

Akustische Charakterisierung der richtungsabhängigen elastischen Eigenschaften faserverstärkter Kunststoffe

Manuel Webersen¹, Sarah Johannesmann¹, Julia Düchting¹, Leander Claes¹, Bernd Henning¹

¹ Elektrische Messtechnik, Universität Paderborn, 33098 Paderborn, Deutschland, Email: webersen@emt.uni-paderborn.de

Einleitung

Der stetig zunehmende Einsatz faserverstärkter Kunststoffe (FVK) ist eine wesentliche Voraussetzung für moderne Leichtbausysteme. Damit einher geht der Bedarf, diese Materialien messtechnisch zu charakterisieren, damit Bauteile anwendungsspezifisch optimal ausgelegt und auch im Betrieb überwacht werden können. Im Gegensatz zu Metallen oder unverstärkten Kunststoffen weisen FVK eine deutlich stärker ausgeprägte Anisotropie auf, d.h. die Materialeigenschaften sind von der Belastungsrichtung abhängig. Beispielsweise treten entlang der Fasern typischerweise höhere Festigkeiten auf.

Ultraschallbasierte Messverfahren sind aus der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung bekannt und weit verbreitet, können aber auch zur Materialcharakterisierung eingesetzt werden. Statt der Detektion von Defektstellen wird dann das gesamte Materialverhalten beschrieben. Auf dieser Basis kann beispielsweise die mechanische Belastbarkeit eines Bauteils beurteilt werden, wodurch sich Anwendungen sowohl in der Konstruktion als auch in der Komponentenüberwachung ergeben. Außerdem können anwendungsspezifische Design-Prozesse durch messtechnische Verifikation unterstützt werden.

In diesem Beitrag wird ein Verfahren zur zerstörungsfreien und richtungsabhängigen Materialcharakterisierung mittels Ultraschall vorgestellt und am Beispiel endlosfaserverstärkter Kunststoffe mit unterschiedlicher Gewebestruktur demonstriert.

Messtechnische Erfassung

Messsystem

Das verwendete Messsystem ist für plattenförmige Proben ausgelegt und wurde bereits zur Charakterisierung der Eigenschaften von Metallen und homogenen Kunststoffen eingesetzt [1], [2].

Der Messaufbau ist in Abb. 1 schematisch dargestellt. Kurze Laser-Pulse hoher Energie werden über einen Oberflächenspiegel und eine Zylinderlinse auf die Plattenoberfläche fokussiert. Die Absorption dieser Energie führt zur schlagartigen Erwärmung und Expansion des Materials, wodurch Ultraschallwellen breitbandig angeregt werden (thermoakustischer Effekt). Nach Durchlaufen der Probe werden diese mit einem piezoelektrischen Streifenkeramikwandler detektiert und mithilfe eines USB-Oszilloskops digital aufgezeichnet.[1]

Spiegel und Linse sind auf einer Lineareinheit montiert, sodass der Abstand zwischen Anregeposition und Detek-

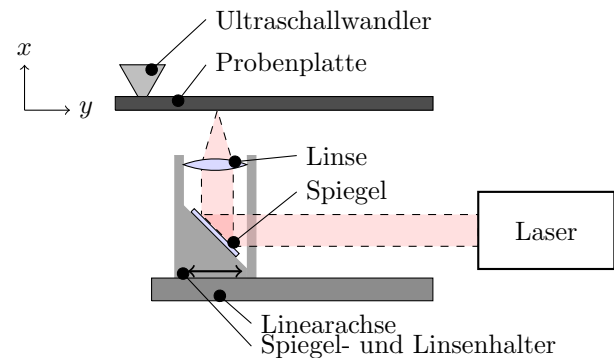


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Messsystems (nach [1]).

tor während der Messung schrittweise vergrößert und an jeder Position ein Zeitsignal aufgenommen werden kann. Alle Empfangssignale einer Messreihe werden in einer Matrix angeordnet, sodass ein Datensatz mit zeitlicher *und* örtlicher Abhängigkeit entsteht. Die zweidimensionale Fourier-Transformation führt dann zu einer Darstellung in Abhängigkeit der (zeitlichen) Frequenz und der Wellenzahl („Ortsfrequenz“). Diese Darstellung wird als „Dispersionsabbildung“ bezeichnet, da ausbreitungsfähige Moden darin als zusammenhängende Bereiche hoher Werte (Grate) auftreten, deren Form den bekannten Dispersionskurven entspricht [1], [3]. Die anschließende Materialcharakterisierung erfolgt auf Basis der vorverarbeiteten Dispersionsabbildung und aus den Messdaten abgeleiteter Startwerte [4].

Variation der Ausbreitungsrichtung

Der zuvor beschriebene Messvorgang liefert eine einzelne Dispersionsabbildung, die Informationen über das Materialverhalten für die gewählte Ausbreitungsrichtung enthält. Isotrope Materialien sind dadurch vollständig beschrieben, da ihr Verhalten in alle Raumrichtungen identisch ist. Für orthotrope Materialien genügt die Information einer einzelnen Dispersionsabbildung hingegen nicht, sodass der Messvorgang für unterschiedliche Ausbreitungsrichtungen wiederholt werden muss. Aufgrund der Plattengeometrie kann diese Variation durch Rotation der Probe um die x -Achse (Dickenrichtung) vorgenommen werden, sodass die Ausbreitungsrichtung durch den Rotationswinkel α_b , $b = 1 \dots B$ definiert ist und insgesamt B Dispersionsabbildungen entstehen.

Materialcharakterisierung

Unter Annahme von Orthotropie kann das elastische Materialverhalten über die Steifigkeitsmatrix (1) vollständig

beschrieben werden [5].

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Zur Materialcharakterisierung wird ein inverses Verfahren eingesetzt, d.h. die Parameter eines Vorwärtsmodells werden variiert, bis die so simulierten Ergebnisse mit den realen Messergebnissen bestmöglich übereinstimmen. Der Grad der Übereinstimmung wird über eine Kostenfunktion beschrieben, deren globales Minimum mit Hilfe eines Optimierers gesucht wird. Die Modellparameter, die zur besten Übereinstimmung führen, stellen dann das Endergebnis dar. [4], [6]

Vorwärtsmodell

Für das Simulationsmodell wird eine zweidimensionale Darstellung der Probe gewählt, in der die Dickenrichtung und die Richtung der Wellenausbreitung abgebildet werden (entspricht x und y in Abb. 1). Die z -Richtung wird als unendlich ausgedehnt angenommen, sodass die mechanische Dehnung in dieser Richtung vernachlässigt werden kann („plane strain“-Fall). Dadurch wird die Steifigkeitsmatrix auf (2) reduziert, wobei die enthaltenen Elemente mit denen der vollständigen Steifigkeitsmatrix (1) übereinstimmen [7].

$$\mathbf{C}_{\text{red}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Da \mathbf{C}_{red} nur vier unabhängige Elemente enthält, können nur diese aus einem einzelnen Messergebnis bestimmt werden. Eine vollständige Charakterisierung des Materials ist somit nur möglich, wenn das System mit diesen vier Elementen bereits vollständig bestimmt ist (z.B. bei Isotropie), oder wenn die Ergebnisse unterschiedlicher Messungen kombiniert werden [6].

Der hier eingesetzte Löser auf Basis der semianalytischen Finite Elemente Methode („SAFE“) [8] wurde bereits ausführlich in [2], [6] behandelt und wird daher hier nicht weiter betrachtet.

Winkelabhängige Einzelergebnisse

Die Variation der Ausbreitungsrichtung durch Rotation der Platte führt zu einer Änderung der für die Wellenausbreitung relevanten Materialeigenschaften. Mathematisch kann diese durch eine „rotierte Steifigkeitsmatrix“

$$\mathbf{C}'(\alpha) = \mathbf{R}(\alpha)\mathbf{C}\mathbf{R}^T(\alpha). \quad (3)$$

abgebildet werden, wobei $\mathbf{R}(\alpha)$ eine winkelabhängige Rotationsmatrix darstellt.

Analog zu (2) kann auch die rotierte Steifigkeitsmatrix reduziert werden:

$$\mathbf{C}'_{\text{red}}(\alpha) = \begin{pmatrix} C'_{11}(\alpha) & C'_{12}(\alpha) & 0 \\ C'_{12}(\alpha) & C'_{22}(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & C'_{66}(\alpha) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

wobei die Matrixelemente die Modellparameter repräsentieren, die aus einer einzelnen Messung ermittelt werden können.

Mit den Parametersätzen als Vektoren kann der Messvorgang als Projektion des vollständigen Parametersatzes $\boldsymbol{\theta}$ auf den pro Ausbreitungsrichtung beobachtbaren Parametersatz $\boldsymbol{\theta}'_{\alpha}(\alpha)$ betrachtet werden:

$$\boldsymbol{\theta}'_{\alpha}(\alpha) = \begin{pmatrix} C'_{11}(\alpha) \\ C'_{12}(\alpha) \\ C'_{22}(\alpha) \\ C'_{66}(\alpha) \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{\alpha}(\alpha) \begin{pmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \\ C_{22} \\ C_{23} \\ C_{33} \\ C_{44} \\ C_{55} \\ C_{66} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{\alpha}(\alpha)\boldsymbol{\theta}. \quad (5)$$

Die Projektionsmatrix ergibt sich mit $m = \cos^2 \alpha$ und $n = \sin^2 \alpha$ zu [9]

$$\mathbf{A}_{\alpha}(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 2mn & n^2 & 4mn & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n & m \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Zusammensetzen des Gesamtergebnisses

Um die Ergebnisse der Einzelmessungen in ein Gesamtergebnis zu überführen, muss das unterbestimmte Gleichungssystem (5) für jeden Winkel (bzw. jede Ausbreitungsrichtung) gelöst werden. Dazu kann das Gleichungssystem so erweitert werden, dass es alle Einzelergebnisse gleichzeitig berücksichtigt:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \boldsymbol{\theta}'_{\alpha}(\alpha_1) \\ \boldsymbol{\theta}'_{\alpha}(\alpha_2) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}'_{\alpha}(\alpha_B) \end{pmatrix}}_{(4b \times 1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\alpha}(\alpha_1) \\ \mathbf{A}_{\alpha}(\alpha_2) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{\alpha}(\alpha_B) \end{pmatrix}}_{(4b \times 9)} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} C_{11} \\ C_{12} \\ C_{13} \\ C_{22} \\ C_{23} \\ C_{33} \\ C_{44} \\ C_{55} \\ C_{66} \end{pmatrix}}_{(9 \times 1)} \quad (7)$$

oder in Kurzschreibweise

$$\boldsymbol{\theta}' = \mathbf{A}\boldsymbol{\theta}. \quad (8)$$

Gl. (8) kann mittels der Moore-Penrose-Pseudoinversen gelöst werden:

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{A}^+\boldsymbol{\theta}' = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\boldsymbol{\theta}', \quad (9)$$

wobei θ die beste Lösung im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate darstellt [10]. Abschließend kann der Parametersatz wieder als Matrix geschrieben werden, sodass sich ein Endergebnis in Form der vollständigen 6×6 -Steifigkeitsmatrix \mathbf{C} ergibt. [9].

Ergebnisse

Probentypen

Die folgenden Ergebnisse basieren auf Messdaten, die für drei verschiedene Probentypen aufgenommen wurden. Alle Proben sind endlosfaserverstärkte Kunststoffe mit Polyamid 6 als Kunststoffmatrix und Glas als Gewebematerial. Die Faserstränge liegen in der Plattenebene und sind orthogonal orientiert, unterscheiden sich jedoch in der Gewebestruktur:

- Typ 1: Leinwandbindung
- Typ 2: Körperbindung / Twill
- Typ 3: Körperbindung / Twill, Faserverteilung 80:20

Während bei den Probentypen 1 und 2 jeweils die Hälfte der Fasern entlang der beiden Geweberichtungen orientiert sind, weist Typ 3 eine ungleiche Faserverteilung mit dem Verhältnis 80:20 auf.

Steifigkeitsmatrix

Für Probentyp 1 ergibt sich die vollständige Steifigkeitsmatrix zu

$$\mathbf{C}_{\text{Typ1}} = \begin{pmatrix} 9,3 & 6,0 & 5,9 & 0 & 0 & 0 \\ 6,0 & 27,9 & 4,6 & 0 & 0 & 0 \\ 5,9 & 4,6 & 27,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,8 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa} \quad (10)$$

Neben der angesetzten Form eines orthotropen Materials fallen hier weitere Zusammenhänge auf: $C_{13} \approx C_{12}$, $C_{22} \approx C_{33}$ und $C_{55} \approx C_{66}$. Die Steifigkeitsmatrix geht damit näherungsweise in den Fall einer tetragonalen Kristallstruktur über, wodurch die Anzahl unabhängiger Parameter von 9 auf 6 reduziert wird. Anschaulich bedeutet dies, dass das Materialverhalten invariant gegenüber Plattenrotationen um 90° ist, was auf Grund der Gewebestruktur plausibel ist. Für Probentyp 2 ergeben sich ähnliche Zusammenhänge, allerdings mit etwas größerer Abweichung. [9]

Winkelabhängigkeit

Zur besseren Interpretierbarkeit werden im Folgenden die Elastizitätsmoduln und Poissonzahlen der Materialien betrachtet, die analytisch aus der Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsmatrix abgeleitet werden [5]. Die Größen werden jeweils aus der Gesamt-Steifigkeitsmatrix abgeleitet und ihre Winkelabhängigkeit mittels Gl. (3) bestimmt. Ein Winkel von $\alpha = 0^\circ$ entspricht der Wellenausbreitung entlang eines Faserstrangs. Der Elastizitätsmodul in Dickenrichtung E_x zeigt keine Winkelabhängigkeit und ist daher nicht dargestellt.

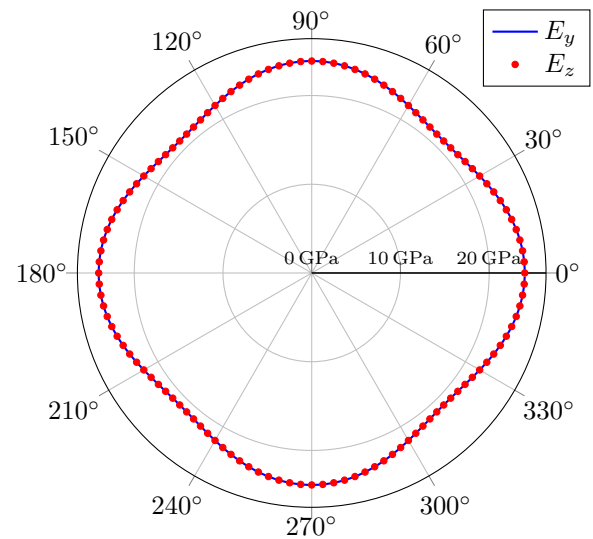


Abbildung 2: Winkelabhängigkeit der Elastizitätsmoduln, Probentyp 1 (Leinwandbindung).

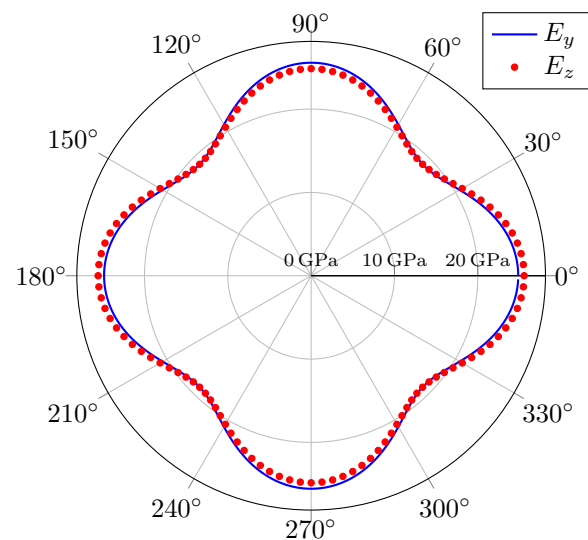


Abbildung 3: Winkelabhängigkeit der Elastizitätsmoduln, Probentyp 2 (Körperbindung).

Abb. 2 und 3 zeigen die Elastizitätsmoduln in der Plattenebene für die Probentypen 1 und 2. Bei Vielfachen von 90° , also entlang der Faserachsen, wird der Maximalwert erreicht, diagonal dazu (45° usw.) der Minimalwert. Dieses Verhalten ist physikalisch plausibel, da die Faserverstärkung in Längsrichtung am stärksten wirkt. Die überlagerte Darstellung von E_2 und E_3 , die definitionsgemäß um 90° versetzt sind, unterstreicht das Ergebnis aus dem vorigen Abschnitt: Probentyp 1 zeigt deutlich das Verhalten eines tetragonalen Kristalls, während die Faserrichtungen bei Probentyp 2 leichte Unterschiede aufweisen.

Abb. 4 zeigt die „in plane“-Poissonzahl ν_{23} , die die Dehnung in Ausbreitungsrichtung in Folge einer mechanischen Belastung orthogonal dazu beschreibt. Entlang der Faserachsen treten hier sehr kleine Werte auf, die jedoch für Faserverbundkunststoffe nicht unüblich sind [11]. Abseits der Faserachsen dominiert die Polymermatrix ($\nu \approx 0,4$),

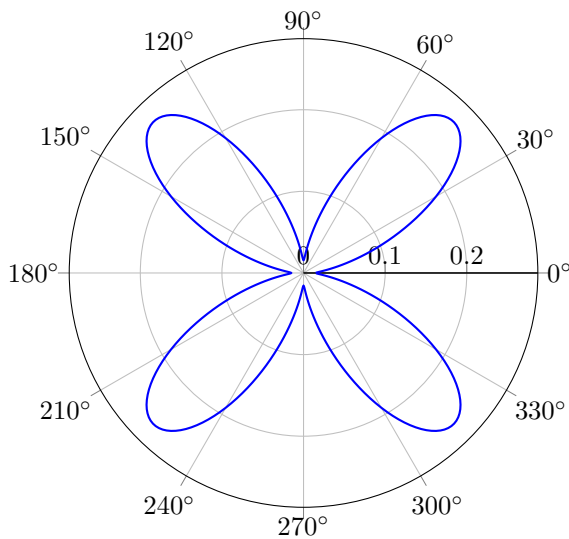


Abbildung 4: Winkelabhängigkeit der Poissonzahl ν_{23} , Probenotyp 2 (Köperbindung).

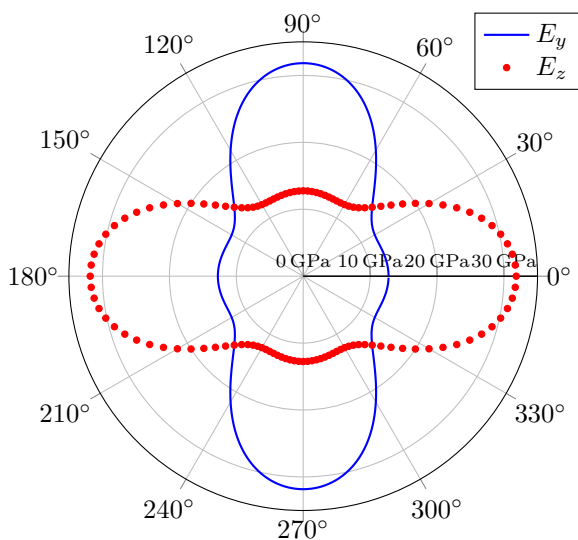


Abbildung 5: Winkelabhängigkeit der Elastizitätsmoduln, Probenotyp 3 (Köperbindung, Faserverhältnis 80:20).

sodass bei 45° der Maximalwert erreicht wird.

Für Probenotyp 3 zeigt Abb. 5 eine starke Winkelabhängigkeit, deren Charakteristik aus Theorie und zerstörenden Messungen bekannt ist [12]. Dabei entspricht $\alpha = 0^\circ$ der Faserrichtung mit 20% Faseranteil.

Für die Poissonzahl ν_{23} treten im Bereich der Faserachsen negative (physikalisch unplausible) Werte auf. Da derartige Effekte jedoch in der Literatur beschrieben werden [13], sind hier weitere Referenzmessungen erforderlich.

Zusammenfassung und Ausblick

Es wird ein ultraschallbasiertes Verfahren zur Charakterisierung elastischer Materialeigenschaften vorgestellt, bei dem mittels Variation der akustischen Ausbreitungsrichtung durch Rotation der Probe das Materialverhalten für unterschiedliche Belastungsrichtungen beschrieben werden kann. Das Verfahren kann für Materialien mit

stark ausgeprägter Orthotropie eingesetzt werden, wie am Beispiel eines glasfaserverstärkten Kunststoffes mit ungleichmäßiger Faserverteilung im Gewebe demonstriert wird. Materialien mit weniger stark ausgeprägter Anisotropie können ebenfalls betrachtet werden und bilden entsprechende Symmetrien implizit im Ergebnis ab.

In zukünftigen Arbeiten soll die Programmlaufzeit und Stabilität für das Optimierungsverfahren verbessert werden. Außerdem sind mechanische Referenzmessungen zur weiteren Plausibilitätsprüfung, insbesondere in den numerischen Grenzbereichen, geplant.

Literatur

- [1] L. Claes, T. Meyer, F. Bause, J. Rautenberg und B. Henning, „Determination of the material properties of polymers using laser-generated broadband ultrasound“, *JSSS*, Jg. 5, Nr. 1, S. 187–196, 2016.
- [2] F. Bause, L. Claes, M. Webersen, S. Johannesmann und B. Henning, „Viskoelastizität und Anisotropie von Kunststoffen: Ultraschallbasierte Methoden zur Materialparameterbestimmung“, *Technisches Messen*, Jg. 84, Nr. 3, 2017.
- [3] D. Alleyne und P. Cawley, „A 2-dimensional Fourier transform method for the quantitative measurement of Lamb modes“, in *IEEE Symposium on Ultrasonics*, 1990.
- [4] S. Johannesmann, L. Claes, M. Webersen und B. Henning, „Inverser Ansatz zur akustischen Charakterisierung plattenförmiger Materialproben“, in *DAGA*, 2017.
- [5] H. Altenbach, *Kontinuumsmechanik: Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen*. Springer, 2012.
- [6] M. Webersen, S. Johannesmann, J. Düchting, L. Claes und B. Henning, „Guided ultrasonic waves for determining effective orthotropic material parameters of continuous-fiber reinforced thermoplastic plates“, *Ultrasonics*, Jg. 84, 2018.
- [7] K. Bathe, *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, 1996.
- [8] I. Bartoli, A. Marzani, F. Di Lanza Scalea und E. Viola, „Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section“, *Journal of Sound and Vibration*, Jg. 295, Nr. 3-5, 2006.
- [9] S. Johannesmann, J. Düchting, M. Webersen, L. Claes und B. Henning, „An acoustic waveguide-based approach to the complete characterisation of linear elastic, orthotropic material behaviour“, *Technisches Messen*, 2018.
- [10] J. S. Golan, *The Linear Algebra a Beginning Graduate Student Ought to Know*. Dordrecht, 2012.
- [11] J. Summerscales und S. A. Fry, „Poisson’s ratio in fibre-reinforced polymer composites with a high void content“, *Journal of Materials Science Letters*, Jg. 13, Nr. 12, 1994.
- [12] H. Schürmann, *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. VDI-Buch. Springer, 2007.
- [13] K. H. G. Ashbee, *Fundamental Principles of Fiber Reinforced Composites*. 1993.