

Simulation der akustischen Abstrahlung eines angeströmten finiten wandbefestigten Zylinders mit einer Kombination aus hybridem und integralen Ansatz

Patrick Silkeit, Thorben Schröder, Otto von Estorff

TU Hamburg-Harburg, Institut für Modellierung und Berechnung, 21073 Hamburg, Deutschland, Email: mub@tuhh.de

Einleitung und Motivation

Die Simulation von strömungsinduziertem Schall hat in der Produktentwicklung eine wichtige Position inne und findet in vielfältigen Industriebereichen Anwendung. Obwohl alle physikalischen Aspekte der Schallentstehung und Schallausbreitung in den kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen enthalten sind, ist beim heutigen Stand der Technik ein direktes numerisches Lösen dieser Gleichungen für reale Problemstellungen nicht mit rechtfertigbarem Aufwand möglich. Aus diesem Beweggrund sind eine Vielzahl verschiedener Lösungsansätze entstanden, die sich in ihren Eigenschaften und ihrer Zielsetzung zum Teil stark unterscheiden. Im niedrigen Mach-Zahlbereich, wo die Unterschiede der Energien und Längenskalen zwischen Strömung und Akustik sehr groß sind, sind hybride Berechnungsverfahren unabdingbar. Unter hybriden Verfahren wird die Auftrennung der Simulation in zwei Teile verstanden: Zunächst wird die Strömung simuliert und anschließend die Akustik basierend auf den CFD-Ergebnissen in einer zweiten Nachlaufrechnung berechnet.

Die am weitesten verbreiteten hybriden Verfahren lassen sich in zwei Kategorien einteilen. Die erste Kategorie bilden die Störungsverfahren, die ein Gleichungssystem aufstellen, welches die akustische Wellenausbreitung beschreibt und über eine Quelltermformulierung mit den Strömungsergebnissen gekoppelt sind. Das Gleichungssystem wird zeitlich sowie örtlich diskretisiert und mit einem numerischen Verfahren gelöst. Die zweite Kategorie sind die sogenannten „integralen Methoden“ (IM). Hierbei wird die akustische Wellengleichung mit Hilfe einer Green'schen Funktion auf eine Integralgleichung reduziert, die je nach Verfahren Oberflächen- und Volumenintegrale beinhaltet. Durch das Lösen der Integralgleichung kann der akustische Druck an einem Punkt außerhalb des Integrationsgebietes bestimmt werden. Mit dieser Methode wird somit der Druck nur an einem Feldpunkt zeitlich aufgelöst. Allerdings kann auf jegliche Diskretisierung außerhalb des Integrationsgebietes verzichtet werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, mit einer Kombination beider Verfahren die akustische Abstrahlung eines umströmten wandgebundenen Zylinders zu simulieren. Hierzu wird zunächst jeweils ein Verfahren aus beiden Kategorien beschrieben. Anschließend werden die Ergebnisse des Störungsansatzes mit den Ergebnissen des kombinierten Verfahrens anhand des wandgebundenen Zylinderfalls verglichen.

Theoretische Grundlagen

Störungsansatz

Als Störungsansatz wird die zweite Variante der Acoustic Perturbation Equations (APE-2) [1] herangezogen. Diese Gleichungen ergeben sich aus einer Auftrennung der Variablen in einen Strömungs- und einen Akustikanteil. Die Auftrennung wird in die linearisierten Eulergleichungen eingesetzt, anschließend gefiltert und ergibt ein Gleichungssystem, welches die akustische Wellenausbreitung beschreibt. Der Quellterm basiert auf der Zeitableitung des inkompressiblen Strömungsdruckes, worüber die APE-2 mit den Strömungsergebnissen schwach gekoppelt sind. Die APE-2 sind daher nur für Strömungen im niedrigen Mach-Zahlbereich anwendbar. Das Gleichungssystem der APE-2 ergibt sich zu

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho' \bar{\mathbf{u}} + \bar{\rho} \mathbf{u}^{ac}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}^{ac}}{\partial t} + \nabla (\bar{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{u}^{ac}) + \nabla \left(\frac{p^{ac}}{\bar{\rho}} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p^{ac}}{\partial t} - \bar{c}^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} = \frac{\partial P'}{\partial t}. \quad (3)$$

Hierin kennzeichnen Variablen mit dem Superskript $\langle \cdot \rangle^{ac}$ akustische Anteile, $\langle \cdot \rangle$ kennzeichnet zeitgemittelte Größen und $\langle \cdot \rangle'$ kennzeichnet Schwankungsgrößen. Die Schallgeschwindigkeit ist durch c gegeben und P' ist der Schwankungsanteil des inkompressiblen Strömungsdruckes. Das APE-2 Gleichungssystem wird örtlich mit der Finiten-Volumen-Methode diskretisiert und gelöst.

Integrale Methode

Als Stellvertreter für die IM wird die Kirchhoffintegralgleichung betrachtet. Dies ist sinnvoll, da sie auf Basis von akustischen Annahmen hergeleitet wird und im kombinierten Verfahren mit den akustischen Daten gespeist wird [2]. Verwendet wird die Zeitbereichsformulierung für uniform bewegte Fluide nach [3]. Die Integralgleichung wird aufbauend auf der konvektiven Wellengleichung mit Hilfe einer Green'schen Funktion und der Prandtl-Glauert Transformation hergeleitet und ergibt sich zu

$$4\pi p^{ac}(\mathbf{x}, t) = \int_{S_0} \left[\frac{p^{ac}}{r_0^2} \frac{\partial r_0}{\partial n_0} - \frac{1}{r_0} \frac{\partial p^{ac}}{\partial n_0} + \frac{1}{cr_0\beta^2} \frac{\partial p^{ac}}{\partial \tau} \left(\frac{\partial r_0}{\partial n_0} - M_\infty \frac{\partial x_0}{\partial n_0} \right) \right]_\tau dS_0. \quad (4)$$

Hierbei ist n_0 der Normalenvektor der Integrationsfläche S_0 , r_0 ist der Abstand zwischen S_0 und Empfängerpunkt, M_∞ ist die Mach-Zahl der uniformen Strömung

und p^{ac} ist der akustische Druck. Mit $[\cdot]_{\tau}$ gekennzeichnete Terme werden zum Emissionszeitpunkt ausgewertet. Damit Gleichung (4) gültig ist, muss die Integrationsfläche S_0 alle akustischen Quellen und nichtlineare Effekte der Schallausbreitung beinhalten.

Mit Gleichung (4) ist es nun möglich den akustischen Druck an einem beliebig weit entfernten Empfängerpunkt auf Basis der Daten auf der Integrationsoberfläche S_0 zu bestimmen. Hierzu ist keine örtliche Diskretisierung außerhalb von S_0 notwendig.

Die IM ist in einer Emissionszeitformulierung (forward time) umgesetzt. Dies bedeutet, dass eine simultane Ausführung beider Verfahren möglich ist, da die Auswertung des Integrals zum Simulationszeitpunkt durchgeführt wird und der akustische Druck für einen Zeitpunkt berechnet wird, der relativ zur Simulationszeit in der Zukunft liegt. In der Umsetzung der Emissionszeitformulierung wird zunächst berechnet, wann das emittierte Signal am Empfängerpunkt detektiert wird. Darauf hin wird vom vorgegebenen, nächstgelegenen Empfängerzeitschritt die zugehörige Emissionszeit bestimmt und geprüft, ob diese im gerade berechneten Simulationszeitschritt liegt. Trifft dies zu, wird das Integral ausgewertet und der Druck zum Empfängerzeitschritt addiert. Fällt die Emissionszeit nicht in den Simulationszeitschritt wird das Integral nicht ausgewertet. Dieses Prozedere ermöglicht größere Empfänger- als Simulationszeitschritte und reduziert die Anzahl der ausgewerteten Integrale. Zusätzlich kann der Simulationszeitschritt variieren, was bei einer Courant-Zahlsteuerung des Zeitschritts auftritt. Das beschriebene Verfahren ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt.

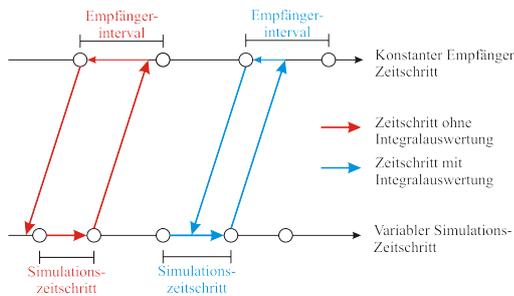


Abbildung 1: Schema der Emissionszeitformulierung

Kombiniertes Verfahren

Ziel ist es, ein numerisches Verfahren zu entwickeln, welches die Berechnung der Schallentstehung sowie der Schallausbreitung im Nah- und Fernfeld im Zeitbereich erlaubt. Hierzu werden beide zuvor vorgestellten Verfahren miteinander kombiniert, um ein Simulationsverfahren zu kreieren, bei dem sich die Vorteile der jeweiligen Verfahren positiv ergänzen. Die APE-2 werden genutzt um die Schallentstehung und strömungsinduzierte Ausbreitungsphänomene basierend auf Ergebnissen einer inkompressiblen CFD-Simulation abzubilden. Mit diesem Verfahren wird die akustische Ausbreitung berechnet, bis sie als linear angesehen werden kann und somit die Anforderung

der IM erfüllt. Die IM wird anschließend dazu verwendet den akustischen Druck an einem oder mehreren Punkten im Fernfeld zu bestimmen. Das kombinierte Verfahren ist schematisch in Abbildung 2 dargestellt. Beide Verfahren sind in die Softwareumgebung OpenFOAM® integriert. Durch die Umsetzung der Emissionszeitformulierung ist eine simultane Durchführung beider Verfahren möglich, da beide Simulationsstufen in einem Zeitschritt ablaufen.

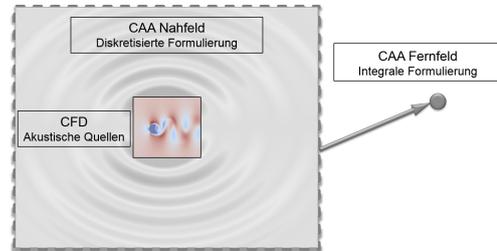


Abbildung 2: Schema des kombinierten Simulationsverfahrens

Strömungsfall

Das kombinierte Verfahren wird nun zur Berechnung der akustischen Abstrahlung eines angeströmten, endlichen, rechteckigen und wandgebundenen Zylinders angewendet. Der Zylinder hat eine Kantenlänge von $D = 0,02$ m und eine Höhe von $6D$. Die Anströmung hat eine Geschwindigkeit von 10 m/s und bekommt am Einlass ein experimentell ermitteltes Wandprofil nach [4] aufgeprägt. Die Strömung wird mit einer inkompressiblen LES in OpenFOAM® simuliert. Das Netz hat ca. 27 Millionen Zellen. Die gemittelten y_+ -Werte liegen bei $\bar{y}_+ = 1,5$ für den Boden und $\bar{y}_+ = 6,8$ für den Zylinder. Die relativ grobe Auflösung am Zylinder kann damit gerechtfertigt werden, dass durch die Kanten ein definierter Ablösepunkt existiert und die Wandschicht nur einen relativ geringen Einfluss hat.

Die Ergebnisse der Strömungssimulation werden mit experimentellen Ergebnissen aus [4] und numerischen Ergebnissen aus [5] verglichen. In Abbildung 3 sind die zeitlich gemittelten Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung $0,5D$ hinter dem Zylinder dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den drei Signalen. Die akustische Abstrahlung eines wandgebundenen Zy-

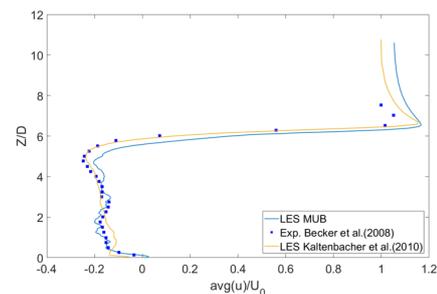


Abbildung 3: Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit $0,5D$ hinter dem Zylinder

linders ist einem Dipol sehr ähnlich. Dies liegt an der sich ausbildenden von Kármán'schen Wirbelstraße, die zu alternierenden Drücken führt. In Abbildung 4 sind die Drucksignale über die Zeit an zwei gegenüberliegenden Punkten senkrecht zur Anströmung in $2D$ Abstand vom Zylinder dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, dass die Drucksignale, wie bei einem Dipol zu erwarten, entgegengesetzte Phasen aufweisen und es eine primäre Frequenz gibt. Eine spektrale Analyse des gezeigten Drucksignals zeigt, dass die primäre Frequenz bei 54 Hz liegt, was mit der Literatur [4, 5] übereinstimmt.

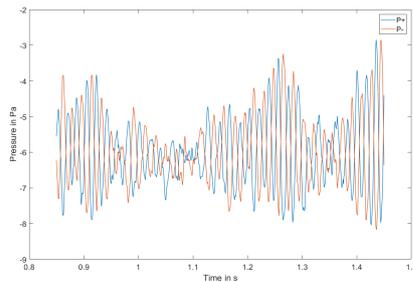


Abbildung 4: Strömungsdruck an zwei gegenüberliegenden Punkten

Akustiksimulation

Aufbauend auf den inkompressiblen CFD-Ergebnissen wird in einer anschließenden Simulation die Akustik berechnet. Hierzu werden zunächst die Strömungsergebnisse auf ein gröberes Netz interpoliert um den Aufwand für die Interpolation vom Strömungs- auf das Akustiknetz während der Simulation gering zu halten. Die APE-2 Simulation wird auf einem drei-dimensionalen Netz durchgeführt. Am Rand des zylindrischen Rechengebiets mit einem Radius 25,5 m und einer Höhe von 12 m ist eine dämpfende Randschicht aufgebracht, die eine Breite von ca. 1,5 Wellenlängen der erwarteten primären Frequenz hat. Am Übergang zwischen dem Bereich auf den die CFD-Daten interpoliert werden und dem Außenbereich entsteht eine Unstetigkeit im Feld des Strömungsdruckes, die zu fehlerhaften akustischen Quellen führt. Diese Unstetigkeit wird mit der Druckfeldfortsetzung (SPFC) aus [6] behandelt. Hierbei wird im Außenbereich eine Poisson-Gleichung für den Strömungsdruck gelöst, die als Randbedingungen innen die Daten aus der CFD ($P = P_{CFD}$) nutzt und am äußeren Rand des SPFC-Gebiets $P = 0$ vorgibt. Die Lösung dieser Gleichung liefert eine vereinfachte Lösung des Strömungsdrucks im Außenbereich ohne in diesem Bereich CFD-Daten zu benötigen. Hierdurch wird der Übergang zwischen den beiden Bereichen geglättet und die Entstehung von fehlerhaften Quelltermen an der Unstetigkeit unterbunden.

Zunächst werden die Ergebnisse der APE-2 Simulation betrachtet. Diese werden halber Höhe des Zylinders entlang einer Linie senkrecht zur Richtung der Anströmung ausgewertet. Entlang dieser Linie wird an verschiedenen Punkten die spektrale Leistungsdichte (PSD) des akusti-

schen Drucks p^{ac} betrachtet. Die Spektren sind in Abbildung 5 dargestellt. Anhand dieser wird deutlich, dass die Ergebnisse der APE-2 Simulation die erwartete Frequenz von 54 Hz nicht treffen. Vielmehr zeigt sich bei dieser Frequenz ein Tal in den Spektren, das zwischen zwei Bereichen mit höheren Amplituden liegt. Gerade die niedrige Frequenz (~ 32 Hz) nimmt in der Amplitude relativ zur primär erwarteten Frequenz von 54 Hz mit wachsenden Abstand vom Zylinder zu. Dass die erwartete Frequenz

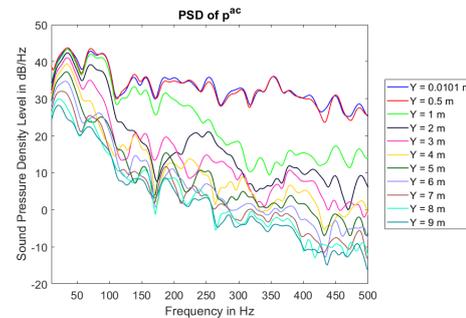


Abbildung 5: PSD des akustischen Drucks

dennoch enthalten ist, zeigt sich bei der Betrachtung des gesamten Drucks $p = P + p^{ac}$. Die PSD des gesamten Drucks, an den gleichen Punkten ausgewertet, sind in Abbildung 6 gezeigt. Hier zeigt sich, dass in der Nähe des Zylinders die 54 Hz Frequenz deutlich zu erkennen ist. Diese wird allerdings durch den Strömungsdruck eingebracht und verringert sich mit zunehmenden Abstand. Bei wachsender Entfernung zum Zylinder nimmt der Anteil des Strömungsdrucks ab und der akustische Druck hat einen größeren Einfluss. Dieser zeigt sich besonders ab einem Abstand von einem Meter durch das Ansteigen der niedrigen Frequenz. Weiterführend ist auch die Ab-

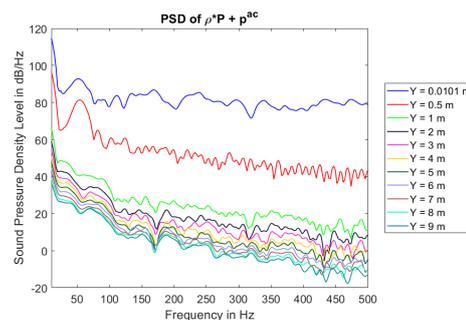


Abbildung 6: PSD des gesamten Drucks

strahlcharakteristik von Interesse. Diese wird an Punkten auf einem Radius von 5 m betrachtet. Hierzu werden zunächst in Abbildung 7(l) die PSD des akustischen Drucks aller Auswertepunkte gezeigt. Auch hier zeigt sich die niedrige Frequenz und es wird deutlich, dass die Amplituden dieser Frequenz in alle Richtungen gleich groß sind. Anders ist dies bei einer Frequenz um die 54 Hz, wo die Amplituden weiter auseinander gehen. Der größte Amplitudenunterschied ist bei einer Frequenz von 56 Hz zu finden. Werden die Ergebnisse bei dieser Frequenz als Polarplot dargestellt, zeigt sich eine Charakteristik mit Dipolcharakter. Dies ist in Abbildung 7(r) gezeigt. Diese

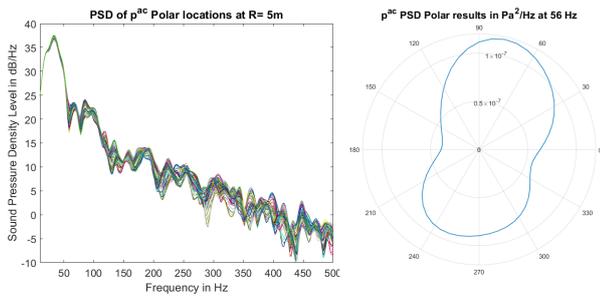


Abbildung 7: PSD von p^{ac} (l) und Abstrahlcharakteristik bei 56 Hz (r)

Ergebnisse legen nahe, dass die erwartete akustische Abstrahlung zwar in den Ergebnissen der Akustiksimulation enthalten ist, aber von Fehlerquellen überlagert wird.

Anschließend werden die Ergebnisse der IM betrachtet. Die Integrationsfläche ist quadratisch und hat eine Kantenlänge von $W = 3$ m. Um die Ergebnisse der IM mit denen der APE-2 vergleichen zu können, werden Empfängerpunkte gewählt, die ebenfalls auf einem Kreis mit $R = 5$ m liegen. Ein Vergleich beider Ergebnisse an einem Punkt ist in Abbildung 8 gezeigt. Beide Spektren zeigen eine ähnliche Charakteristik, jedoch weisen die Ergebnisse der IM eine deutlich niedrigere Amplitude auf. Zusätzlich ist zu sehen, dass der Amplitudenfehler der niedrigen Frequenz größer ist als der des restlichen Spektrums der IM. Hieraus lässt sich die Vermutung schließen, dass ein Anteil dieser Frequenz auf eine Quelle zurückzuführen ist, die zwischen der Integrationsfläche und dem Empfängerpunkt liegt. Durch die SPFC ist auch im Au-

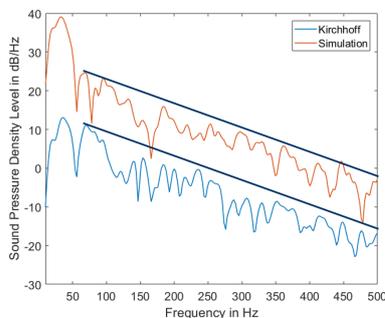


Abbildung 8: PSD von p^{ac} simuliert mit APE-2 und IM

ßenbereich ein Quellterm vorhanden. Dieser ist in Abbildung 9 gezeigt. Zusätzlich sind drei Bereiche eingezeichnet, die von innen nach außen das CFD-Gebiet, die Integrationsfläche und den Auswerterradius darstellen. Die Skalierung des Quellterms ist sehr niedrig gewählt und ist um etwa vier Größenordnungen kleiner als der maximal auftretende Wert. In dieser Skalierung ist zu sehen, dass außerhalb der Integrationsfläche ein großflächiger Quellterm mit niedriger Amplitude existiert, obwohl hier kein signifikanter Quellterm mehr zu erwarten wäre. Dies lässt sich dadurch erklären, dass kleine Fehler und Schwankungen des Strömungsdrucks, sowie Ungenauigkeiten an den Randregionen der CFD existieren. Diese werden durch die SPFC nach außen fortgesetzt und führen hier zu nicht physikalischen großflächigen Quelltermen.

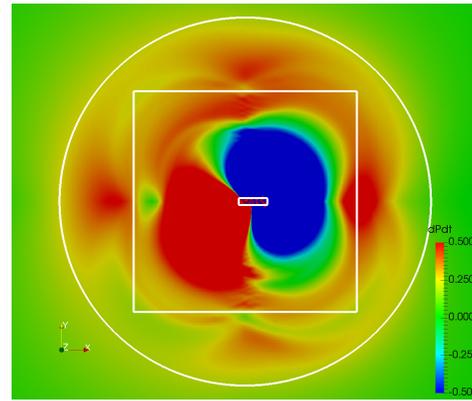


Abbildung 9: Quellterm im Außenbereich

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde mit Hilfe einer kombinierten Methode bestehend aus den APE-2 und einer IM die akustische Abstrahlung eines wandgebundenen Zylinders simuliert. Die Ergebnisse der APE-2 zeigen einen fehlerhaften niedrigen Frequenzanteil, der die eigentliche Akustik überlagert. Mit Hilfe der IM konnte eine Erklärung für das Auftreten dieser Frequenz gefunden werden. Dies zeigt, neben der herkömmlichen Anwendung zur Fernfeldsimulation, einen wichtigen Anwendungsbereich des kombinierten Verfahrens als Werkzeug zur Fehleridentifikation auf. In zukünftigen Arbeiten soll die identifizierte Fehlerquelle weiter untersucht und eingeschränkt werden.

Literatur

- [1] Ewert, R., Schröder, W.: Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. *Journal of Computational Physics* (2003), 188(2), 365–398.
- [2] Brentner, K. S., Farassat, F.: Analytical Comparison of the Acoustic Analogy and Kirchhoff Formulation for Moving Surfaces. *AIAA Journal* (1998), 36(8), 1379–1386.
- [3] Morino, L.: Mathematical foundations of integral methods. *Computational methods in potential aerodynamics*, Springer Verlag (1985), 271–291.
- [4] Becker, S., Hahn, C., Kaltenbacher, M., Lerch, R.: Flow-Induced Sound of Wall-Mounted Cylinders with Different Geometries. *AIAA Journal* (2008), 46(9), 2265–2281.
- [5] Kaltenbacher, M., Escobar, M., Becker, S., Ali, I.: Numerical simulation of flow-induced noise using LES/SAS and Lighthill's acoustic analogy. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* (2009), 63(9), 1103–1122.
- [6] Schröder, T., von Estorff, O.: Handling of spatially truncated source fields based on pressure time derivatives in hybrid computational aeroacoustics. *International Journal of Aeroacoustics* (2017), 16(7-8), 563–581.