar.

Tabelle 1: Parameter der perforierten Platten

Platten	Parameter der Perforation		
	∅ Bohrung in mm	Abstand in mm	Perforation in %
P1	3	6	19,6
P2	2	6	8,7
P3	2	10	3,1
P4	1	5	3,1

**Abbildung 5:** Perforierte Platten P1 (oben links), P2 (oben rechts), P3 (unten links), P4 (unten rechts)

Ergebnisse

In Abbildung 6 werden die passiven Eigenschaften für das gerade Rohrstück mit und ohne Lautsprecher dargestellt. Für die Konfiguration ohne LS werden zusätzlich die Ergebnisse für eine mittlere Strömungsgeschwindigkeit von $U = 10 \text{ m/s}$ abgebildet. Es ist zu erkennen, dass für den Fall ohne LS und $U = 0 \text{ m/s}$ die Reflexionskoeffizienten nahezu 0 sind und die Transmission gegen 1 geht. Das entspricht den Erwartungen an ein gerades Rohrstück, das keine reflektierenden Strukturen aufweist. Im Gegensatz dazu treten für den Aufbau mit LS besonders bei den tieferen Frequenzen mit bis zu 0,45 verhältnismäßig hohe Reflexionskoeffizienten auf. Dies lässt darauf schließen, dass die Unterbrechung in der Rohrwand im Bereich des Lautsprechers zu Reflexionen führt. Für die Bereiche A und B sind die Koeffizientenverläufe sowohl für die Konfiguration mit LS als auch ohne nahezu identisch.

Bei den Messungen mit $U = 10 \text{ m/s}$ nehmen die Reflexionskoeffizienten mit bis zu 0,19 im gesamten Frequenzbereich höhere Werte im Vergleich zu $U = 0 \text{ m/s}$ an. In Kombination mit dem schwankenden Verlauf der Transmissionskoeffizienten deutet das auf einen deutlichen Einfluss der Strömung auf die Ergebnisse hin. Im Bereich der Cut-Off-Frequenz der ersten ausbreitungsfähigen Mode ist dieser besonders signifikant. Die Reflexionskoeffizienten steigen mit Werten bis zu 0,95 im Bereich A stark an. Ursachen für die varrierenden Verläufe für $U = 10 \text{ m/s}$ können Strömungsgeräusche und hydrodynamische Druckfluktuationen sein, die beispielsweise durch Unebenheiten an der Rohrwand hervorgerufen werden.

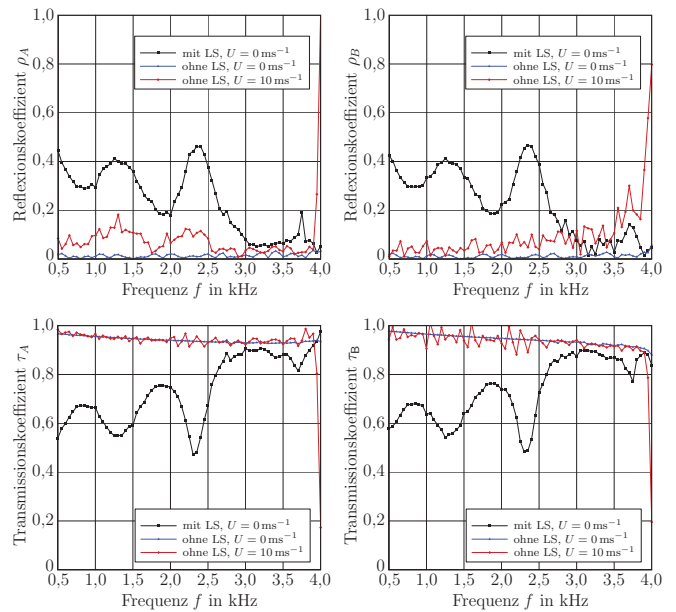
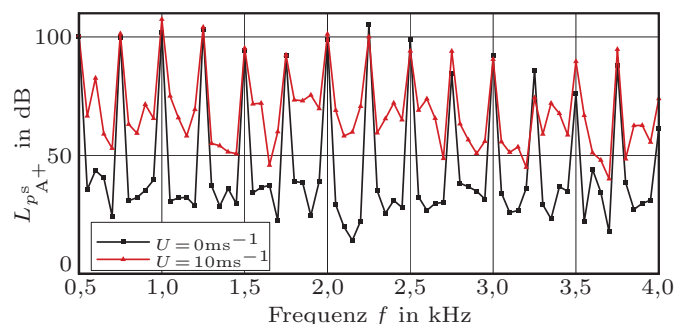
**Abbildung 6:** Passive Eigenschaften für gerade Rohrstücke mit und ohne Lautsprecher für $U = 0 \text{ m/s}$ und $U = 10 \text{ m/s}$ in den Bereichen stromauf (A) und stromab (B)

Abbildung 7 zeigt exemplarisch für den Bereich A die Ergebnisse der abgestrahlten Quellstärke. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Strömungsgeräusche das Grundrauschen anheben. Die simulierte Quellstärke des Two-Ports wird in Form der tonalen Anteile, die sich im Abstand $\Delta f = 250 \text{ Hz}$ deutlich vom Grundrauschen abheben, sowohl mit als auch ohne Strömung deutlich detektiert. Jedoch liegen Unterschiede zwischen den berechneten Schalldruckpegeln $L_{p_{A+}}^s$ für $U = 0 \text{ m/s}$ und $U = 10 \text{ m/s}$ vor. Die Strömung nimmt somit auch Einfluss auf die Berechnung der aktiven Eigenschaften.

**Abbildung 7:** Quellstärke $L_{p_{A+}}^s$ für den Bereich stromauf für $U = 0 \text{ m/s}$ und $U = 10 \text{ m/s}$.

Abschließend werden die passiven Eigenschaften der perforierten Platten untersucht. Abbildung 8 ist zu entnehmen, dass für alle untersuchten Platten der Reflexionskoeffizient mit der Frequenz steigt und der Transmissionskoeffizient entsprechend fällt. Mit abnehmender Perfora-

tion sinkt die Transmission zusätzlich. Neben dem Perforationsgrad sind die passiven Eigenschaften zusätzlich vom Durchmesser und dem Abstand der Bohrungen abhängig. Die Platten P3 und P4 haben mit 3,1% die selbe Perforation. Dennoch nehmen die Reflexionskoeffizienten bei P3 im gesamten Frequenzbereich deutlich höhere Werte an. Die größere Anzahl kleiner Bohrungen mit geringem Abstand führt somit zu einer Reduktion der Reflexionskoeffizienten gegenüber einer Platte mit größeren Bohrungen die weiter auseinander liegen (vgl. 1).

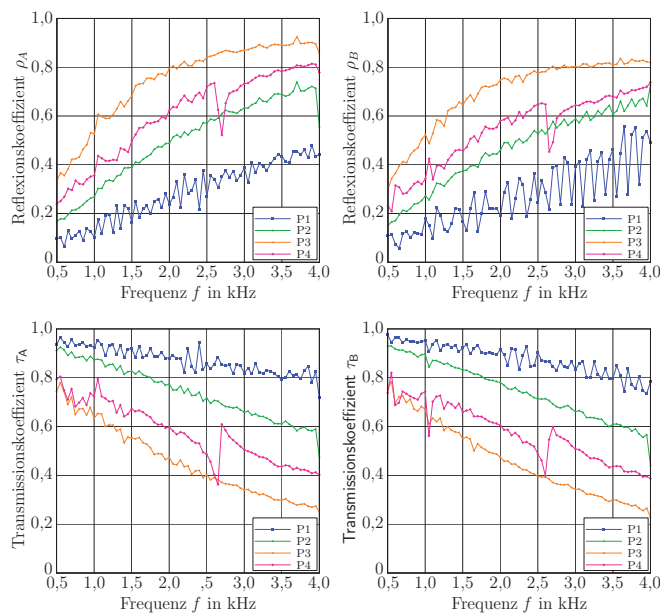


Abbildung 8: Passive Eigenschaften der perforierten Platten für $U = 0 \text{ m/s}$ in den Bereichen stromauf (A) und stromab (B)

Ein Ansatz zur Verbesserung der Ergebnisse sowohl für die passiven als auch die aktiven Eigenschaften ist die Verwendung von Schalldämpfern zur Unterdrückung von Strömungsgeräuschen in zukünftigen Untersuchungen. Eine weitere Möglichkeit sind Transferfunktionen, die auf der Bildung von Kreuzspektren mit einem rauschfreien Referenzsignal wie beispielsweise der Lautsprecherspannung beruhen. Der Einfluss hydrodynamischer Druckschwankungen bei der Ermittlung der passiven Eigenschaften wird dadurch reduziert. Um bei der Bestimmung der Quellstärke den Einfluss hydrodynamischer Druckschwankungen zu verringern, wird die Quellstärke an jeweils zwei Positionen in den Rohrabschnitten gemessen. Ist der Abstand der Messpositionen ausreichend groß, werden bei der Bildung der Kreuzspektren der Signale die hydrodynamischen Druckschwankungen eliminiert. Diesem Verfahren liegt das Modell von Corcos zugrunde das besagt, dass hydrodynamische Druckschwankungen ab einem gewissen axialen Abstand unkorreliert sind, während das Schallfeld im gesamten Messbereich korreliert [8, 9].

Zusammenfassung

Das Two-Port-Modell wurde als Verfahren zur Charakterisierung der passiven und aktiven Eigenschaften

von Objekten in Rohrströmungen validiert. Hierfür wurden Untersuchungen für $U = 0 \text{ m/s}$ und $U = 10 \text{ m/s}$ an einem geraden Rohrstück mit und ohne Lautsprecher durchgeführt. Der Lautsprecher diente der Simulation eines aktiven Two-Ports. Die Ergebnisse bestätigen, dass in einem geraden Rohrstück ohne reflektierende Strukturen der Reflexionskoeffizient im gesamten Frequenzbereich nahe Null ist. Die Untersuchungen mit Strömung zeigen sowohl bei der Bestimmung der passiven als auch aktiven Eigenschaften deutlich den störenden Einfluss von hydrodynamischen Druckschwankungen und Strömungsgeräuschen. Abschließende Untersuchungen mit perforierten Platten lassen die Schlussfolgerung zu, dass die passiven Eigenschaften nicht nur vom Perforationsgrad sondern auch vom Durchmesser der Bohrungen und deren Verteilung abhängig sind.

Literatur

- [1] Hohls, S. and Biermeier, T. and Blaschke, R. and Becker, S.: Psychoacoustic analysis of HVAC noise with equal loudness. *Inter Noise* (2014)
- [2] Enghardt, L. and Moreau, A. and Tapken, U. and Kennepohl, F.: Radial mode decomposition in the outlet of a 1p turbine - Estimation of the relative importance of broadband noise. 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2009)
- [3] Allam, S.: Acoustic Modelling and testing of advanced exhaust system components for automotive engines. Dissertation Royal Institute of Technology, Stockholm, 2004
- [4] Bodén, H. and Åbom, M.: Modelling of fluid machines as sources of sound in duct and pipe systems. *Acta Acustica* 3, 549-560, 1995
- [5] Lavrentjev, J. and Åbom, M.: Characterization of fluid machines as acoustic multi-port sources. *Journal of Sound and Vibration* 197(1), 1-16, 1996
- [6] Åbom, M.: Measurement of the scattering-matrix of acoustical two-ports. *Mechanical Systems and Signal Processing* 5(2), 89-104, 1991
- [7] Åbom, M. and Bodén, H.: Error analysis of two-microphone measurements in ducts with flow. *Journal of Sound and Vibration* 83(6), 2429-2438, 1988
- [8] Holmberg, A and Åbom, M. and Bodén, H.: Accurate experimental two-port analysis of flow generated sound. *Journal of Sound and Vibration* 330, 6336-6354, 2011
- [9] Lavrentjev, J. and Åbom, M. and Bodén, H.: A measurement method for determining the source data of acoustic two-port sources. *Journal of Sound and Vibration* 183(3), 517-531, 1995