

Verzerrungen: gerade oder ungerade?

Manfred Zollner

Gitec-Forum, 93053 Regensburg, E-Mail: Manfred.Zollner@oth-regensburg.de

Verzerrungsspektren

Verstärkerröhren wurden von Halbleitern weitgehend verdrängt – nur im Gitarrenverstärker halten sie sich hartnäckig. Der Grund: Übersteuerte Röhrenverstärker klingen angenehmer als übersteuerte Transistorverstärker. Auch wenn das jetzt nicht für alle Vertreter ihrer Art gilt, bei nicht wenigen ist es so. Warum? Weil Verstärkerröhren angeblich vorwiegend geradzahlige Verzerrungen erzeugen, die "offen, singend, strahlend, warm" klingen, während die ungeradzahligen Verzerrungen der Transistorverstärker "gedeckt, hohl", aber auch "kratzig, kalt, trocken" klingen.

Beim nichtlinearen Verzerren eines Sinustones von z.B. 1 kHz entstehen zusätzliche Töne bei ganzzahligen Vielfachen der Grundtonfrequenz. Also bei 2, 3, 4, 5, 6, 7... kHz. Die bei 2, 4, 6... kHz entstehenden Verzerrungstöne nennt man **geradzahlige Harmonische**, die bei 3, 5, 7... kHz entstehenden entsprechend **ungeradzahlige Harmonische**. Unter bestimmten Bedingungen können bei Röhren tatsächlich geradzahlige Verzerrungstöne überwiegen, und somit scheint ein Unterschied zum Transistorverstärker gefunden, bei dem (unter gewissen, jedoch anderen Bedingungen) die ungeradzahligen Verzerrungstöne überwiegen. Um den Klang dieser Verzerrungen nicht nur mathematisch, sondern auch verbal beschreiben zu können, wurde schon vor Jahrzehnten eine Anleihe beim **Orgelbau** gemacht. Ein fataler Fehler, der sich fortan durch die Verstärkerliteratur ziehen wird. Schon 1973 schreibt R. O. Hamm: "*Perhaps the most knowledgeable authorities in this area are the craftsmen who build organs and musical instruments. Through many years of careful experimentation these artisans have determined how various harmonics relate to the coloration of an instrument's tonal quality [JAES 21/4]*". Das Fachwissen der Orgelbauer soll gar nicht in Frage gestellt werden – der Fehler war, es unkritisch auf Verstärker-Verzerrungen zu übertragen.

"The 2nd and 4th harmonics are two and four times the fundamental frequency respectively, or one or two octaves higher. They are therefore musically related to the original sound and tend to make it fuller and richer. Odd harmonics (and high-orders in general) are often not musically related to the fundamental and so are dissonant" [Blencowe, *Designing Valve Preamps for Guitar and Bass*]. Oder etwa Aspen Pittman: *When the transistor amp clips, it produces more odd-order harmonics (and in its worst case can sound hollow and dry), whereas tube distortion produces even-order harmonics. Tube distortion generally sounds warmer [A. Pittman, The Tube Amp Book]*.

Die klassische Argumentation ist so einfach wie falsch: Bei geradzahligen Verzerrungen entstehen Verzerrungstöne, die mit dem Primärton nah verwandt sind. Also: eine rein quadratische Verzerrung erzeugt einen Verzerrungston eine Oktave über dem Primärton. Das wäre zwar in der Tat eine sehr nahe Tonverwandtschaft, doch die gilt nur für die Ver-

zerrung einzelner Sinustöne. Jetzt nehmen wir als Beispiel einen aus drei Sinustönen aufgebauten **Molldreiklang**, und erzeugen damit eine rein quadratische Verzerrung. Seine drei Frequenzen f_1 , f_2 und f_3 stehen (bei reiner Stimmung) im Verhältnis 1: 1.2 : 1.5, die drei Primärtöne seien C – Es – G. Verzerrungstöne entstehen bei $2f_1$, $2f_2$, $2f_3$, das sind die Oktaven zu den Primärtönen. Und bei $f_2 - f_1$, $f_3 - f_2$, $f_3 - f_1$, das sind die **Differenztöne**. Und dann gibt es noch die **Summentöne** bei $f_2 + f_1$, $f_3 + f_2$, $f_3 + f_1$. Bezüglich des Akkord-Grundtons (C) liegen die Differenzfrequenzen beim 0.2-, 0.3- und 0.5-fachen, das entspricht einem tiefen As, Es, C. C und Es sind mit dem Akkord nah verwandt, das As ist sehr dissonant. Die Frequenzen der Summentöne liegen beim 2.2-, 2.5- und 2.7-fachen. Der mittlere Wert (2.5) ergibt eine Durterz*, also ein E, 2.7-fach ist eine Quart* (F), und 2.2-fach liegt zwischen einem Halb- und einem Ganzton*. Und das alles soll mit einem Mollakkord nah verwandt sein? Sicher nicht! Die Mathematik hinter diesem "Phänomen" ist relativ simpel: Das Quadrat einer Summe ist nicht gleich der Summe der Quadrate. Oder als Formel: $(x + y)^2 \neq x^2 + y^2$. Vielmehr muss das 'doppelte Produkt' hinzugefügt werden: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$. Mit $x = \sin(\omega_1 t)$, $y = \sin(\omega_2 t)$ erkennt man schnell, dass das doppelte Produkt für unharmonische Summen- und Differenztöne sorgt:

$$2 \cdot \sin(\omega_1 t) \cdot \sin(\omega_2 t) = \cos[(\omega_1 - \omega_2)t] - \cos[(\omega_1 + \omega_2)t].$$

In **Abb. 1** ist das Verzerrungsspektrum dargestellt, zur Vereinfachung mit jeweils identischer Linienhöhe. Bei nicht allzu starker Verzerrung würde man die über den Primärtönen liegenden (höherfrequenten) Verzerrungen nicht hören (wg. Verdeckung). Die drei tieffrequenten Töne haben zum C^{Moll}-Dreiklang einen so großen Frequenzabstand, dass sie als zusätzlicher Dreiklang wahrgenommen werden können. Als As^{Dur}-Dreiklang! Und hebt man die hochfrequenten Anteile so stark an, dass sie hörbar werden, stellen auch sie keine nahe Verwandtschaft zu C^{Moll} dar, sondern bilden nur einen dissonanten Tonhaufen.

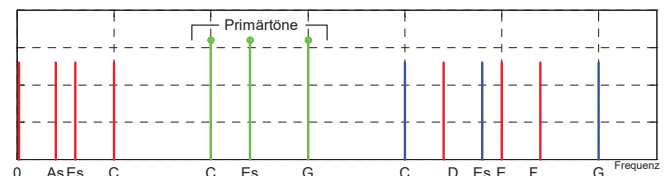


Abb. 1: Spektrum eines quadrat. verzerrten C^{Moll}-Akkords.



Abb. 2: Notenbild zu Abb. 1 (=> As^{maj7}).

* um eine Oktave höher

Jetzt sind die ungeradzahigen Verzerrungen an der Reihe, zunächst nur als rein kubische Verzerrung. **Abb. 3** stellt das Verzerrungsspektrum des Moll-Dreiklangs dar. Ein Notenbild ist da nicht mehr sinnvoll, die vielen sehr "leiterfremden" Töne können nicht mehr als Akkord spezifiziert werden. Die Amplituden der Verzerrungstöne hängen von den Primärtonamplituden ab, im Bild sind alle Verzerrungslinien gleich lang dargestellt.

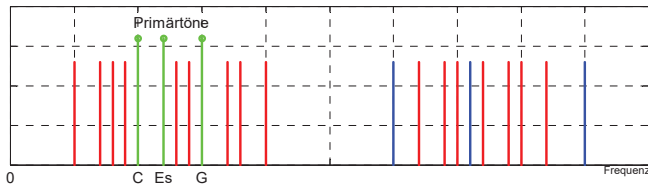


Abb. 3: Spektrum eines kubisch verzerrten C^{Moll}-Akkords.

Der mathematische Algorithmus zur Beschreibung der Verzerrungsspektren ist die **Faltung** (engl. Convolution). Wenn eine Zeitfunktion $x(t)$ quadriert, also mit sich selbst multipliziert wird, so ist die dazu korrespondierende Operation die Faltung des Spektrums $X(j\omega)$ mit sich selbst; (des zweiseitigen, komplexen Spektrums). In **Abb. 4** ist das Spektrum einer Tongruppe* grau eingezeichnet, die Verzerrungshüllkurve rot. Bei den quadratischen Verzerrungen sind die Formen sehr einfach: Aus den Rechtecken werden doppelt so breite Dreiecke, im Bereich um 0 Hz und um die doppelte Frequenz. Für kubische Verzerrungen muss das Spektrum der quadratischen Verzerrungen nochmals mit dem Signalspektrum gefaltet werden (weil $x^3 = x^2 * x$). Damit entfallen die Bereiche um 0 Hz und um die doppelte Signalfrequenz; sie werden ersetzt durch Verzerrungen im Bereich der Signalfrequenz (Tongruppe) und der dreifachen Signalfrequenz. Das ist ein Schlüssel für das Verständnis – und nicht Tonverwandtschaften aus der Obertonreihe.

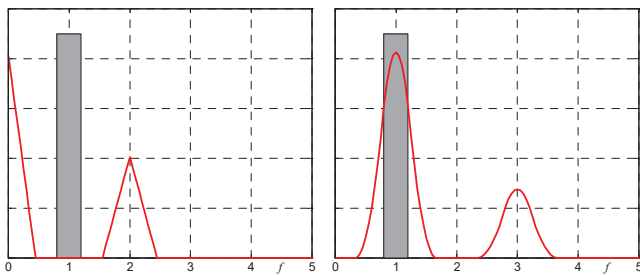


Abb. 4: Quadratische (li.) und kubische (re.) Verzerrung.

Natürlich sind Gitarrentöne weder Sinustöne, noch aus Sinustönen aufgebaute Moll-Akkorde. Die Klangvielfalt ist groß, Klassifizierung unumgänglich. Es ist sinnvoll, einsaitiges Spiel von mehrsaitigem zu trennen, und man könnte auch noch Breitbandiges (Strat, "alles voll auf") von nicht ganz so Breitbandigem (Strat, Tone-Poti zuge dreht) trennen. Sehr informativ ist der **harmonische Grundton**, also der größte gemeinsame Teiler[®] (ggT) aller Teiltöne. Das ist nicht zwingend der tiefste Primärton! Für den untersuchten Mollakkord mit den relativen Frequenzen 1.0, 1.2 und 1.5 ist

* Tongruppe bedeutet hier: mehrere Sinustöne, deren Frequenzen innerhalb des grau markierten Bereichs liegen.
[®] ggT = die größte Zahl, zu der die betrachteten Zahlen ganzzahlige Vielfache sind;

der ggT = 0.1, und genau diesen Abstand findet man sowohl in Abb. 1 als auch in Abb. 3 als kleinsten Linienabstand. Die Verzerrungslinien entstehen bei ganzzahligen Vielfachen des ggT, mit Amplituden, die auch null sein dürfen. Bei Verzerrungen niedriger Ordnung werden viele dieser ggT-Vielfachen so gut wie null sein, mit zunehmender Ordnung nimmt die Anzahl der hörbaren Verzerrungstöne rapide zu. Das ist schon beim Vergleich quadratisch / kubisch (Abb. 1 / Abb. 3) zu sehen, und gilt erst recht für höhere Ordnungen. Bei einem streng **harmonischen** Ton (dessen Teiltonfrequenzen ganzzahlig vielfach zum Grundton sind) ist der ggT der Grundton, Verzerrungsfrequenzen und Teiltonfrequenzen sind identisch (einzelne Amplituden können auch null sein). Beim **inharmonisch** gespreizten Spektrum tendiert der ggT gegen null, es entstehen sehr nahe beisammen liegende Verzerrungslinien, die einen schwebenden, rauschenden, kreischenden oder prasselnden Ton erzeugen. Die von einer E-Gitarre produzierten Töne sind nur in der einfachen Theorie harmonisch – in der Realität sind sie inharmonisch.

Röhre vs. Transistor

Sowohl der Bipolartransistor als auch die Röhre (Triode) weisen eine progressiv gekrümmte Übertragungskennlinie auf (**Abb. 5**). Zwar sind die zugrunde liegenden Formeln unterschiedlich (Exponential- vs. Potenzfunktion), bei der Reihenentwicklung dominiert aber jeweils der quadrat. Term.

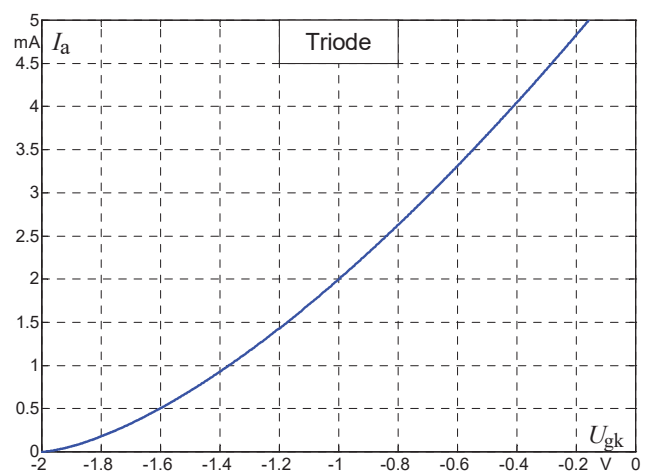
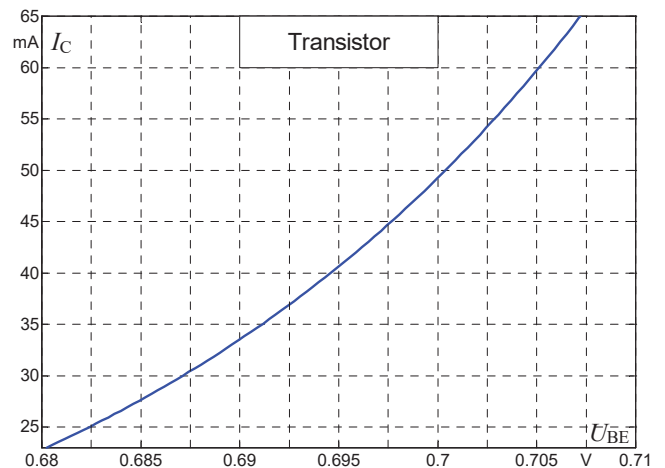


Abb. 5: Kollektorstrom vs. Basis-Emitterspannung (oben), bzw. Anodenstrom vs. Gitter-Kathodespannung (unten).

$$I_C = I_0 \cdot \exp(U_{BE}/26\text{mV}) \quad \text{Transistor}$$

$$I_a = K \cdot (U_a + \mu \cdot U_{gk})^{1.5} \quad \text{Triode}$$

Die o.a. Gleichungen beschreiben jeweils einen einfachen Zusammenhang zwischen einer Eingangs- und einer Ausgangsgröße (eine ausführliche Darstellung findet sich z.B. in [1]). Eingebaut in eine entsprechende Schaltungsumgebung können diese Bauteile aber sehr unterschiedliche Verzerrungen produzieren. **Abb. 6** zeigt die Klirrdämpfungen einer Röhrenschaltung. Beiden Bildern liegt dieselbe Schaltung zugrunde, lediglich die Röhre (ECC83) wurde getauscht. Ursache für die Unterschiede sind Fertigungsstreuungen, und deshalb ist die Aussage "Röhren verzerren hauptsächlich quadratisch" wenn, dann nur bei sehr kleiner Aussteuerung zutreffend. Dieser Verzerrungsbereich ist beim Gitarrenverstärker aber nebensächlich, hörbar werden Nichtlinearitäten erst bei Klirrdämpfungen, die kleiner sind als ca. 30dB.

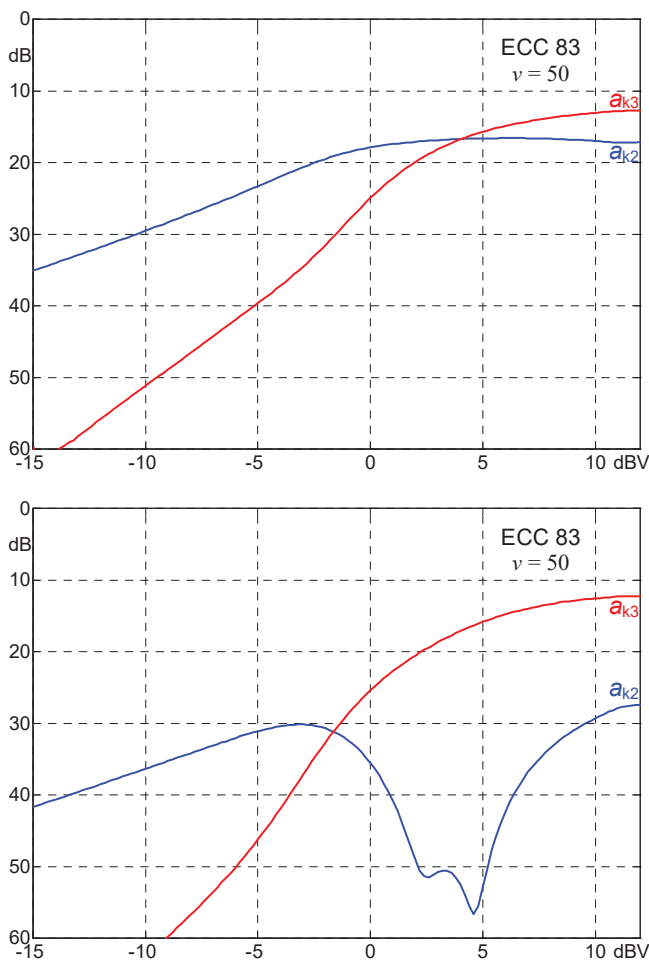


Abb. 6: Quadratische (blau) und kubische Klirrdämpfung.

Auch eine Transistorstufe verzerrt bei kleiner Aussteuerung überwiegend quadratisch, wie **Abb. 7** verdeutlicht. Doch auch ihr Verhalten hängt (wie bei der Röhre) wieder von der Beschaltung ab, und zusätzlich (stark) von der Temperatur. Ist nur ein Verstärkungsbauteil beteiligt, die Verstärkung relativ groß und die Gegenkopplung relativ klein, so ist das Verzerrungsverhalten von Röhre und Transistor ähnlich und zu einem großen Teil von der peripheren Beschaltung bestimmt.

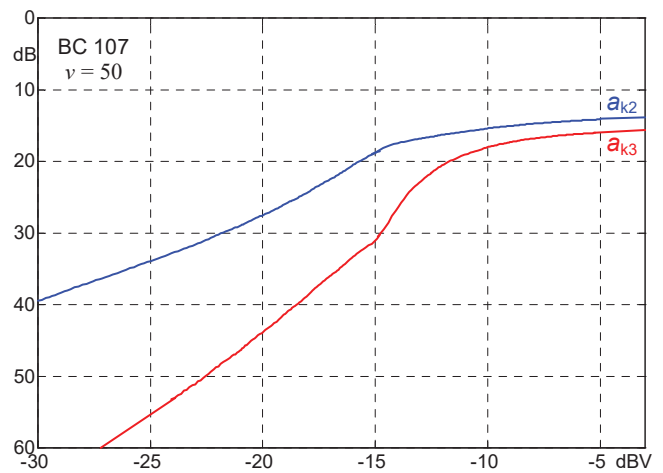


Abb. 7: Wie Abb. 6, aber für eine Ein-Transistorstufe.

Gänzlich andere Verhältnisse ergeben sich, wenn mehrere Transistoren zu einer stark gegengekoppelten Operationsverstärkerschaltung kombiniert werden (**Abb. 8**). Bei mittlerem Arbeitspunkt sind dabei die geradzahigen Verzerrungen sehr gering, und die ungeradzahigen erst relevant, wenn die Aussteuerungsgrenze überschritten wird. Dieses Schaltungsprinzip könnte natürlich (in angepasster Form) auch mit Röhren realisiert werden, handelsübliche Gitarrenverstärker machen davon aber keinen Gebrauch.

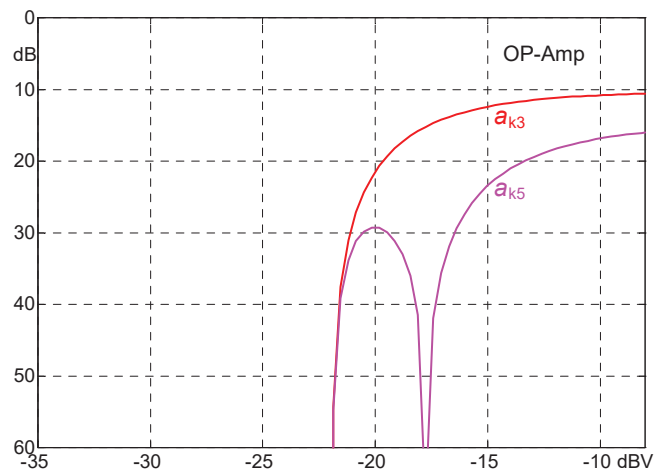


Abb. 8: Wie Abb. 6, aber für einen OP-Verstärker.

Wieder ein anderes Bild ergibt sich bei der Leistungs-Endstufe eines Gitarrenverstärkers. Wird sie mit Röhren als Gegentakt-Endstufe (Class AB) realisiert (**Abb. 9**), dominieren die kubischen Verzerrungen, jedoch werden, anders als man vielleicht erwarten würde, die quadratischen nicht weitgehend unterdrückt. Dies kann an der Ungleichheit der Röhren liegen (Fertigungsstreuungen), eine wesentliche Quelle ist aber auch der Phaseninverter: Bei Übersteuerung der Endröhren fließt Gitterstrom, der den Arbeitspunkt verschiebt [1]. Dieser Effekt wird oft übersehen: Während man mit OP-Schaltungen Gleichspannungskopplung und damit einen fixen Arbeitspunkt als ideal ansieht und zumeist auch realisiert, sind die Stufen üblicher Gitarrenverstärker über Kondensatoren gekoppelt. Gitterströme können die Polarisation dieser Kondensatoren verändern, und damit den Arbeitspunkt aussteuerungsabhängig verschieben.

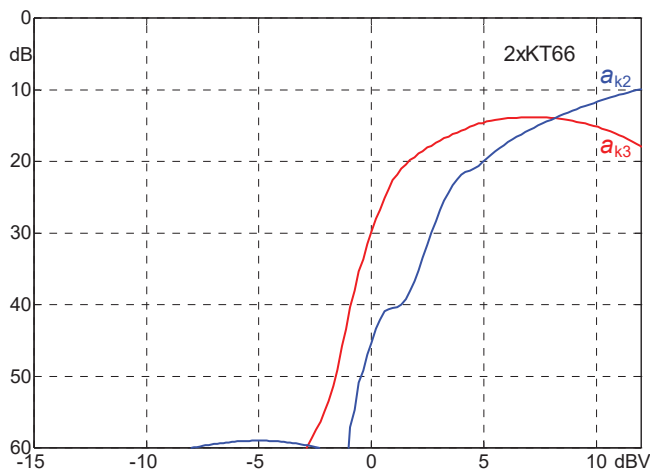


Abb. 9: Wie Abb. 6, aber für eine Röhren-Endstufe.

Kettenschaltung nichtlinearer Systeme

In üblichen Gitarrenverstärkern sind mehrere Verstärkerstufen hintereinandergeschaltet. Häufig vier, gelegentlich auch noch mehr. Welche Gesamtverzerrung ergibt sich hierbei, wenn mehrere Einzelstufen verzerren? Abb. 10 zeigt hierzu ein Beispiel. Im Bild sind zwei Verstärker in Kette geschaltet, jeder von ihnen verzerrt rein quadratisch.

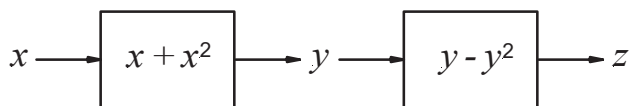


Abb. 10: Kettenschaltung zweier Nichtlinearitäten.

Die Kennlinie dieses Gesamtsystems verdient es, groß geschrieben zu werden:

$$z = x - 2x^3 - x^4$$

Obwohl jedes System nur quadratische Verzerrungen erzeugt, sind (bei dieser Konfiguration) im Gesamtsystem keine quadratischen Verzerrungen enthalten! Dafür aber kubische Verzerrungen (die dafür in den Einzelsystemen nicht vorkommen). Selbst wenn man also die Verzerrungscharakteristik einer einzelnen (Transistor- oder Röhren-) -Stufe kennt, ist damit noch nichts über das Verhalten des gesamten Verstärkers ausgesagt.

Erschwert wird der Schluss vom Einzel- auf das Gesamtsystem durch die ja auch und immer vorhandenen linearen Verzerrungen (Betrag-/ Phasenverzerrungen). So gut wie jeder Gitarrenverstärker hat Klangfilter (aka. Tonestack) für absichtliche lineare Filterungen, dazu kommen die immanenten Filter, die von Koppelkondensatoren, Röhrenkapazitäten (Miller-Effekt) und schließlich vom Ausgangsübertrager gebildet werden. In Abb. 10 kommen zwei gedächtnisfreie Systeme zum Einsatz, die Nichtlinearität wird zuerst mit Plus, dann mit Minus zugesetzt – dadurch kompensieren sich die quadratischen Verzerrungen. Liegen nun Filter dazwischen, wird die Phasendrehung frequenzabhängig, und allein dadurch werden auch die Klirrdämpfungen frequenzabhängig. Und dann ist da noch das Vol-Poti...

Und das bedeutet:

Es trifft nicht zu, dass Transistorverstärker überwiegend kubisch verzerren, und Röhrenverstärker überwiegend quadratisch, und es trifft nicht zu, dass geradzahlige Verzerrungen stärker mit dem Original verwandt sind als ungeradzahlige Verzerrungen, und deshalb besser klingen.

Die Verzerrungseigenschaften eines Bipolartransistors und einer Triode sind, für sich betrachtet, ähnlich. Je nach Einbau in eine entsprechende Schaltungsumgebung wird sich im Einzelfall ein Verzerrungsverhalten ergeben, bei dem kubische oder quadratische Verzerrungen überwiegen – das hängt dann aber von der Schaltung ab, und nicht vom Verstärkungselement.

Weil bei jeder Verzerrungsart (auch) Summen- und Differenzöne entstehen, sobald mehr als ein Sinuston verzerrt wird, ist die Frage nach einer Tonverwandtschaft müßig. Summen- und Differenzöne sind nämlich so gut wie nie zur Gänze mit den Primärtönen verwandt, da ergeben sich so gut wie immer erhebliche Dissonanzen.

Literatur

- [1] Zollner Manfred: Physik der Elektrogitarre, 2014, www.gitec-forum.de
- [2] Blencowe Merlin: Designing Valve Preamps for Guitar and Bass, Wem Publishing, 2012.