

Entwicklung eines Ultraschallsensors zur Flüssigkeitsanalyse in Rohrleitungen

Paul Wasmer¹, Fabian Krome¹, Jannis Bulling¹, Jens Prager¹

¹ Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung, 12205 Berlin, Deutschland, Email: paul.wasmer@bam.de

Einleitung

Die Neuentwicklung von Sensoren ist ein mehrstufiger Prozess. Numerische Simulationen können hierbei eine entscheidende Rolle spielen. Im Folgenden wird ein neuartiges Konzept für einen Ultraschallsensor und die zur Simulation verwendete Methode vorgestellt.

Der Sensor soll dazu genutzt werden, die Konzentrationen von Flüssigkeiten zu bestimmen. Durch Ermittlung der akustischen Eigenschaften, wie Schallgeschwindigkeit und Dichte, wird die Zusammensetzung der Flüssigkeit abgeleitet. Ziel ist es, einen Sensor mit einfacher Geometrie zu entwickeln, welcher sich kostengünstig herstellen lässt.

In Fig. 1 ist eine Skizze des vorgeschlagenen Sensor-

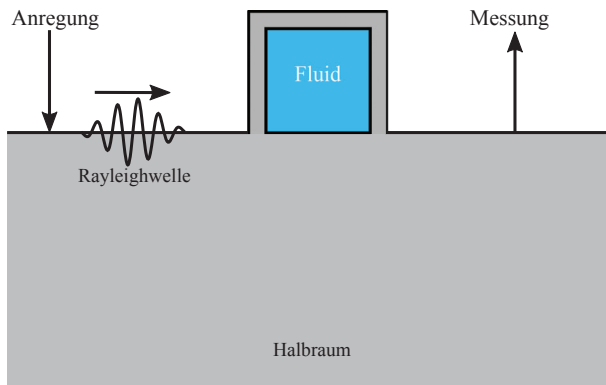


Abbildung 1: Prinzipskizze der Sensorgeometrie.

designs dargestellt. Auf einem Halbraum ist ein Rohr mit rechteckigem Querschnitt aufgebracht, in dem sich eine Flüssigkeit befindet. Die Ausdehnung in die Bildebene wird als unendlich angenommen, sodass eine 2D Approximation ausreichend ist. Eine Rayleighwelle wird an der Oberfläche des Halbraums auf der linken Seite des Rohrs angeregt. Diese Welle läuft entlang der Oberfläche des Halbraums auf das Rohr zu. Beim Auftreffen an der Rohrwand teilt sich die Welle auf. Es entsteht eine geführte Welle, welche durch die Rohrwand läuft. Ein weiterer Teil der Welle breitet sich weiterhin als Rayleighwelle auf der Oberfläche des Halbraums aus. Auf der gegenüberliegenden Seite des Rohrs treffen beide Wellen aufeinander. Hierbei kommt es zur Interferenz. Im Falle konstruktiver Interferenz entsteht ein Maximum mit schmaler Bandbreite im Frequenzbereich, sodass ein hoher Gütefaktor für das Messprinzip erreicht werden kann. Durch eine Veränderung der akustischen Eigenschaften der Flüssigkeit verschiebt sich das Maximum im Frequenzbereich, sodass die Zusammensetzung der Flüssigkeit abgeleitet werden kann. Um eine ausreichende Verschiebung des Maximums zu erreichen, wird eine Optimierung der Geometrie notwendig. Da eine ana-

lytische Beschreibung nicht möglich ist, wird eine Simulationsmethode mit großer Effizienz benötigt um die Optimierung durchzuführen. Als geeignetes Simulationsverfahren wurde die Scaled Boundary Finite Element Method (SBFEM) für prismatische Strukturen ausgewählt. Um die Sensorgeometrie zu simulieren, muss in einem ersten Schritt ein Modell zur Beschreibung des akustischen Verhaltens der Flüssigkeit in die SBFEM für prismatische Strukturen implementiert werden. Hierzu soll ein verschiebungsbasierter Ansatz für die Flüssigkeit genutzt werden, der im Folgenden vorgestellt wird.

Scaled Boundary Finite Element Method

Bei der Scaled Boundary Finite Element Method handelt es sich um ein semi-analytisches Verfahren. Im Gegensatz zur klassischen Finiten Elemente Methode (FEM) wird dabei nur der Rand des Gebietes mit finiten Elementen diskretisiert (vgl. Abb. 2). Es wird somit eine Reduktion der Freiheitsgrade des numerischen Systems im Vergleich zur FEM erzielt. Kernstück der SBFEM ist eine Koordinatentransformation bei der die kartesischen Koordinaten durch die SBFEM Koordinaten η und ξ ausgedrückt werden. Hierdurch erhält man eine gewöhnliche, nicht-lineare Differentialgleichung. Für diese wurde in [1] ein effizienter Lösungsalgorithmus entwickelt. Die SBFEM

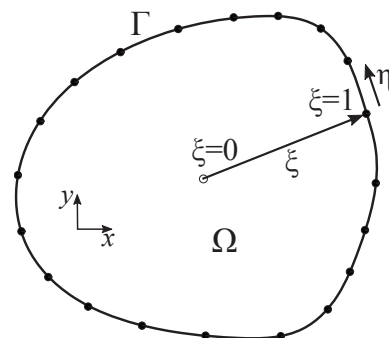


Abbildung 2: Diskretisierung eines 2D Gebietes mit SBFEM.

vereint dabei die Vorteile der FEM, wie dünn besetzte Matrizen und die Möglichkeit einer einfachen Kopplung von Gebieten im Sinne der FEM, und die der Boundary Element Method, bei der nur der Rand des Gebietes diskretisiert wird [2]. Durch die Reduktion der Freiheitsgrade im Vergleich zur FEM, können Ersparnisse in der Rechenzeit erzielt werden. Dies ist insbesondere für die Simulation von Ultraschall von Interesse, da hier aufgrund der kleinen Wellenlänge, im Vergleich zur geometrischen Abmessung der Struktur, eine sehr feine Vernetzung benötigt wird.

Scaled Boundary Finite Element Method für prismatische Strukturen

Zur Simulation der Wellenausbreitung in Wellenleitern, wie Platten und Rohre, ergibt sich aus der SBFEM eine spezielle Formulierung für solche prismatischen Geometrien. Diese Formulierung wurde zunächst entwickelt um Dispersionskurven zu berechnen [3]. Hierzu muss nur der Querschnitt der Geometrie diskretisiert werden um ein halbumendliches Gebiet darzustellen. Neben Disper-

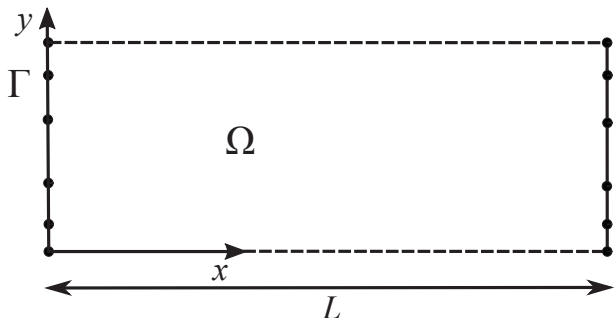


Abbildung 3: Diskretisierung einer Platte als prismatisches SBFEM-Element mit endlicher Länge L .

sionskurven kann für prismatische SBFEM-Elemente das Verschiebungsfeld aufgrund von einer Belastung berechnet werden. Hierfür wird in einem Zwischenschritt ein lineares Eigenwertproblem gelöst, wodurch der größte Rechenaufwand entsteht. Als Beispiel einer solchen Geometrie ist in Abb. 3 ein Plattenelement dargestellt. Dabei kann die Länge L der prismatischen Struktur beliebig variiert werden ohne, dass die Geometrie neu vernetzt werden muss [4, 5]. Dadurch entfällt eine erneute Integration über die finiten Elemente nach einer solchen Geometrieänderung. Zudem muss das Eigenwertproblem nicht erneut berechnet werden. Somit können Strukturen, welche sich aus solchen prismatischen Elementen aufbauen lassen, sehr effizient optimiert werden.

Diskretisierung der Sensorgeometrie

Die Diskretisierung der Sensorgeometrie, wie sie mit SBFEM für prismatische Strukturen umgesetzt wird, ist in Abb. 4 dargestellt. Der Sensor wird aus sieben SBFEM-Elementen zusammengesetzt, wobei die beiden außenliegenden in negativer bzw. positiver x -Richtung unendliche Länge haben. Der Halbraum kann in y -Richtung nur endlich dargestellt werden. Die Höhe H wird daher so groß gewählt, dass keine Reflexion von der Unterseite in den Ergebnissen vorhanden ist. Da sich nur drei der diskretisierten Querschnitte unterscheiden (in rot markiert), muss die Integration nur für diese Querschnitte erfolgen. Folglich wird das Eigenwertproblem nur für diese Querschnitte gelöst. Daher kann die Sensorgeometrie mit Hilfe der SBFEM sehr effizient berechnet und optimiert werden.

Fluid-Struktur Interaktion

Für gewöhnlich wird zur Beschreibung des akustischen Verhaltens eines Fluides ein druckbasierter Ansatz

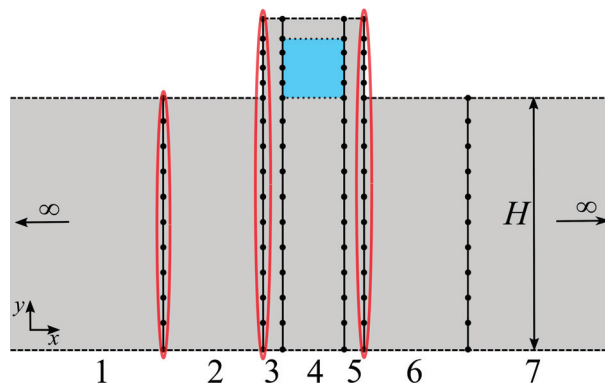


Abbildung 4: Diskretisierung der Sensorgeometrie im Sinne der SBFEM.

gewählt. Die Wellenausbreitung eines Festkörpers wird hingegen üblicherweise in den Verschiebungen beschrieben. Ein Gebiet in dem Fluid-Struktur Interaktion auftritt, ist in Abb. 5 dargestellt. Werden nun beide Gebiete gemeinsam in einem Rechenschritt gelöst, werden Koppelungsterme notwendig [6]. Um diese zu vermeiden, wird der verschiebungsbasierte Ansatz für ein Fluid von Kiefling und Feng [7] zur Implementierung in die SBFEM gewählt.

Es werden die klassischen Annahmen der Akustik ge-

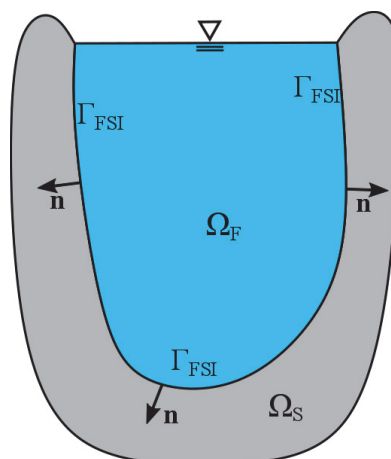


Abbildung 5: Gebiet mit Fluid-Struktur Interaktion.

troffen. Das Fluid ist nicht-viskos und verhält sich barotrop, zudem wird die Erdbeschleunigung vernachlässigt. Des Weiteren wird davon ausgegangen, dass die Verschiebungsamplituden sehr klein sind. Mit Hilfe dieser Annahmen folgt aus der Umformung der linearisierten Euler- und Kontinuitätsgleichung die folgende Differentialgleichung um das akustische Verhalten des Fluides zu beschreiben [8]

$$\rho_F \ddot{\mathbf{u}}_F - \beta \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_F) = 0 \quad \text{in } \Omega_F, \quad (1)$$

wobei ρ_F die Dichte und \mathbf{u}_F die Verschiebungen des Fluides bezeichnen. β ist das Kompressionsmodul des Fluides und $\nabla = [\partial_x \ \partial_y \ \partial_z]^\top$ der Nabla-Operator. Der Festkörper wird in den Verschiebungen beschrieben

$$\rho_S \ddot{\mathbf{u}}_S - \nabla \cdot \sigma = 0 \quad \text{in } \Omega_S, \quad (2)$$

wobei ρ_S die Dichte und \mathbf{u}_S die Verschiebungen der Struktur bezeichnen. σ ist der linear-elastische Spannungstensor. Auf dem Rand zwischen Fluid und Struktur erhalten wir zwei Randbedingungen, welche erfüllt werden müssen

$$(\mathbf{u}_F - \mathbf{u}_S) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_{FSI}, \quad (3a)$$

$$\beta (\nabla \cdot \mathbf{u}_F) \mathbf{n} - \sigma \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{auf } \Gamma_{FSI}, \quad (3b)$$

wobei \mathbf{n} der Normalenvektor auf dem Rand zwischen Fluid und Struktur ist. In der Literatur wird dabei ein Problem beschrieben, wenn Gleichung (1) mit finiten Elementen diskretisiert wird: Es treten falsche Moden auf, die keine physikalische Entsprechung haben. Diese fehlerhaften Moden werden mit der Rotation in Verbindung gebracht [8]. Da der Rand des Gebietes in SBFEM mit finiten Elementen diskretisiert wird, wird das Auftreten von falschen Moden auch im Falle der SBFEM erwartet. Für die FEM wurden in der Literatur bereits viele Möglichkeiten zur Unterdrückung dieser Moden vorgestellt [6, 9, 10]. Zur Unterdrückung der fehlerhaften Moden in der SBFEM wird ein Penalty-Parameter α genutzt, welcher die Rotation bestraft [8]. Damit ergibt sich folgende Differentialgleichung

$$\rho_F \ddot{\mathbf{u}}_F - \beta \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_F) - \alpha \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}_F) = 0 \quad \text{in } \Omega_F. \quad (4)$$

In [11] werden Werte zwischen 100β und 1000β als Penalty-Parameter α vorgeschlagen.

Um Gleichung (4) zu lösen können bereits bestehende Algorithmen für Festkörper genutzt werden.

Validierung

Um die vorgestellte Formulierung zu überprüfen, werden zunächst Ergebnisse einer analytischen Lösung mit Ergebnissen der SBFEM verglichen. Hierfür wird das Problem der „Tall water column“ (siehe Abb. 6) genutzt. Es ist hierfür eine analytische Lösung bekannt [11]. Es

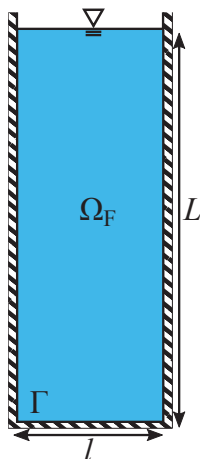


Abbildung 6: Skizze der „Tall water column“ mit $L = 0,508$ m und $l = 0,0508$ m.

handelt sich dabei um eine Wassersäule, welche an drei Rändern von einer starren Wand umgeben ist. An der freien Oberfläche liegen keine zusätzlichen Randbedingungen an. Für die Beispielrechnung werden folgende

Materialparameter verwendet

$$\begin{aligned} \rho_F &= 999 \text{ kg/m}^3, \\ \beta &= 2,18 \text{ GPa}, \\ \alpha &= 1000\beta. \end{aligned}$$

gegeben. Es werden die Eigenfrequenzen der vertikaler Moden verglichen. Die Ergebnisse sind in Tab. 1 dargestellt.

Tabelle 1: Eigenfrequenzen der „Tall water column“.

Moden	Eigenfrequenzen		
	analy. Lös. [1/s]	SBFEM [1/s]	rel. Fehler [%]
1	4567,7	4560,9	0,149
2	13703,2	13702,7	0,004
3	22838,7	22844,6	0,026
4	31974,2	31966,4	0,024
5	41109,7	41108,2	0,004

Wie sich anhand des relativen Fehlers erkennen lässt, gibt das implementierte Modell die analytischen Ergebnisse sehr gut wieder. Der größte relative Fehler (0,149%) tritt bei der ersten Eigenfrequenz auf.

Dispersionskurven

In einem zweiten Beispiel werden die Dispersionskurven eines wassergefüllten Schlauches untersucht. Hierbei werden die Ergebnisse eines FEM-Modells, welches mit Comsol Multiphysics berechnet wurde, mit den Resultaten, die mit SBFEM erzielt wurden, verglichen. Folgende Materialparameter werden verwendet

$$\begin{aligned} \rho_{PVC} &= 1200 \text{ kg/m}^3, & \rho_W &= 1000 \text{ kg/m}^3, \\ E_{PVC} &= 1,4 \text{ GPa}, & \beta &= 2,18 \text{ GPa}, \\ \nu_{PVC} &= 0,36, & \alpha &= 100\beta. \end{aligned}$$

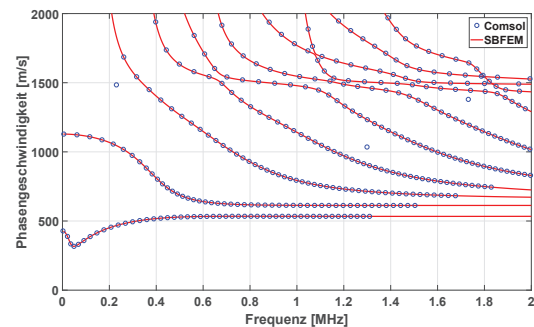


Abbildung 7: Phasengeschwindigkeit über Frequenz eines wassergefüllten PVC-Schlauchs mit einem Innendurchmesser von 5 mm und einer Wandstärke von 1 mm.

Die Ergebnisse beider Rechnungen sind in Abb. 7 dargestellt. Es können keine signifikanten Abweichungen zwischen beiden Ergebnissen festgestellt werden. Bei den drei Punkten, welche nicht auf einer der Kurven liegen, wird davon ausgegangen, dass es sich um numerische Artefakte handelt.

Fazit

Es wurde ein neuartiges Sensorkonzept zur Flüssigkeitsanalyse vorgeschlagen. Um dieses zu verwirklichen ist eine umfangreiche Optimierung erforderlich. Als geeignetes numerisches Simulationsverfahren wurde die SBFEM für prismatische Strukturen ausgewählt. Um sie für die Simulation des Sensors zu nutzen, wurde ein verschiebungsbasiertes Beschreibungen eines Fluides implementiert. Das Fluidmodell wurde anhand eines analytischen Beispiels und durch den Vergleich mit Comsol Multiphysics überprüft. Es wurden sehr gute Ergebnisse erzielt. Im nächsten Schritt wird nun die Sensorgeometrie simuliert und optimiert.

Danksagung

Wir bedanken uns bei Sebastian Wöckel vom ifak-Institut für Automation und Kommunikation in Magdeburg für die Bereitstellung der Ergebnisse des Comsol-Multiphysics-Modells.

Literatur

- [1] Bazyar M., Song C.: A continued-fraction-based high-order transmitting boundary for wave propagation in unbounded domains of arbitrary geometry, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 74 (2008), 209-237
- [2] Wolf J.: *The scaled boundary finite-element method*, John Wiley & Sons, West Sussex, 2003
- [3] Gravenkamp, H., Song C., Prager J.: A numerical approach for the computation of dispersion relations for plate structures using the Scaled Boundary Finite Element Method, *Journal of Sound and Vibration* 331 (2012), 2543-2557
- [4] Gravenkamp, H., Birk C., Song C.: Simulation of elastic guided waves interacting with defects in arbitrarily long structures using the Scaled Boundary Finite Element Method, *Journal of Computational Physics* 295 (2015), 438-455
- [5] Krome F., Gravenkamp, H., Birk C.: Prismatic semi-analytical elements for the simulation of linear elastic problems in structures with piecewise uniform cross section, *Computer & Structures* 192 (2017), 83-95
- [6] Bermúdez A., Rodríguez R.: Finite element computation of the vibration modes of a fluid-solid system, *Computer methods in applied mechanics and engineering* (1994), 355-370
- [7] Kieffing L., Feng G.: *Fluid-Structure Finite Element Vibration Analysis*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal 14 (1976), 199-203
- [8] Hamdi M., Ousset Y.: A displacement method for the analysis of vibrations of coupled fluid-structure systems, *Journal of Numerical Methods in Engineering* 13 (1978), 139-150
- [9] Kim Y.-S., Yun C.-B.: A spurious free four-node displacement-based fluid element for fluid-structure interaction analysis, *Engineering Structures* 19 (1997), 665-678
- [10] Park K., Felippa C., Ohayon R.: Partitioned formulation of internal fluid-structure interaction problems by localized Lagrange multipliers, *Computer methods in applied mechanics and engineering* (2001), 2989-3007
- [11] Lorraine O., Bathe K.-J.: A study of displacement-based fluid finite elements for calculating frequencies of fluid and fluid-structure systems, *Nuclear Engineering and Design* 76 (1983), 137-151